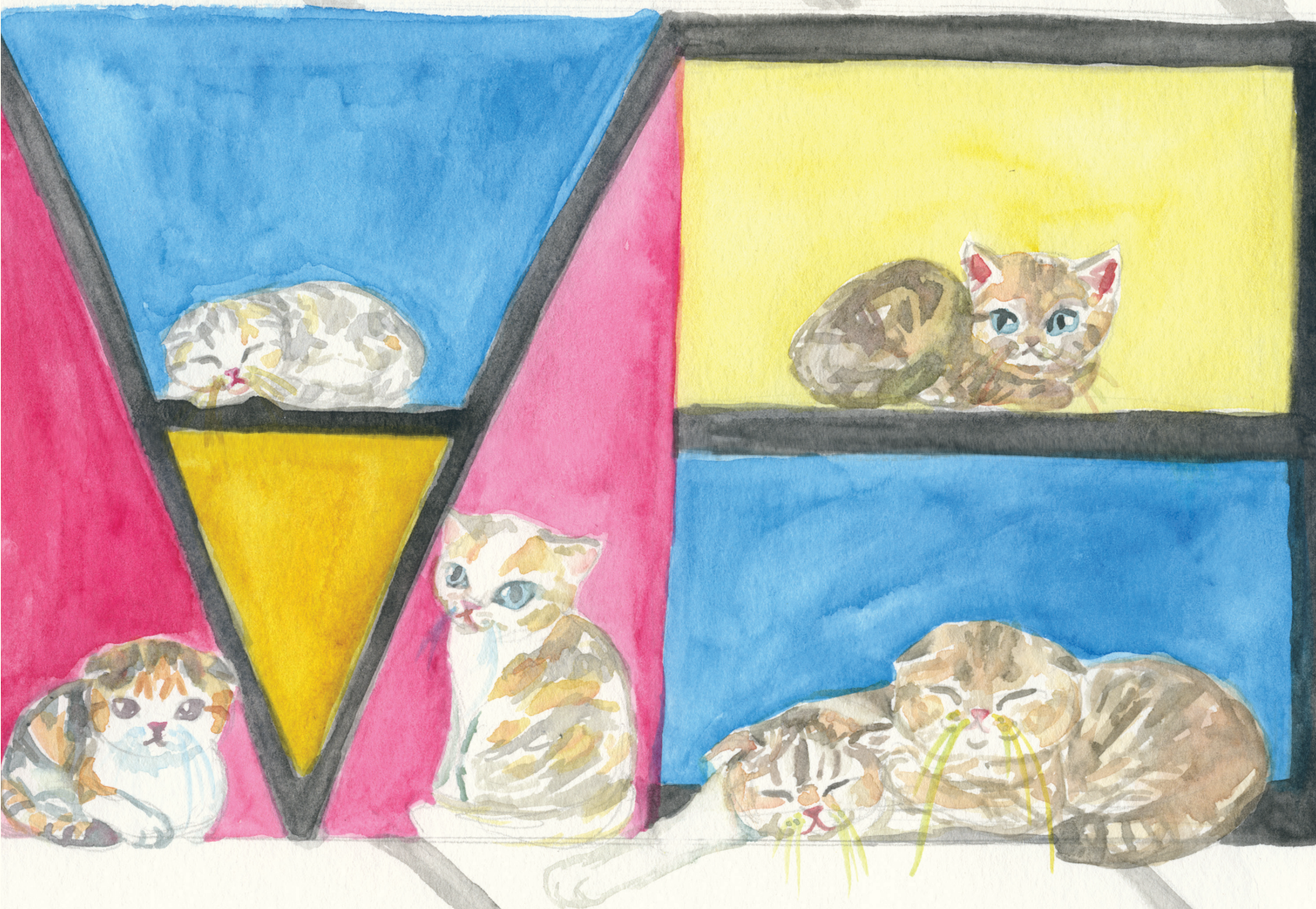
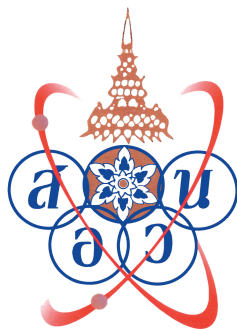


การพิสูจน์



โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มุลนิธิ สววน.





มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษา
ในพระอุปถัมภ์สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา
กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ (สอวน.)

ความเป็นมา

ประเทศไทยส่งนักเรียนเข้าแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศครั้งแรกในปี พ.ศ. 2532 ที่ประเทศเยอรมนี โดยความร่วมมือระหว่างสมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ และสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา (พระยศในขณะนั้น) ได้พระราชทานเงินส่วนพระองค์จำนวนหนึ่งเพื่อเป็นค่าใช้จ่าย

การคัดเลือกนักเรียน เพื่อเข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ ครั้งที่ 30 สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้จัดคณาจารย์มหาวิทยาลัยจำนวนหนึ่ง มาช่วยฝึกอบรมรวมเป็นเวลาประมาณสองเดือน เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาเพิ่มเติมครอบคลุมหลักสูตรที่จะใช้ในการแข่งขัน ซึ่งอยู่ในระดับชั้นปีที่ 1-2 ของมหาวิทยาลัย จากผลสำเร็จในปีแรก ทำให้รัฐบาลเห็นความสำคัญจึงได้จัดสรรงบประมาณให้กับโครงการนี้ผ่านสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2533 เป็นต้นมา สมทบกับเงินพระราชทานเป็นรายปีจากสมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ เพื่อสนับสนุนการส่งนักเรียนไทยไปแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศ 5 สาขา จนถึงปัจจุบันรวม 14 ปี นักเรียนไทยได้ทำชื่อเสียงได้เหรียญทองรวม 17 เหรียญ เหรียญเงิน 53 เหรียญ เหรียญทองแดง 93 เหรียญ และเกียรติคุณประกาศอีก 35 ราย รวมทั้งสิ้น 198 รางวัล จากจำนวนนักเรียนที่ส่งไปแข่งขัน 276 คน (72%)

อย่างไรก็ตาม จากการที่ประเทศไทยดำเนินการจัดส่งนักเรียนเข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์ โอลิมปิกระหว่างประเทศ ตั้งแต่ พ.ศ.2532 จนถึงปัจจุบัน ทำให้เห็นว่ามาตรฐานการศึกษา ด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของไทยยัง ต่ำกว่ามาตรฐานสากล การเตรียมตัวของนักเรียนยังใช้เวลา น้อยเกินไป

เพื่อให้การส่งเสริมและสนับสนุนโครงการจัดส่งผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นสมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ จึงมีพระดำริให้จัดตั้งมูลนิธิ สอวน. และได้รับอนุมัติจากกระทรวงมหาดไทยเมื่อวันที่ 12 ตุลาคม 2542 โดยมีวัตถุประสงค์หลัก 2 ประการ

วัตถุประสงค์

1. ส่งเสริมให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศที่มีความสามารถทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มีโอกาสได้รับการพัฒนาศักยภาพทางด้านคณิตศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เคมี ฟิสิกส์ และชีววิทยา ตามความถนัดทั้งด้านทฤษฎีและทักษะด้านปฏิบัติ ให้สามารถคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ โดยจัดให้มีศูนย์อบรมทั่วประเทศเป็นการเพิ่มเวลาฝึกอบรม เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมที่จะเข้ารับการคัดเลือกไปแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศให้ได้ผลดียิ่งขึ้นตามพระดำริของสมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอเจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ องค์ประธานมูลนิธิ สอวน.
2. เพื่อนำ ประสบการณ์ที่ได้จากการแข่งขันโอลิมปิกวิชาการ ระหว่าง ประเทศ มาพัฒนามาตรฐานคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษาของไทยให้สูงขึ้นเทียบเท่าระดับสากล

โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน.

มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษา ในพระอุปถัมภ์สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ (สอวน.) ได้ร่วมมือกับคณาจารย์มหาวิทยาลัยของรัฐ 20 แห่ง และกระทรวงศึกษาธิการ ดำเนินการจัดตั้งศูนย์ สอวน. ในภูมิภาค 12 ศูนย์ และในกรุงเทพฯ 1 ศูนย์ (5 โรงเรียน) เพื่อพัฒนาศักยภาพทางปัญญาของนักเรียนที่มีความพร้อมในด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์จากทั่วประเทศ เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีความรู้ความสามารถเทียบเท่ามาตรฐานสากล และพร้อมที่จะสอบคัดเลือกเป็นผู้แทนประเทศไทยไปร่วมการแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศในสาขาวิชาต่าง ๆ ได้ และเพื่อขยายผลจากประสบการณ์ที่ได้เข้าแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศมาพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของไทยให้สูงขึ้นเทียบเท่าสากล

ในการอบรมนักเรียนของศูนย์ สอวน. มูลนิธิ สอวน. ได้พิจารณาเห็นว่าตำราที่มีความสมบูรณ์ของเนื้อหาตามหลักสูตรของ สอวน. จะช่วยพัฒนาศักยภาพของนักเรียนในศูนย์ สอวน. ให้สูงยิ่งขึ้นได้นอกจาก นั้น ตำรา เรียน ใน วิชา วิทยาศาสตร์ และ คณิตศาสตร์ ใน ระดับ มัธยมศึกษา ตอน ปลาย ที่ มี ความสมบูรณ์ถูกต้องยังขาดแคลน นักเรียนและครูสามารถนำตำราที่พัฒนาขึ้นมาไปใช้เป็นหนังสืออ้างอิงประกอบการเรียนการสอนได้อีกด้วย มูลนิธิ สอวน. จึงได้มี **“โครงการจัดทำตำราส่งเสริมพัฒนาศักยภาพของนักเรียนด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์”** ขึ้น เพื่อผลิตตำราคณิตศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เคมี ชีววิทยาและฟิสิกส์ที่มีเนื้อหาหลักสูตรตามมาตรฐานสากล โดยมีวัตถุประสงค์

1. เพื่อเป็นที่ระลึกในมหามงคลสมัยที่สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ ทรงเจริญพระชนมายุ 80 พรรษา ซึ่งพระองค์ทรงมีพระมหากรุณาธิคุณต่อโครงการจัดส่งผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศและทรงสนับสนุนการดำเนินงานเพื่อพัฒนามาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของไทยอย่างหาที่สุดมิได้
2. เพื่อผลิตหนังสือคณิตศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เคมี ชีววิทยาและฟิสิกส์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายถึงระดับชั้นปีที่ 1 ของคณะวิทยาศาสตร์ในมหาวิทยาลัยให้มีคุณภาพเทียบเท่าสากล เรียบเรียงโดยคณาจารย์จากมหาวิทยาลัยของรัฐที่มีประสบการณ์สูงและที่มีส่วนร่วมในการฝึกอบรมนักเรียนในค่าย สอวน. ค่าย สสวท. และควบคุมนักเรียนไปแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระหว่างประเทศ เนื้อหาในหนังสือเน้นกระบวนการคิดแบบวิทยาศาสตร์ เพื่อฝึกฝนให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาที่ซับซ้อนทั้งในเชิงทฤษฎีและประยุกต์ได้โดยจัดพิมพ์บนกระดาษอาร์ตอย่างดีและมีภาพสีประกอบคำบรรยาย

ปัจจุบันโครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของมูลนิธิ สอวน. มีทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยระดับมัธยมศึกษาตอนต้นผลิตตำรา รวม 3 วิชา เคมี 1 เล่ม ฟิสิกส์ 1 เล่ม

และ ชีววิทยา 1 เล่ม มัธยมศึกษาตอนปลาย ผลิตตำรา รวม 6 วิชา ชีววิทยา 6 เล่ม เคมี 4 เล่ม ฟิสิกส์ 3 เล่ม คอมพิวเตอร์ 3 เล่ม คณิตศาสตร์ 6 เล่ม และภูมิศาสตร์ 3 เล่ม

คณะจัดทำหนังสือคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์หวังว่าโครงการตำราคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ของมูลนิธิ สอน. จะมีส่วนร่วมในการปฏิรูปการเรียนรู้และยกระดับมาตรฐานวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของไทยให้เทียบเท่ากับระดับสากลเพื่อสนองพระดำริขององค์ประธานมูลนิธิ สอน.

คณะกรรมการโครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มูลนิธิ สอวน.

คณะกรรมการที่ปรึกษา

- | | |
|--|----------------------------|
| 1. ศาสตราจารย์ นายแพทย์จรัส สุวรรณเวลา | รองประธานมูลนิธิ สอวน. |
| 2. ศาสตราจารย์ ศักดา ศิริพันธุ์ | อดีตเลขาธิการมูลนิธิ สอวน. |
| 3. รองศาสตราจารย์ ดร.กำจิต มงคลกุล | เลขาธิการมูลนิธิ สอวน. |
| 4. รองศาสตราจารย์ ดร.คุณหญิงสุมณฑา พรหมบุญ | กรรมการมูลนิธิ สอวน. |

คณะกรรมการดำเนินงานโครงการตำราฯ

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1. รองศาสตราจารย์ เ็นใจ สมวิเชียร | ประธาน |
| 2. ศาสตราจารย์ ดร.ณรงค์ ป้านัน | กรรมการ (วิชาคณิตศาสตร์) |
| 3. รองศาสตราจารย์ ยืน ภู่วรวรรณ | กรรมการ (วิชาคอมพิวเตอร์) |
| 4. รองศาสตราจารย์ ดร.พินิติ รตะนานุกูล | กรรมการ (วิชาเคมี) |
| 5. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ์ | กรรมการ (วิชาฟิสิกส์) |
| 6. รองศาสตราจารย์ ดร.พูนพิภพ เกษมทรัพย์ | กรรมการ (วิชาชีววิทยา ประเภหพืช) |
| 7. รองศาสตราจารย์ สี่มา ชัยสวัสดิ์ | กรรมการ (วิชาชีววิทยา ประเภหสัตว์) |

ผู้เขียนวิชา การพิสูจน์

รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ

คำนำ

คณิตศาสตร์เริ่มมาจากความคิด คณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่เป็นามธรรม เราอธิบายข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์โดยอาศัยการให้เหตุผล การให้เหตุผลที่ว่านี้จะต้องเป็นไปอย่างชัดเจนและรัดกุม หนทางที่จะทำให้เราทราบว่ ข้อความใดจริงหรือเท็จ จึงสามารถแสดงด้วยการให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ เราเรียกการแสดงดังกล่าวนี้ว่า การพิสูจน์

การพิสูจน์ จึงเป็นเรื่องที่จำเป็นและสำคัญย้งสำหรับคณิตศาสตร์ เพราะเป็นสิ่งที่ทำให้เรายืนยันความ เป็นจริงต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้ ข้อความที่เราสงสัยว่าเป็นจริงหรือไม่ เมื่อได้รับการพิสูจน์แล้ว เราจะสามารถยอมรับในความเป็นจริงของข้อความนั้นได้ตลอดไป เพราะเราใช้กระบวนการคิดที่อาศัยหลัก ตรรกศาสตร์ซึ่งมีความแน่นอนชัดเจน ไม่แปรผันไปตามกาลเวลาหรือสภาพแวดล้อม

เนื่องจากคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาเน้นไปในเรื่องการคำนวณ การพิสูจน์จึงเป็นเรื่องที่ไม่อยู่ใน เนื้อหาของบทเรียนในระดับนี้ อย่างไรก็ตาม ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ในระดับที่ลึกขึ้น เราจำเป็นต้องเขียนพิสูจน์เพื่อยืนยันคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น ๆ

หนังสือเล่มนี้มีจุดประสงค์เพื่อหัดให้ผู้อ่านเขียนพิสูจน์ จากที่ได้กล่าวไปแล้วว่า เราต้องอาศัยหลัก ตรรกศาสตร์ในการพิสูจน์ เราจึงเริ่มด้วยเรื่องนี้ในบทแรก ตามมาด้วยเรื่อง การพิสูจน์ ในบทที่สอง ซึ่ง ประกอบไปด้วย การพิสูจน์แบบต่าง ๆ เพื่อที่จะได้นำมาใช้งานได้ตามความเหมาะสม และในบทสุดท้าย เป็นเรื่อง หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหลักสำคัญที่นำมาใช้ในการพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวข้องกับ จำนวนนับ

หนังสือเล่มนี้เหมาะกับผู้ที่เริ่มหัดเขียนพิสูจน์ แม้ว่าจะไม่เคยมีประสบการณ์ในการเขียนพิสูจน์มา ก่อนเลยก็ตาม ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์กับทั้งอาจารย์ ครู และนักเรียน ที่มีใจรักในคณิตศาสตร์

ISBN 978-616-91775-4-8

ผู้เขียน

สงวนลิขสิทธิ์

รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ

จัดพิมพ์โดย มูลนิธิ สอวน.

ท.บ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ครั้งแรก พ.ศ. 2560 (2017)

วท.ม. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ออกแบบปก โดย ปราง เวชชาชีวะ

วท.ด. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ที่ บริษัท ด้านสุทธาการพิมพ์ จำกัด

แยกสี / เฟลท บริษัท ด้านสุทธาการพิมพ์ จำกัด

ผู้จัดจำหน่าย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถนนพญาไท ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330 Call Center โทร. 0-2255-4433

ร้านค้าติดต่อ แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก โทร. 0-2374-1374-5 โทรสาร 0-2374-1377

สารบัญ

1	ตรรกศาสตร์	1
1.1	ประพจน์	1
1.2	ตัวเชื่อมและค่าความจริง	2
1.2.1	นิเสธของประพจน์	2
1.2.2	ประพจน์เชื่อม	3
1.2.3	ประพจน์เลือก	4
1.2.4	ประพจน์มีเงื่อนไข	5
1.2.5	ประพจน์มีเงื่อนไขสองทาง	6
1.3	สัจนิรันดร์และข้อขัดแย้ง	8
1.4	ประพจน์ที่สมมูลกัน	10
1.5	ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	13
1.5.1	เซต	13
1.5.2	ประโยคเปิด	14
1.5.3	ตัวบ่งปริมาณ	15
1.5.4	ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	16
1.5.5	ประพจน์ที่สมมูลกัน	18
1.5.6	ประพจน์ที่แสดงการมีจริงเพียงหนึ่งเดียว	18
1.5.7	ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณมากกว่าหนึ่งตัว	19
2	การพิสูจน์	23
2.1	การพิสูจน์ตรง	23
2.2	การพิสูจน์ประพจน์เลือก	25
2.3	การพิสูจน์โดยอาศัยประพจน์แย้งสลับที่	27
2.4	การพิสูจน์ประพจน์มีเงื่อนไขสองทาง	31
2.5	การพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง	33

2.6	การพิสูจน์โดยแจกกรณี	35
2.7	การพิสูจน์ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	39
2.7.1	การพิสูจน์ประพจน์ $\forall x \in U, P(x)$	39
2.7.2	การพิสูจน์ประพจน์ $\exists x \in U, P(x)$	40
2.7.3	การพิสูจน์ประพจน์ $\exists! x \in U, P(x)$	41
2.7.4	การพิสูจน์ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณมากกว่าหนึ่งตัว	42
2.8	การแสดงว่าประพจน์เป็นเท็จ	45
	แบบฝึกหัดระคน	49
3	หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	51
3.1	การพิสูจน์โดยอาศัยหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	51
3.2	รูปแบบทั่วไปของหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	55
3.3	รูปแบบอื่นของหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	56
3.3.1	หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์แบบเข้ม	56
3.3.2	หลักการจัดอันดับดี	58
3.4	ความสมมูลกันของรูปแบบต่าง ๆ ของหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	60
	บรรณานุกรม	63
	ดัชนี	64

บทที่ 1

ตรรกศาสตร์

การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการให้เหตุผลที่ชัดเจนและรัดกุม ดังนั้นเราจำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์ เพื่อที่จะได้นำมาใช้เป็นหลักในการให้เหตุผลสำหรับการพิสูจน์ต่อไป

เนื่องจากเป้าหมายหลักของหนังสือเล่มนี้คือ การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาในบทนี้จึงจะเน้นเฉพาะเรื่องที่เกี่ยวข้องกับข้อความทางคณิตศาสตร์เท่านั้น

1.1 ประพจน์

ประพจน์ (statement) คือ ประโยคบอกเล่าที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จเพียงอย่างเดียวอย่างหนึ่งเท่านั้น

ถ้าประพจน์เป็นจริง เรากล่าวว่า ประพจน์มี *ค่าความจริง* (truth value) เป็น *จริง* (true) เขียนแทนด้วย *T* และกล่าวว่า ประพจน์มีค่าความจริงเป็น *เท็จ* (false) เขียนแทนด้วย *F* ถ้าประพจน์เป็นเท็จ

ตัวอย่าง 1.1.1

ตัวอย่างของประพจน์

$$3 + 4 = 5$$

F

มีจำนวนจริงบวกที่น้อยที่สุด

F

ผลบวกของจำนวนเต็มคี่สองจำนวนย่อมเป็นจำนวนเต็มคู่

T

$\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

F

ทศนิยมตำแหน่งที่ 100,000 ของ π คือ 1

ตัวอย่างของประโยคที่ไม่ใช่ประพจน์

$\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ ?

จงพิสูจน์ว่าไม่มีจำนวนจริงบวกที่น้อยที่สุด

$$2 + x = 3$$

- ข้อสังเกต**
1. ประโยคใดมีค่าความจริง เราจะถือว่าประโยคนั้นเป็นประพจน์ แม้ว่าเราจะไม่ทราบค่าความจริงของประโยคดังกล่าวก็ตาม ดังจะเห็นได้จากประโยคสุดท้ายในตัวอย่างของประพจน์ ประโยคนี้นี้มีค่าความจริง เพียงแต่เรายังตอบไม่ได้ทันทีว่าค่าความจริงนั้นเป็นเช่นไร
 2. ถ้าเราแทน x ที่ปรากฏใน $2 + x = 3$ ด้วยค่าคงตัว ข้อความดังกล่าวจะกลายเป็นประพจน์

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นประพจน์หรือไม่
 - 1.1 n เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น
 - 1.2 มีจำนวนเต็มที่เป็นทั้งจำนวนคู่และจำนวนคี่
 - 1.3 ประโยคนี้นี้เป็นเท็จ
 - 1.4 $x^2 - x - 2 = 0$
 - 1.5 ผลเฉลยของสมการ $x^2 - x - 2 = 0$ เป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ ?
 - 1.6 ผลเฉลยของสมการ $x^2 - x - 2 = 0$ คือ 2 เท่านั้น
 - 1.7 $x^2 > x$ สำหรับทุกจำนวนจริงลบ x
2. จงหาค่าความจริงของประพจน์ในข้อ 1

1.2 ตัวเชื่อมและค่าความจริง

เราสามารถสร้างประพจน์ใหม่จากประพจน์เดิมที่มีอยู่โดยอาศัย *ตัวเชื่อม* (connective) ซึ่งเมื่อเขียนในรูปสัญลักษณ์มีดังต่อไปนี้

$$\sim \wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow$$

เราเรียกประพจน์ที่ไม่มีตัวเชื่อมปรากฏอยู่ว่า *ประพจน์เดี่ยว* (simple statement) และเรียกประพจน์ที่มีตัวเชื่อมปรากฏอยู่ว่า *ประพจน์ประกอบ* (compound statement)

หมายเหตุ เพื่อไม่ให้เกิดความกำกวม เราจะใช้วงเล็บช่วยในการเขียนประพจน์ที่ประกอบด้วยตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัว

เราแบ่งรูปแบบของประพจน์ประกอบตามชนิดของตัวเชื่อมที่ใช้ในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1.2.1 นิเสธของประพจน์

นิเสธ (negation) ของประพจน์ P เขียนแทนด้วย $\sim P$ คือ ประพจน์ที่มีความหมายตรงข้ามกับ P ค่าความจริงของ $\sim P$ กำหนดโดย *ตารางค่าความจริง* ดังต่อไปนี้