สถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์

Non-Parameter Statistics

มานะชัย รอดชื่น
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

คำนำ

หนังสือสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์เล่มนี้ได้จัดทำขึ้นสำหรับนักศึกษา นักวิจัยหรือผู้ที่สนใจสามารถใช้ประกอบการเรียนการสอนและศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเอง เพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ อีกทั้งมีทักษะในการเลือกใช้วิธีการทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ที่ถูกต้องเหมาะสมภายใต้ข้อมูลประเภทต่าง ๆ ซึ่งสามารถศึกษาประกอบกับตัวอย่างเบื้องต้นจะทำให้ผู้อ่านเข้าใจมากขึ้น ผู้อ่านหนังสือเล่มนี้ควรมีความรู้พื้นฐานทางด้านสถิติและความรู้ความเข้าใจของการใช้สถิติอิงพารามิเตอร์ ซึ่งสามารถหาอ่านได้จากตำรา และหนังสือต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในหนังสือสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์เล่มนี้จะกล่าวถึงความรู้ความเข้าใจทางสถิติเบื้องต้นเพื่อนำไปสู่แนวคิดสถิติอิงพารามิเตอร์และสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ การเลือกการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสมในการวิจัย การทดสอบสำหรับตัวอย่างชุดเดียว การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุดที่สัมพันธ์กันและที่เป็นอิสระกัน การทดสอบสำหรับตัวอย่าง k ชุดที่สัมพันธ์กันและที่เป็นอิสระกัน ในการวิเคราะห์และคำนวณจะมีการนำเสนอผลลัพธ์จากโปรแกรม R ประกอบด้วยเช่นกัน

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ทั้งทางด้านคณิตศาสตร์ และสถิติ ให้แก่ผู้เขียน ศาตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ ที่ได้ให้แนวคิดในการเขียนหนังสือและช่วยให้ข้อเสนอแนะเบื้องต้นในการจัดทำหนังสือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นพดล เล็กสวัสดิ์ ที่กรุณาช่วยอ่าน และให้ข้อเสนอแนะในการปรับแก้ไขรายละเอียดต่าง ๆ และขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินหนังสือเล่มนี้ ในการให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงหนังสือให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่นักศึกษา ครู อาจารย์ และนักวิจัย รวมทั้งผู้ที่สนใจในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ เป็นอย่างยิ่ง หากมีข้อผิดพลาดประการใดที่เกิดขึ้นในหนังสือเล่มนี้ ผู้เขียนขออภัยมา ณ ที่นี้ และขอความกรุณาผู้อ่านแจ้งมายังผู้เขียนได้ที่ manachai.r@cmu.ac.th เพื่อจะได้นำมาปรับปรุงแก้ไขต่อไป

มานะชัย รอดชื่น
กรกฎาคม 2565

ตัวอย่าง

สารบัญ

ตัวอย่าง

3 การทดสอบสำหรับตัวอย่างชุดเดียว

4 การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุดที่สัมพันธ์กัน

5 การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง

สารบัญรูป

ตัวอย่าง

รูปที่		หน้า

ตัวอย่าง

สารบัญตาราง

ตัวอย่าง

ตารางที่		หน้า
5.6	บริเวณวิกฤตการทดสอบแมนน์-วิทนีย์	154
5.7	แสดงผลต่างของข้อมูลทุกคู่ที่เป็นไปได้ จากตัวอย่างที่ 5.5	157
5.8	บริเวณวิกฤตการทดสอบแปรปรวน 2 ประชากร โดยใช้การทดสอบแมนน์-วิทนีย์	158
6.1	ข้อมูลการทดสอบของค็อกแครน	180
6.2	ข้อมูลการทดสอบฟรีดแมนต์	184
7.1	ข้อมูลการทดสอบความเหมือนกันของสัดส่วนของ k ประชากร	198
7.2	ข้อมูลการทดสอบความเหมือนกันของมัธยฐานของ k ประชากร	201
7.3	ข้อมูลของการทดสอบของครัสคอล-วอลลิส	204
A1	ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงทวินาม $P(X \le c) = \sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	231
A2	ค่าของขีดจำกัดล่าง $\hat{P}_L$ และขีดจำกัดบน $\hat{P}_U$ เมื่อทราบค่าของ n, $(1-\alpha)$ (จำนวนของตัวอย่างสุ่มที่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจ) เมื่อ n = 1,2,10	241
A3	ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงปัวซง $P(X \le c) = \sum_{x=0}^{c} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$	245
A4	ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงปรกติมาตรฐาน $F(x) = P(Z < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dt$	250
A5	ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงที $H(T < t_{p,v}) = p$	251
A6	ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงไคกำลังสอง $P(\chi^2 \le \chi^2_{p,v}) = p$	252
A7	ค่าควอนไทล์การทดสอบซึ่งอาศัยรันส์ของวัลด์-วอลโฟวิตซ์	254
A8	ขนาดตัวอย่างสำหรับขีดจำกัดความคลาดเคลื่อนยินยอมแบบข้างเดียว	255

ตัวอย่าง

ตารางที่		หน้า

ตัวอย่าง

หนังสือสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ (Non-Parameter Statistics)

หนังสือสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ เล่มนี้ได้จัดทำขึ้นจากประสบการณ์การสอนและวิจัยเกี่ยวกับวิชาสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ ในระดับปริญญาตรี และปริญญาโท ผู้อ่านหนังสือเล่มนี้ควรมีความรู้พื้นฐานทางด้านสถิติ และความรู้ความเข้าใจของข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติอิงพารามิเตอร์ จะทำให้ผู้อ่านเข้าใจได้ง่ายขึ้น โดยเนื้อหาของหนังสือเล่มนี้จะกล่าวถึงหลักการและตัวอย่างการใช้สถิติไม่อิงพารามิเตอร์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างการคำนวณ และผลลัพธ์จากโปรแกรม R เพื่อให้ผู้อ่านมีความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ได้ตามความเหมาะสมกับตัวแปรที่ศึกษานั้น ๆ อีกทั้งยังมีแบบฝึกหัด พร้อมเฉลยเพื่อให้ผู้อ่านมีความเข้าใจมากขึ้น

CHIANG MAI
UNIVERSITY PRESS

ISBN 978-616-398-748-8

1 บทนำ

วิชาสถิติ ได้มีการแบ่งเนื้อหาออกเป็นสองส่วน คือ สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive Statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistics) สถิติเชิงพรรณนาคือกระบวนการทางสถิติที่ใช้อธิบายหรือสรุปสารสนเทศของข้อมูลในรูปแบบของตัวเลข หรือแผนภาพต่าง ๆ โดยไม่ใช้วิธีการเชิงความน่าจะเป็นเข้ามาเกี่ยวข้อง ส่วนสถิติเชิงอนุมานเป็นกระบวนการที่ใช้ข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม (Random Sample) มาหาข้อสรุปเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรที่เรียกว่าพารามิเตอร์ (Parameter) สถิติเชิงอนุมานประกอบด้วย การประมาณค่า (Estimation) และการทดสอบสมมุติฐาน (Testing of Hypothesis) ซึ่งเป็นกระบวนการที่สามารถประเมินความถูกต้องภายใต้ความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้ จะขอทบทวนคำศัพท์ต่าง ๆ ทางสถิติที่เกี่ยวข้อง ประเภทของข้อมูล วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล การเลือกตัวอย่างแบบใช้และไม่ใช้ความน่าจะเป็น การทดสอบสมมุติฐาน การพิจารณาความน่าจะเป็นของสถิติทดสอบในการปฏิเสธสมมุติฐาน สถิติอิงพารามิเตอร์และสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ เพื่อให้ผู้อ่านได้ทบทวนเนื้อหาพื้นฐานทางสถิติ

1.1 นิยามคำศัพท์

สถิติศาสตร์ (Statistics) หมายถึง ศาสตร์ว่าด้วยกระบวนการที่ใช้ในการวางแผนเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปผล และแปลผลจากข้อมูล เพื่อหาข้อสรุปในการตัดสินใจแก้ปัญหา รวมทั้งการนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีเชิงสถิติ

สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive Statistics) คือ กระบวนการต่าง ๆ เชิงสถิติในการสรุปสาระสำคัญของข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมา เพื่ออธิบายลักษณะหรือสภาพของข้อมูลซึ่งไม่ใช้วิธีการเชิงความน่าจะเป็น นั่นคือ เป็นการนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เช่น การนำเสนอข้อมูลสรุปในเชิงตัวเลข (เช่น ร้อยละ ค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด) หรือการสรุปในรูปของแผนภาพต่าง ๆ (เช่น ฮิสโทแกรม แผนภูมิรูปวงกลม) การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (เช่น ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ฐานนิยม) การวัดการกระจายของข้อมูล (เช่น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน) เป็นต้น

ตัวอย่าง

สถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistics) เป็นกระบวนการที่ว่าด้วยการหาข้อสรุปเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากร โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม ประกอบไปด้วยการประมาณค่า และการทดสอบสมมุติฐาน

ประชากร (Population) คือ เซตหรือกลุ่มของหน่วยต่าง ๆ ทั้งหมด ในขอบข่ายที่สนใจทำการศึกษา ซึ่งแบ่งได้เป็น

- ประชากรอันตะ หรือประชากรจำกัด (Finite Population) คือ เซตของหน่วยต่าง ๆ ทั้งหมดในขอบข่ายที่สนใจศึกษา ซึ่งมีจำนวนสมาชิกที่แน่นอน หรือมีสมาชิกเป็นจำนวนจำกัด โดยทั่วไปจะใช้ N แทนขนาดของประชากร
- ประชากรไม่จำกัด หรือประชากรอนันต์ (Infinite Population) คือ เซตของหน่วยต่าง ๆ ในขอบข่ายที่สนใจศึกษา ที่ไม่ทราบจำนวนที่แน่นอน

ตัวอย่าง (Sample) คือ เซตหรือกลุ่มของหน่วยต่าง ๆ บางส่วนของประชากรที่ถูกเลือกมาเป็นตัวแทนของประชากร

กรอบตัวอย่าง (Sampling Frame) คือ สิ่งที่ใช้แสดงถึงหน่วยทุกหน่วยในประชากรที่ต้องการเลือกตัวอย่าง ซึ่งสามารถระบุหน่วยทุกหน่วยของประชากรที่ศึกษาได้ครบถ้วนและสมบูรณ์ เช่น บัญชีรายชื่อได้แก่ รายชื่อหน่วย พร้อมตำบลที่อยู่ หรือแผนที่ที่คลุมบริเวณที่ศึกษา พร้อมการแบ่งเป็นหน่วยพื้นที่ กรอบตัวอย่างที่ดีจะต้องแสดงตำแหน่งที่อยู่หน่วยต่าง ๆ และรายชื่อจะต้องไม่ซ้ำซ้อน มีความถูกต้องและทันสมัย อีกทั้งไม่มีบัญชีรายชื่อของประชากรอื่น ๆ ปะปนอยู่

ตัวอย่างสุ่ม (Random Sample) คือ เซตของตัวแปรสุ่มที่สนใจศึกษา ที่ถูกสุ่มมาจากประชากร ขนาดตัวอย่างสุ่ม เขียนแทนด้วย n โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงตัวอย่างสุ่มจะหมายถึง ตัวแปรสุ่มที่แต่ละตัวมีการแจกแจงเหมือนกัน และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

หน่วยตัวอย่าง (Sampling Unit) คือ หน่วยที่เป็นสมาชิกของประชากรซึ่งอาจถูกเลือกเข้ามาเป็นหน่วยตัวอย่าง หน่วยตัวอย่างอาจเป็นหน่วยหรือกลุ่มของหน่วยที่ให้ข้อมูล

แผนแบบการทดลอง (Experimental Design) เป็นกระบวนการเกี่ยวกับการวางแผนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาข้อสรุป ข้อเท็จจริงใหม่ ๆ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงสถิติ ผู้ทดลองสามารถควบคุมกระบวนการต่าง ๆ ในการทดลองให้มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ซึ่งผลจากการทดลองนั้นอาจจะได้ข้อสรุปใหม่ หรือข้อสรุปที่เป็นการยืนยัน หรือขัดแย้งกับการทดลองที่ผ่านมา

ทรีตเมนต์ (Treatment) เป็นสิ่งเร้าหรือตัวกระตุ้นที่กำหนดให้กับหน่วยทดลองเพื่อสังเกตผลหรือใช้เปรียบเทียบผลระหว่างกัน หรือเป็นระดับของปัจจัยที่ศึกษา

หน่วยทดลอง (Experimental Unit) คือหน่วยต่าง ๆ ที่ใช้สำหรับทำการทดลองกับทรีตเมนต์ 1 ทรีตเมนต์ หน่วยทดลองอาจจะเป็น คน สัตว์ สิ่งของ ต้นไม้ แปลงทดลอง (ทางด้านเกษตรกรรม)

การทดลองสุ่ม (Random Experiment) เป็นการทดลองที่ไม่ทราบผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นแน่นอน โดยจะมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มากกว่า 1 ผลลัพธ์

ตัวอย่าง

ปัจจัย (Factor) สิ่งที่สนใจศึกษาและคาดว่ามีผลต่อหน่วยทดลอง นั่นคือ ตัวแปรอิสระที่สามารถควบคุมได้และเป็นสาเหตุหนึ่งของความแปรผันที่เกิดขึ้น ในแต่ละปัจจัยอาจจะแบ่งได้หลายระดับ แต่ละระดับเรียกว่า ทรีตเมนต์

การทำซ้ำ (Replication) การที่แต่ละทรีตเมนต์ถูกกำหนดให้กับหน่วยทดลองอย่างสุ่มมากกว่าหนึ่งครั้งขึ้นไป หรือปรากฏในหน่วยทดลองมากกว่า 1 หน่วยทดลอง ประโยชน์ของการทำซ้ำนั้น เพื่อช่วยในการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง ทำให้การทดลองมีความแม่นยำมากขึ้น

แผนแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design: CRD) เป็นแผนการทดลองที่กำหนดทรีตเมนต์ให้กับหน่วยทดลองทั้งหมดโดยการสุ่ม โดยที่หน่วยทดลองแต่ละหน่วยมีโอกาสที่จะได้รับทรีตเมนต์ใดทรีตเมนต์หนึ่งเท่า ๆ กัน

แผนแบบบล็อกสมบูรณ์เชิงสุ่ม (Randomized Complete Block Design: RCBD) ในกรณีที่หน่วยทดลองแต่ละหน่วยมีลักษณะที่แตกต่างกัน (Heterogeneous) ดังนั้นจะจัดกลุ่มให้กับหน่วยทดลอง โดยที่กำหนดให้หน่วยทดลองที่อยู่ภายในกลุ่มเดียวกันมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน ระหว่างกลุ่มมีลักษณะที่แตกต่างกัน กลุ่มของหน่วยทดลอง จะเรียกว่า บล็อก (Block)

แผนแบบบล็อกสมบูรณ์เชิงสุ่มเป็นแผนแบบการทดลองที่กำหนดทรีตเมนต์ให้หน่วยทดลองในบล็อกแต่ละบล็อกอย่างสุ่ม โดยทรีตเมนต์ต้องปรากฏครบทุกทรีตเมนต์เป็นจำนวนเท่ากันในแต่ละบล็อก โดยทั่วไปทรีตเมนต์จะปรากฏในแต่ละบล็อกเพียง 1 ครั้งเท่านั้น

ปริภูมิตัวอย่าง (Sample Space) คือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม แทนด้วย S

ตัวแปรสุ่ม (Random Variable) คือ ฟังก์ชันที่มีค่าเป็นจำนวนจริง ซึ่งกำหนดให้กับแต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง

ชนิดของตัวแปรสุ่ม

1) ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable) คือ ตัวแปรสุ่มซึ่งมีค่าเป็นจำนวนที่สามารถนับได้ เช่น จำนวนเหรียญที่ออกหัวจากการทดลอง จำนวนนักศึกษาที่สอบผ่าน

2) ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (Continuous Random Variable) คือ ตัวแปรสุ่มที่มีค่าอยู่บนช่วงของจำนวนจริง เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง อุณหภูมิ

พารามิเตอร์ (Parameter) คือ ค่าคงตัวที่แสดงคุณลักษณะบางประการของประชากร อาจจะเป็นค่าคงตัวส่วนหนึ่งที่ใช้ในการอธิบายฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น หรือฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของวงศ์การแจกแจง เช่น การแจกแจงปรกติมีพารามิเตอร์คือ ค่าเฉลี่ย μ, ค่าความแปรปรวน σ^2

สถิติ (Statistic) มี 2 ชนิด ได้แก่

ตัวสถิติ คือ ฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างสุ่มที่ใช้ในการอนุมานค่าพารามิเตอร์

ค่าสถิติ คือ ค่าของตัวสถิติที่คำนวณได้จากข้อมูลตัวอย่าง

ตัวอย่าง

1.2 ประเภทของข้อมูล

การแบ่งประเภทของข้อมูลมีหลายวิธี ดังนี้

1. แบ่งตามลักษณะของข้อมูลเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) เป็นข้อมูลที่ไม่สามารถวัดค่าเป็นตัวเลขได้ เป็นข้อมูลที่แสดงลักษณะ ประเภท หรือสมบัติในเชิงคุณภาพต่าง ๆ ไม่สามารถบอกขนาดความแตกต่างได้ว่ามากหรือน้อยกว่ากันแค่ไหน เช่น เพศ ระดับการศึกษา อาชีพ

1.2 ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data) เป็นข้อมูลที่สามารถวัดหรือการนับค่าแสดงเป็นตัวเลขได้ ใช้แทนขนาดหรือปริมาณ บอกความแตกต่าง หรือระบุค่ามากหรือน้อยได้ เช่น รายได้ ส่วนสูง อายุ น้ำหนัก จำนวนผู้มาใช้บริการตู้เอทีเอ็ม แบ่งได้ 2 ชนิด คือ

1.2.1 ข้อมูลไม่ต่อเนื่อง (Discrete Data) หมายถึง ข้อมูลที่มีค่าเป็นจำนวนที่สามารถนับได้ เช่น จำนวนสิ่งของ จำนวนคน

1.2.2 ข้อมูลต่อเนื่อง (Continuous Data) หมายถึง ข้อมูลที่มีค่าเป็นได้ทุกค่าของจำนวนจริง เช่น น้ำหนัก รายได้ ส่วนสูง

2. แบ่งตามแหล่งที่มาของข้อมูล มี 2 ประเภท คือ

2.1 ข้อมูลปฐมภูมิ (Primary Data) คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้ข้อมูลเป็นผู้จัดเก็บรวบรวมจากเจ้าของหรือต้นกำเนิดของข้อมูลโดยตรง อาจเก็บโดยการสัมภาษณ์ ทดลอง หรือสังเกตการณ์ ซึ่งอาจจะมีรายละเอียดครบตามกำหนดที่ผู้ใช้ต้องการ แต่จะเสียเวลาและค่าใช้จ่ายมาก

2.2 ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้ไม่ได้เก็บรวบรวมจากหน่วยที่ให้ข้อมูลโดยตรง มีผู้เก็บรวบรวมจากหน่วยที่ให้ข้อมูลไว้แล้ว การใช้ข้อมูลทุติยภูมิทำให้ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่าย แต่อาจจะไม่ตรงกับวัตถุประสงค์ หรือมีรายละเอียดไม่เพียงพอกับผู้ใช้ข้อมูล และผู้ใช้ข้อมูลไม่ทราบถึงข้อผิดพลาดของข้อมูล อาจทำให้ข้อสรุปผิดพลาด

3. แบ่งตามมาตราวัดของข้อมูล (Measurement Scale) แบ่งได้ 4 มาตรา ดังนี้

3.1 มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) เป็นมาตราวัดที่ใช้กับข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยแบ่งข้อมูลเป็นกลุ่ม เช่น เพศ อาชีพ สถานภาพสมรส กลุ่มเลือด

3.2 มาตราอันดับ (Ordinal Scale) เป็นมาตราวัดของข้อมูลที่สามารถบอกลักษณะเชิงเปรียบเทียบตามอันดับความสำคัญ แสดงความแตกต่างโดยอาศัยเกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่ง แต่ไม่สามารถบอกปริมาณความแตกต่างที่แท้จริงได้ เช่น ระดับการศึกษา เกรดของวิชาสถิติ

3.3 มาตราช่วง (Interval Scale) เป็นมาตราวัดข้อมูลเชิงปริมาณที่มีมาตรฐานการวัดที่แน่นอน สามารถหาความแตกต่างที่แท้จริงในแต่ละช่วงได้ แต่ไม่สามารถเปรียบเทียบอัตราความแตกต่างเป็นจำนวนเท่าได้ นั่นคือ ค่าเริ่มต้นที่ 0 มีความหมาย เช่น คะแนนจากการทดสอบวัดความรู้ การวัดอุณหภูมิ เป็นองศาเซลเซียส หรือองศาฟาเรนไฮต์ สามารถสรุปได้ว่า ค่า 0 ˚C ไม่ได้หมายถึงไม่มีอุณหภูมิ หรือผลต่างระหว่าง 50 ˚F กับ 0 ˚F เป็น 2 เท่าของผลต่างระหว่าง 25 ˚F กับ 0 ˚F แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า ความร้อน 50 ˚F ร้อนเป็น 2 เท่าของ 25 ˚F เพราะเมื่อเปลี่ยนเป็น

องศาเซลเซียสแล้วจะได้ว่า 50˚F = 10˚C และ 25˚F = -3.9˚C ซึ่งไม่เป็นอัตราส่วน 2:1 (0˚C = 32˚F, 100˚C = 212˚F)

3.4 มาตราอัตราส่วน (Ratio Scale) เป็นมาตราวัดที่สมบูรณ์มากที่สุด จุดเริ่มต้น คือ จุดศูนย์ที่แท้จริง สามารถบอกขนาดความแตกต่าง และสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างได้ เช่น ระยะทาง ความสูง รายได้ น้ำหนัก เป็นต้น

1.3 วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลอาจใช้วิธีการดังต่อไปนี้

1. สำมะโน (Census) คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลที่สนใจศึกษาจากทุกหน่วยในประชากร เช่น การสำมะโนประชากรของสำนักงานสถิติแห่งชาติ

2. การสำรวจตัวอย่าง (Sample Survey) คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มย่อยหรือบางหน่วยของประชากร เช่น สนใจศึกษาค่าใช้จ่ายต่อวันของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง จึงได้เก็บข้อมูลจากนักศึกษาของมหาวิทยาลัยแห่งนี้มา 200 คน (นักศึกษา 200 คน คือตัวอย่าง)

3. การทดลอง (Experiment) คือ กระบวนการเก็บข้อมูลที่ได้จากการวางแผนการทดลอง

1.4 การเลือกตัวอย่าง

การเลือกตัวอย่างแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. การเลือกตัวอย่างแบบใช้ความน่าจะเป็น (Probability Sampling) เป็นวิธีการเลือกตัวอย่างที่ใช้ความน่าจะเป็นในการเลือกหน่วยตัวอย่างในขั้นตอนต่าง ๆ ซึ่งทำให้สามารถประมาณคุณภาพของการอนุมานคุณลักษณะของประชากรที่สนใจศึกษาได้ เช่น

1.1 การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย (Simple Random Sampling)

เป็นการเลือกหน่วยตัวอย่างขนาด n จากประชากรขนาด N โดยที่หน่วยตัวอย่างแต่ละหน่วยในประชากรมีโอกาสถูกเลือกเข้ามาในตัวอย่างเท่า ๆ กัน วิธีการเลือกหน่วยตัวอย่าง โดยส่วนมากใช้การจับสลาก ตารางเลขสุ่ม (Random Number) หรือใช้เลขสุ่มจากโปรแกรมสำเร็จรูป เป็นต้น

การเลือกตัวอย่างแบบคืนที่ (Sampling with Replacement) เป็นการเลือกตัวอย่างขนาด n ที่หน่วยตัวอย่างแต่ละหน่วยมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆ กัน ในการเลือกแต่ละครั้ง และทำการคืนหน่วยตัวอย่างที่เลือกแล้วกลับเข้าไปในประชากรก่อนเลือกหน่วยตัวอย่างถัดไป ทำให้มีโอกาสได้หน่วยตัวอย่างเดียวกันมากกว่า 1 ครั้ง และความน่าจะเป็นของการเลือกได้ตัวอย่างมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{N^n}$ ส่วนการเลือกตัวอย่างแบบไม่คืนที่ (Sampling without Replacement) เป็นการเลือกตัวอย่างโดยไม่คืนหน่วยตัวอย่างที่เลือกกลับไปในประชากรก่อนเลือกหน่วยตัวอย่างถัดไป ทำให้ไม่มีโอกาสได้หน่วยตัวอย่างเดียวกันมากกว่า 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นของการเลือกได้ตัวอย่างมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{{}^{N}C_{n}}$

ตัวอย่าง

1.2 การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบมีระบบ (Systematic Random Sampling)

เป็นวิธีการเลือกหน่วยตัวอย่าง โดยทุก ๆ k หน่วยตัวอย่างของประชากรจะเลือกหน่วยตัวอย่างได้ 1 หน่วย เป็นวิธีการสุ่มที่ทำได้ง่าย และสะดวก โดยเฉพาะกรณีที่ไม่มีกรอบตัวอย่าง เช่น ต้องการประมาณค่าใช้จ่ายของนักท่องเที่ยวในการซื้อสินค้าของร้านค้าแห่งหนึ่ง หากไม่ทราบจำนวนนักท่องเที่ยวที่มาซื้อสินค้าทั้งหมด จึงกำหนดวิธีการสุ่มโดยกำหนดว่าจะสำรวจค่าใช้จ่ายในการซื้อสินค้าของนักท่องเที่ยวทุก ๆ 10 คน จนกระทั่งได้นักท่องเที่ยวครบ 50 คน

ถ้าต้องการเลือกหน่วยตัวอย่างขนาด n จากประชากร N จะทำโดยกำหนดหมายเลขแก่ประชากร จากนั้นทำการหาช่วง (Interval : I) โดย $I = \frac{N}{n} \approx k$ แล้วทำการเลือกเลขสุ่มหมายเลข 1 ถึง k มาหนึ่งหมายเลขอย่างง่ายด้วยความน่าจะเป็นที่เท่า ๆ กัน มีรูปแบบการสุ่ม 2 แบบ คือ การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบมีระบบเส้นตรง (Linear Systematic Random Sampling) ในกรณีที่ I เป็นจำนวนเต็ม และการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบมีระบบวงกลม (Circular Systematic Random Sampling) ในกรณีที่ I ไม่เป็นจำนวนเต็ม

1.3 การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิ (Stratified Random Sampling)

กรณีที่หน่วยต่าง ๆ ของประชากรมีลักษณะแตกต่างกันแต่สามารถจัดเป็นหมวดหมู่ได้ กรณีนี้ทำการแบ่งหน่วยต่าง ๆ ของประชากรออกเป็นส่วนย่อย เรียกว่า ชั้นภูมิ (Stratum) โดยที่หน่วยตัวอย่างในชั้นภูมิเดียวกันมีลักษณะคล้ายคลึงกันมากที่สุด (Homogeneous) และระหว่างชั้นภูมิมีลักษณะแตกต่างกันมากที่สุด (Heterogeneous) ภายใต้คุณลักษณะที่ศึกษา จะเลือกตัวอย่างจากแต่ละชั้นภูมิ โดยเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย หรือเลือกตัวอย่างแบบมีระบบ หรือการเลือกตัวอย่างโดยใช้ความน่าจะเป็นในการเลือกตัวอย่างเชิงสัดส่วนกับขนาดตัวอย่าง (Sampling with Probability Proportion to Size)

1.4 การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

หากคุณลักษณะที่สนใจของประชากรมีหลายแบบ และประชากรมีขนาดใหญ่ การกำหนดกรอบตัวอย่างอาจทำได้ไม่ครบถ้วน ดังนั้น กรณีเช่นนี้จะใช้วิธีแบ่งประชากรออกเป็นกลุ่ม ๆ เรียกว่า คลัสเตอร์ (Cluster) โดยให้ประชากรที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันมีลักษณะที่แตกต่างกัน (Heterogeneous) และประชากรที่อยู่ระหว่างกลุ่มมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน (Homogeneous) แล้วทำการสุ่มคลัสเตอร์จำนวนหนึ่งมาเป็นตัวแทนของประชากร โดยใช้วิธีการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย หรือการเลือกตัวอย่างแบบมีระบบก็ได้ แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลจากคลัสเตอร์ที่ตกเป็นหน่วยตัวอย่าง วิธีการนี้เป็นการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบกลุ่มขั้นเดียว

วิธีการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบกลุ่มสองขั้น คือ หลังจากแบ่งประชากรออกเป็นกลุ่ม ๆ (คลัสเตอร์) แล้ว ขั้นที่ 1 ทำการสุ่มคลัสเตอร์มา ขั้นที่ 2 สุ่มตัวอย่างจากคลัสเตอร์ที่สุ่มมาจากขั้นตอนที่ 1 ซึ่งตัวอย่างจากขั้นที่ 2 นี้ เป็นตัวอย่างขั้นสุดท้าย

2. การเลือกตัวอย่างแบบไม่ใช้ความน่าจะเป็น (Non-Probability Sampling) เป็นการเลือกตัวอย่างโดยไม่ใช้ความน่าจะเป็นในการเลือกหน่วยตัวอย่างในขั้นตอนต่าง ๆ (เป็นการเลือก

ตัวอย่าง

หน่วยตัวอย่างโดยไม่เป็นเชิงสุ่ม) การเลือกโดยวิธีนี้จะทำให้ได้ตัวอย่างเอนเอียง (Biased Sample) เกิดความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ (Systematic Error) ซึ่งจะแตกต่างจากความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error) และไม่สามารถวัดความเชื่อถือได้ (Reliability) อีกทั้งทำให้ไม่สามารถใช้ทฤษฎีทางสถิติในการอนุมานคุณลักษณะของประชากรได้ เช่น

2.1 การเลือกตัวอย่างแบบบังเอิญ (Accidental Sampling) เป็นวิธีการเลือกตัวอย่างโดยไม่มีกฎเกณฑ์ โดยจะเก็บข้อมูลจากหน่วยตัวอย่างใดก็ได้ที่เก็บได้ง่าย จนกว่าจะครบกำหนดตามที่ต้องการ ซึ่งถือความสะดวกสบายของผู้วิจัยเป็นหลัก บางครั้ง เรียกว่า **การเลือกตัวอย่างแบบสะดวก (Convenience Sampling)** เช่น เลือกเก็บข้อมูลของครัวเรือนที่อยู่ใกล้ถนนหรือทางเดิน

2.2 การเลือกตัวอย่างแบบโควตา (Quota Sampling) เป็นการเลือกตัวอย่างโดยจำแนกประชากรออกเป็นกลุ่ม ๆ ที่มีลักษณะที่สนใจที่เหมือนกัน แล้วเลือกตัวอย่างจากแต่ละกลุ่มตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้ล่วงหน้า (เรียกว่าระบบโควตา) ซึ่งไม่มีการสุ่มตัวอย่าง เพื่อให้กลุ่มตัวอย่างที่ได้กระจายอยู่ในแต่ละกลุ่ม โดยมีเงื่อนไขเพียงจำนวนรวมที่ต้องเลือกจากแต่ละกลุ่มย่อยครบตามโควตาก็ยุติการเก็บข้อมูลจากกลุ่มย่อยนั้น

2.3 การเลือกตัวอย่างตามพินิจ (Judgment Sampling) หรือ **การเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)** เป็นการเลือกตัวอย่างที่ต้องการรายละเอียดมาก ผู้วิจัยเป็นคนตัดสินใจพิจารณาเลือกหน่วยตัวอย่าง หรือเจาะจงหน่วยตัวอย่างที่จะเก็บรวบรวมข้อมูลตามที่ต้องการ ซึ่งวิธีนี้จะใช้ประสบการณ์ และความชำนาญของผู้วิจัย เช่น การสัมภาษณ์เชิงลึก การศึกษาในเรื่องที่มีลักษณะเฉพาะกลุ่ม เช่น เลือกคนหรือลูกค้าที่คิดว่ามีลักษณะเดียวกับคนหรือลูกค้าส่วนใหญ่ การวิเคราะห์สภาพเศรษฐกิจ เป็นต้น

2.4 การเลือกตัวอย่างแบบเฉพาะหน่วยที่เลือกได้สะดวก (Accessible Sampling) เป็นการเลือกตัวอย่างโดยยึดหลักความง่าย ความสะดวกในการเลือก เช่น การเลือกผลไม้จากภาชนะที่บรรจุ การเก็บข้อมูลของผลไม้จากสวน เป็นต้น

2.5 การเลือกตัวอย่างแบบสโนว์บอลล์ (Snowball Sampling) เป็นการเลือกตัวอย่างที่ผู้วิจัยทำการสุ่มหน่วยตัวอย่างที่มีลักษณะที่สนใจ มาจำนวนหนึ่งแล้วเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นให้หน่วยตัวอย่างกลุ่มนี้ แนะนำตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กันบางลักษณะต่อไปอีกจำนวนหนึ่ง ผู้วิจัยก็ทำการเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่ถูกแนะนำ ทำต่อไปจนได้ตัวอย่างครบตามที่ต้องการ การเลือกตัวอย่างแบบสโนว์บอลล์ จะมีการเพิ่มขนาดตัวอย่างทุกครั้ง ซึ่งเหมือนกับการกลิ้งหิมะไปรอบ ๆ จนลูกหิมะมีขนาดใหญ่ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า **การเลือกตัวอย่างแบบลูกโซ่**

2.6 การเลือกตัวอย่างจากประชากรที่มีการเคลื่อนไหว (Sampling of Mobile Population) เป็นการเลือกตัวอย่างจากประชากรที่มีการเคลื่อนไหว และเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา เพื่อประมาณจำนวนประชากร เช่น ปลาบึกในแม่น้ำ สัตว์ป่า วิธีการคือ ทำการเลือกตัวอย่างมาจำนวนหนึ่งแล้วทำสัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายแล้วปล่อยตัวอย่างคืนไปในประชากร หลังจากหน่วยตัวอย่างต่าง ๆ ที่ปล่อยไปปะปนกันดีแล้วสักระยะเวลาหนึ่งจากนั้นทำการเลือกหน่วยตัวอย่างมาจำนวนหนึ่ง และ

ตัวอย่าง

สังเกตดูว่ามีหน่วยตัวอย่างใดบ้างที่มีสัญลักษณ์ที่กำหนด วิธีการนี้เรียกอีกอย่างว่า **การเลือกตัวอย่างแบบจับ-จับใหม่ (Capture-recapture Sampling)** ตัวอย่างเช่น ต้องการประมาณจำนวนปลาบึกทั้งหมดในแม่น้ำโขง ดังนั้น จะได้ค่าประมาณปลาบึกในแม่น้ำโขง ดังนี้

$$N \approx \frac{n\,r}{k}$$

N = ค่าประมาณจำนวนปลาบึกในแม่น้ำโขง

n = จำนวนปลาบึกที่จับได้ในครั้งที่ 1

r = จำนวนปลาบึกที่จับได้ในครั้งที่ 2

k = จำนวนปลาบึกที่มีสัญลักษณ์ในการจับครั้งที่ 2

1.5 การทดสอบสมมุติฐาน

ความหมายและชนิดของสมมุติฐาน

การทดสอบสมมุติฐาน (Hypothesis Testing) เป็นกระบวนการทดสอบคุณลักษณะบางประการของประชากร หรือค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าเป็นไปตามที่คาดหรือไม่ (การตัดสินใจเกี่ยวกับค่าของพารามิเตอร์) การกำหนดสมมุติฐานนั้นมีการกำหนด 2 แบบ คือ สมมุติฐานเชิงบรรยาย (Descriptive Hypothesis) ซึ่งเป็นสมมุติฐานที่อยู่ในลักษณะของข้อความการบรรยาย เช่น ราคาขายของรถยนต์มือสองมีความสัมพันธ์กับอายุการใช้งานของรถยนต์ รายจ่ายของนักศึกษาหญิงมากกว่ารายจ่ายของนักศึกษาชาย และสมมุติฐานเชิงสถิติ (Statistical Hypothesis) คือ ประโยคหรือข้อความเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของหนึ่งประชากรหรือหลายประชากรที่ต้องการทดสอบว่าถูกต้องหรือไม่ โดยใช้วิธีการทางสถิติ ซึ่งนิยมเขียนอยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของพารามิเตอร์ เช่น อายุการใช้งานของแบตเตอรี่ในโรงงานแห่งหนึ่ง มีค่าเท่ากับ 3 ปี ให้ μ แทนอายุการใช้งานเฉลี่ยของแบตเตอรี่จากโรงงาน ดังนั้น จะตั้งสมมุติฐานว่า $\mu = 3$ สมมุติฐานแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1) สมมุติฐานจริง (สมมุติฐานเพื่อการทดสอบ) หรือสมมุติฐานว่าง (Null Hypothesis) แทนด้วย H_0

2) สมมุติฐานแย้ง หรือสมมุติฐานทางเลือก (Alternative Hypothesis) แทนด้วย H_1 หรือ H_a

การทดสอบสมมุติฐานจะพิจารณาจากการแจกแจงของตัวสถิติที่ได้จากตัวอย่างในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมมุติฐานนั้น ๆ ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร μ นั้น โดยปกติแล้วจะใช้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง $\bar{X}$ ทำการประมาณ ทำนองเดียวกันในการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร μ ก็จะพิจารณาจากการแจกแจงของค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง $\bar{X}$ ในการทดสอบ ซึ่งจะเรียกว่า **ตัวสถิติทดสอบ** (Test Statistic) การที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมุติฐานนั้นจะพิจารณาจากค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบว่าตกอยู่ในอาณาเขตที่ยอมรับ H_0 หรือ ปฏิเสธ H_0 และจะเรียกอาณาเขตปฏิเสธ H_0 ว่า **เขตวิกฤต** (Critical Region) หรือ**เขตปฏิเสธ** (Rejection Region)

ตัวอย่าง

ซึ่งเป็นเซตของค่าสถิติทดสอบจากตัวอย่างสุ่มที่ทำให้ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง ส่วนค่าที่กำหนดขอบเขตของอาณาเขตปฏิเสธก็จะเรียกว่า **ค่าวิกฤต** (Critical Value)

ความผิดพลาดในการทดสอบสมมุติฐาน

เนื่องจากการทดสอบสมมุติฐานจะใช้ข้อมูลจากตัวอย่างทำการอ้างอิงถึงประชากรอาจทำให้เกิดความผิดพลาดในการสรุปผล ซึ่งความผิดพลาดมี 2 แบบ

1) ความผิดพลาดแบบที่ 1 (Type I Error) คือ ความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 เป็นจริง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดชนิดนี้เรียกว่า ระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) นั่นคือ P (ปฏิเสธ $H_0 \mid H_0$ จริง) = α

2) ความความผิดพลาดแบบที่ 2 (Type II Error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดสินใจไม่สามารถปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 ไม่จริง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดชนิดนี้แทนด้วย β นั่นคือ P (ไม่สามารถปฏิเสธ $H_0 \mid H_0$ ไม่จริง) = β และจะเรียก $(1-\beta)$ ว่า **กำลังการทดสอบ** (Power of a Test) ซึ่งเป็นการตัดสินใจถูกต้องที่จะปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 ไม่จริง

ตารางที่ 1.1 การตัดสินใจในการทดสอบสมมุติฐาน

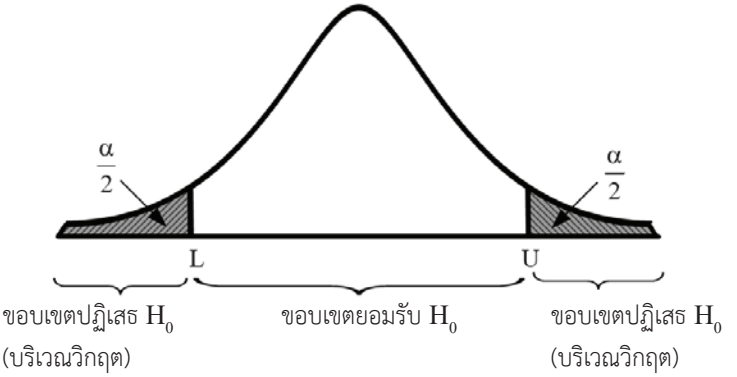
ผลการทดสอบ	H_0 จริง	H_0 ไม่จริง
ปฏิเสธ H_0	Type I Error	ตัดสินใจถูกต้อง
ไม่สามารถปฏิเสธ H_0	ตัดสินใจถูกต้อง	Type II Error

พบว่าค่า α และ β แปรผกผันกัน คือ ถ้าค่า α มาก ค่า β จะน้อย หรือถ้าค่า α น้อย ค่า β จะมาก ในการทดสอบสมมุติฐานจะต้องพยายามควบคุมให้ค่า α และ β มีค่าน้อย ๆ วิธีการหนึ่งที่จะทำให้ α และ β มีค่าน้อยคือ การเพิ่มขนาดตัวอย่าง ในการทดสอบสมมุติฐานโดยทั่วไปแล้วจะกำหนดค่า α หรือระดับนัยสำคัญก่อนการทดสอบ

ประเภทของการทดสอบสมมุติฐาน

การทดสอบ 2 ด้าน (Two-sided Test) คือ สมมุติฐานที่อยู่ในรูป $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$ มีขอบเขตของการยอมรับและปฏิเสธสมมุติฐานว่าง (H_0) โดย θ แทนพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบสมมุติฐาน ดังรูป ซึ่งขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) มี 2 ด้านและค่าวิกฤตคือ L และ U

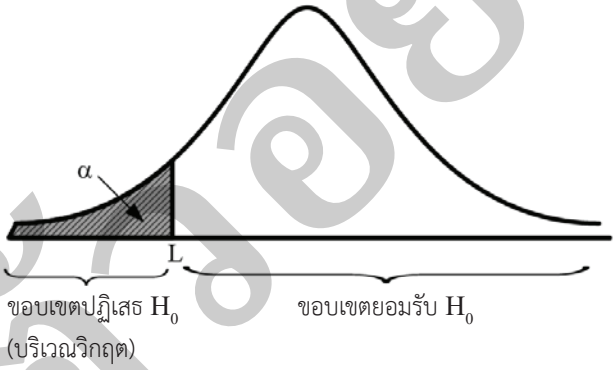
ตัวอย่าง



รูปที่ 1.1 ขอบเขตของการทดสอบ $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$

การทดสอบด้านเดียว (One-sided Test)

ถ้าสมมุติฐานอยู่ในรูป $H_0 : \theta \geq \theta_0$, $H_1 : \theta < \theta_0$ จะมีขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) อยู่ด้านซ้ายและค่าวิกฤตคือ L



รูปที่ 1.2 ขอบเขตของการทดสอบ $H_0 : \theta \geq \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

ถ้าสมมุติฐานอยู่ในรูป $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $H_1 : \theta > \theta_0$ จะมีขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) อยู่ด้านขวาและค่าวิกฤตคือ U

ตัวอย่าง