Physics

Quick & Easy

eBook Version

สรุปฟิสิกส์ ม.ปลาย

ตามหลักสูตร
ของ สสวท.

ผู้เขียน :
วีรวุฒิ สถิตอภิบาลกุล

Physics

Quick & Easy

สรุปฟิสิกส์ ม.ปลาย

Physics Quick & Easy สรุปฟิสิกส์ม.ปลาย

ผู้แต่ง วีรวุฒิ สถิตอภิบาลกุล

พิมพ์ครั้งที่ 1 มิถุนายน 2565

ISBN (eBook) 978-616-590-879-5

ราคา 190

จัดทำโดย วีรวุฒิ สถิตอภิบาลกุล

ออกแบบปก สัมฤทธิ์ วงศ์หยกสุริยา โทร. 089 261 7479

สั่งซื้อได้ที่ ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
http://www.chulabook.com
โทร. 086 323 3703-4, 02 255 4433
customer@cubook.chula.ac.th,
info@cubook.chula.ac.th
Apps: CU-eBook Store

คำนำ

เมื่อพูดถึงวิชาฟิสิกส์ พี่เชื่อว่าน้องหลายคนพอได้ยินต่างก็คงร้องยี้กันเป็นแถวเพราะต่างก็บอกว่ายาก แต่ถ้ามีการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ เป็นขั้นเป็นตอน และรู้จักเชื่อมโยงเนื้อหาในแต่ละบทเข้าด้วยกัน วิชานี้จะไม่ใช่อะไรที่ยากเลย โดยหนังสือ “Physics Quick & Easy สรุปฟิสิกส์ม.ปลาย” นี้ จะสรุปเนื้อหาให้ออกมาไม่สั้นเกินไปจนอ่านไม่รู้เรื่อง และไม่ยาวเกินไปจนไม่อยากอ่าน ซึ่งจะบรรยายเชื่อมโยงเนื้อหาให้เห็นภาพของฟิสิกส์ พร้อมกับโจทย์ปัญหา ทำให้เข้าใจมุมมองต่าง ๆ มากขึ้น

ในระดับม.ปลาย เราสามารถแบ่งเนื้อหาวิชาฟิสิกส์ออกได้ 5 กลุ่ม โดยเล่มนี้เป็นเนื้อหาใน 3 กลุ่มแรกตามหลักสูตรใหม่ของสสวท. แต่คงไม่ได้เรียงตามบทเพราะบางบท (และบางหัวข้อ) เป็นเนื้อหาในหลักสูตรเก่าที่พี่คิดว่าสำคัญ ซึ่งน้องสามารถอ่านเพิ่มเพื่อนำไปใช้ทำข้อสอบในสนามสอบอื่น ๆ ได้ โดยในตอนแรกพี่ตั้งใจจะสรุปเนื้อหาทั้งหมดไว้ในเล่มเดียว แต่เนื่องจากติดปัญหาบางประการทำให้ยังไม่สามารถเขียนเนื้อหาที่เหลือได้ จึงทำเล่มนี้ออกมาก่อนโดยทำในรูปแบบ eBook หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้คงจะมีประโยชน์ต่อน้องไม่มากก็น้อยนะครับ!

วีรวุฒิ สถิตอภิบาลกุล

วศ.บ. อิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สารบัญ

01

บทนำ

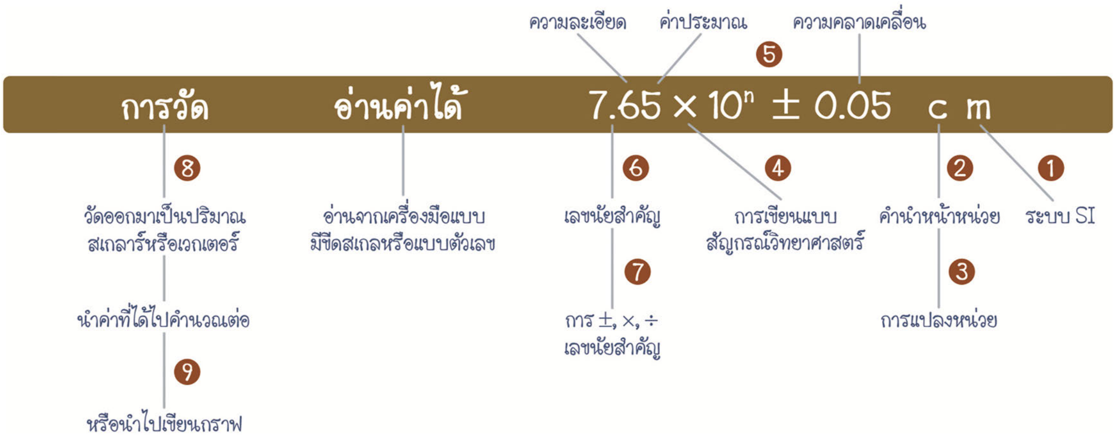
- ธรรมชาติและพัฒนาการทางฟิสิกส์
- ระบบหน่วยระหว่างชาติ
- คำนำหน้าหน่วย
- การแปลงหน่วย
- สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
- ความไม่แน่นอนในการวัด
- เลขนัยสำคัญ
- การบันทึกผลการคำนวณ
- การรายงานความคลาดเคลื่อน
- ปริมาณทางฟิสิกส์
- กราฟในวิชาฟิสิกส์

ธรรมชาติและพัฒนาการทางฟิสิกส์

ฟิสิกส์ (physics) เป็นคำกรีกหมายถึงธรรมชาติ เป็นวิทยาศาสตร์แขนงหนึ่งที่ศึกษาเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ในธรรมชาติ หรือทำนายสิ่งที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต \ การค้นคว้าหาความรู้ทางฟิสิกส์ได้มาจาก 1. **การสังเกต → การทดลอง → การเก็บรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์** หรือ 2. **การสร้างแบบจำลองทางความคิด** | แล้วสรุปเป็น**หลักการ กฎ** หรือ**ทฤษฎี** เช่น การที่โวลตาประสบความสำเร็จในการประดิษฐ์แบตเตอรี่ ทำให้เออร์สเตดนำไปทดลองและพบโดยบังเอิญว่ากระแสไฟฟ้า (สร้างสนามแม่เหล็ก) ทำให้เข็มทิศเบนได้ นำไปสู่การที่ฟาราเดย์หาวิธีที่แม่เหล็กจะสร้างกระแสไฟฟ้าได้บ้าง จนเกิดเป็นกฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ ต่อมาแมกซ์เวลล์นำพื้นฐานนี้มาสร้างแบบจำลองทางความคิดแล้วเสนอเป็นทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จนเฮิรตซ์พิสูจน์ได้ว่าทฤษฎีนี้เป็นจริง \ จะเห็นว่าพัฒนาการของหลักการและแนวคิดทางฟิสิกส์ได้มาจากข้อมูลที่สั่งสมต่อกันมา หรือนำมาตีความหมายใหม่จากมุมมองที่เปลี่ยนไป เนื่องจากหลักการ กฎ หรือทฤษฎีที่พัฒนาขึ้น ทำให้ได้ความรู้ใหม่ ปัจจุบันนักฟิสิกส์ได้พัฒนาต่อยอดความรู้จากเดิมไปไกลมาก เช่น การค้นพบคลื่นแรงโน้มถ่วง หรือค้นพบอนุภาคมูลฐาน เช่น ควาร์ก มิวออน นิวตริโน ฮิกส์โบซอน เป็นต้น โดยหนึ่งในความสำเร็จนี้ได้มาจากการพัฒนาของ**เครื่องมือวัด** \ ความรู้ทางฟิสิกส์เป็นพื้นฐานในการพัฒนาเทคโนโลยีทำให้คุณภาพชีวิตดีขึ้น เช่น ความรู้เกี่ยวกับความร้อนทำให้เกิดเครื่องจักรไอน้ำ จึงนำไปสู่การปฏิวัติอุตสาหกรรมที่ใช้แรงงานคนน้อยลง ในทางกลับกัน เทคโนโลยีที่ทันสมัยก็ทำให้มีการค้นพบความรู้ใหม่ทางวิทยาศาสตร์ในสาขาอื่นด้วย เช่น เคมี ชีวะ เทคโนโลยีด้านพลังงาน และเทคโนโลยีด้านสื่อสารโทรคมนาคม เป็นต้น

วิชาฟิสิกส์จำแนกได้เป็นสาขาต่าง ๆ เช่น กลศาสตร์ คลื่น เสียง แสง ไฟฟ้าและแม่เหล็ก ความร้อน ฟิสิกส์อะตอม ฟิสิกส์นิวเคลียร์ และฟิสิกส์อนุภาค แต่โดยภาพรวมพี่ขอแบ่งเป็นกลุ่มใหญ่ ๆ 5 กลุ่ม ตามแผงผังด้านล่างนี้

เนื้อหาในบทนี้มีหลายเรื่องด้วยกัน และมีความสำคัญเพราะจะเป็นการปูพื้นฐานเพื่อนำไปใช้ศึกษาในบทอื่นต่อไป ก็ขอให้น้องทำความเข้าใจดี ๆ นะครับ โดยด้านล่างนี้เป็นภาพคร่าว ๆ ของเนื้อหาในบทนี้



ระบบหน่วยระหว่างชาติ ❶

การวัดปริมาณต่าง ๆ ออกมานอกจากจะมีการระบุตัวเลขแล้ว ยังต้องบอกหน่วยกำกับด้วย แต่ปริมาณหนึ่ง ๆ อาจมีได้หลายหน่วย **องค์การระหว่างประเทศว่าด้วยการมาตราฐาน** (ISO: International Organization for Standardization) จึงได้กำหนดระบบหน่วยมาตรฐานที่เรียกว่า **ระบบหน่วยระหว่างชาติ** (The International System of Units) หรือ**ระบบเอสไอ** (SI) ให้ทุกประเทศใช้เป็นมาตรฐานเดียวกัน โดยประกอบด้วยหน่วยฐาน (base units) ซึ่งเป็นหน่วยหลักของระบบเอสไอ มีทั้งหมด 7 หน่วย และหน่วยอนุพัทธ์ (derived units) ซึ่งเป็นหน่วยที่เกิดจากหน่วยฐานหลายหน่วย ดังนี้

ปริมาณอนุพัทธ์	ชื่อหน่วย	ในเทอมของเอสไออื่น	ในเทอมของหน่วยฐาน
ความถี่	เฮิรตซ์ (Hz)	--	s^{-1}
แรง	นิวตัน (N)	--	$m.kg.s^{-2}$
ความดัน	พาสคัล (Pa)	N/m^2	$m^{-1}.kg.s^{-2}$
พลังงาน งาน ปริมาณความร้อน	จูล (J)	N.m	$m^2.kg.s^{-2}$
กำลัง ฟลักซ์การแผ่รังสี	วัตต์ (W)	J/s	$m^2.kg.s^{-3}$
ประจุไฟฟ้า ปริมาณไฟฟ้า	คูลอมบ์ (C)	--	s.A
ศักย์ไฟฟ้า อีเอ็มเอฟเหนี่ยวนำ	โวลต์ (V)	W/A	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-1}$
ความจุ	ฟารัด (F)	C/V	$m^{-2}.kg^{-1}.s^4.A^2$
ความต้านทาน	โอห์ม (Ω)	V/A	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$
ความนำ	ซีเมนส์ (S)	A/V	$m^{-2}.kg^{-1}.s^3.A^2$
ฟลักซ์แม่เหล็ก	เวเบอร์ (Wb)	V.s	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-1}$
ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	เทสลา (T)	Wb/m^2	$kg.s^{-2}.A^{-1}$
ความเหนี่ยวนำ	เฮนรี (H)	Wb/A	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-2}$
ฟลักซ์ส่องสว่าง	ลูเมน (lm)	cd.sr	cd
ความสว่าง	ลักซ์ (lx)	lm/m^2	$m^{-2}.cd$
กัมมันตภาพ	เบ็กเคอเรล (Bq)	--	s^{-1}
ขนาดกำหนดของกัมมันตภาพรังสี	ซีเวิร์ต (Sv)	J/kg	$m^2.s^{-2}$
ขนาดกำหนดของการดูดกลืนของรังสีที่ทำให้แตกตัวเป็นไอออน	เกรย์ (Gy)	J/kg	$m^2.s^{-2}$
มุมระนาบ	เรเดียน (rad)	--	m/m
มุมตัน	สตีเรเดียน (sr)	--	m^2/m^2

ปริมาณฐาน	ชื่อหน่วย (สัญลักษณ์)
ความยาว	เมตร (m)
มวล	กิโลกรัม (kg)
เวลา	วินาที (s)
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์ (A)
อุณหภูมิอุณหพลวัติ	เคลวิน (K)
ปริมาณของสาร	โมล (mol)
ความเข้มของการส่องสว่าง	แคนเดลา (cd)

คำนำหน้าหน่วย ❷

คำนำหน้าหน่วย (prefix) หรือคำอุปสรรค เป็นคำที่ใช้กำกับข้างหน้าหน่วยเพื่อทำให้หน่วยที่ใช้ใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง เวลานำไปเขียนหรือบันทึกข้อมูลจะได้สะดวกและรวดเร็ว เช่น ระยะทาง 85,000 เมตร = 85×10^3 เมตร 10^3 เป็นคำนำหน้าหน่วยของกิโล จึงเขียนแทนด้วย 85 กิโลเมตร หรือ 85 km (จาก m → km หน่วยใหญ่ขึ้น)

ตัวคูณ	คำนำหน้าหน่วย	สัญลักษณ์
10^{24}	yotta (ยอตตะ)	Y
10^{21}	zetta (เซตตะ)	Z
10^{18}	exa (เอกซะ)	E
10^{15}	peta (เพตะ)	P
10^{12}	tera (เทระ)	T
10^9	giga (จิกะ)	G
10^6	mega (เมกะ)	M
10^3	kilo (กิโล)	k
10^2	hecto (เฮกโต)	h
10^1	deca (เดคา)	da

ตัวคูณ	คำนำหน้าหน่วย	สัญลักษณ์
10^{-24}	yocto (ยอคโต)	y
10^{-21}	zepto (เซพโต)	z
10^{-18}	atto (อัตโต)	a
10^{-15}	femto (เฟมโต)	f
10^{-12}	pico (พิโก)	p
10^{-9}	nano (นาโน)	n
10^{-6}	micro (ไมโคร)	μ
10^{-3}	milli (มิลลิ)	m
10^{-2}	centi (เซนติ)	c
10^{-1}	deci (เดซิ)	d

การแปลงหน่วย ❸

การแปลงหน่วยเป็นการทำให้หน่วยของปริมาณนั้นใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง โดยมีหลักคือ ❶ การ**คูณ 1** เข้าไป เช่น ถ้าต้องการแปลงให้เป็น "ไมโคร" เราจะต้อง $\times 1$ คือ $\times \frac{\mu}{10^{-6}}$ เข้าไป โดยคง μ ที่ต้องการไว้, ❷ หากมี**คำนำหน้าหน่วยเดิม** ให้เปลี่ยนเป็นตัวคูณ แล้วรวมตัวคูณทุกตัวเข้าด้วยกัน ดังตัวอย่างด้านล่างนี้

e.g.1 8 cm เป็น ? m

$8\ \text{cm} = 8\times10^{-2}\ \text{m}$ ❷

[เปลี่ยน c เป็นตัวคูณปกติ]

e.g.2 8 cm² เป็น ? m²

$8\ \text{c}^2\text{m}^2 = 8\times(10^{-2})^2\ \text{m}^2 = 8\times10^{-4}\ \text{m}^2$ ❷

[$\text{c}^2\text{m}^2 = (\text{cm})^2$ แต่นิยมเขียนย่อเป็น cm²]

*หน่วย $1/\text{GHz} = (\text{GHz})^{-1} = \text{G}^{-1}\text{Hz}^{-1}$ แต่เขียนย่อได้เป็น GHz^{-1}

e.g.3 8 m เป็น ? μm

$8 \times \left(\frac{\mu}{10^{-6}}\right) \text{m} = 8\times10^{6}\ \mu\text{m}$ ❶

e.g.4 8 mg เป็น ? kg

$8\times10^{-3}\times\left(\frac{\text{k}}{10^{3}}\right) \text{g} = 8\times10^{-6}\ \text{kg}$ ❷ ❶

×1

e.g.5 1 km/h เป็น ? m/s

$1\ \text{k}\frac{\text{m}}{\text{h}} = 1\times10^{3}\times\left(\frac{1\ \text{h}}{3{,}600\ \text{s}}\right)\frac{\text{m}}{\text{h}} = \frac{5}{18}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}}$ คูณด้วย $\frac{5}{18}$

$\frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \frac{\text{km}}{\text{h}}$ คูณด้วย $\frac{18}{5}$

e.g.6 1 g/cm³ เป็น ? kg/m³

$1\ \frac{\text{g}}{\text{c}^3\text{m}^3} = 1\times\left(\frac{\text{k}}{10^{3}}\right)\frac{\text{g}}{10^{-6}\text{m}^3} = 10^{3}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

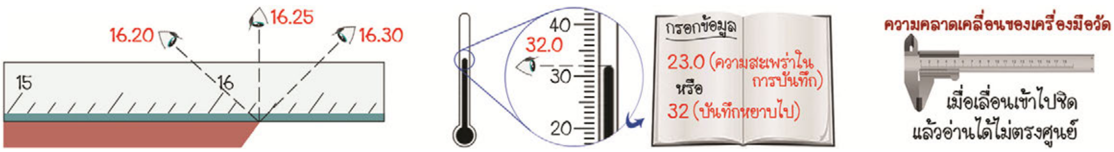
ดังนั้นวัตถุ ค.น.น. 5 g/cm³ จะ = 5,000 kg/m³

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ❹

ปริมาณทางฟิสิกส์ที่มีค่ามากหรือน้อยกว่า 1 มาก ๆ จะเกิดความยุ่งยากเวลานำไปใช้งาน จึงนิยมเขียนในรูป $\mathbf{A\times10^{n}}$ เมื่อ $1 \le A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เช่น 1,700 mm = 1.7×10^{3} mm, 0.035 kg = 3.5×10^{-2} kg

ความไม่แน่นอนในการวัด ❺

เครื่องมือวัดแต่ละชนิดมีความแม่นยำและความละเอียดไม่เท่ากัน เราจึงควรเลือกเครื่องมือให้เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการวัด เพื่อให้มีความคลาดเคลื่อนจากค่าจริงน้อยที่สุด โดยขึ้นอยู่กับเครื่องมือวัด วิธีการที่ใช้วัด ความสามารถและประสบการณ์ของผู้วัด \ ตัวอย่างบางส่วนของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นแสดงดังรูป



<u>ความคลาดเคลื่อน</u> (error) คือ ความแตกต่างระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าจริง

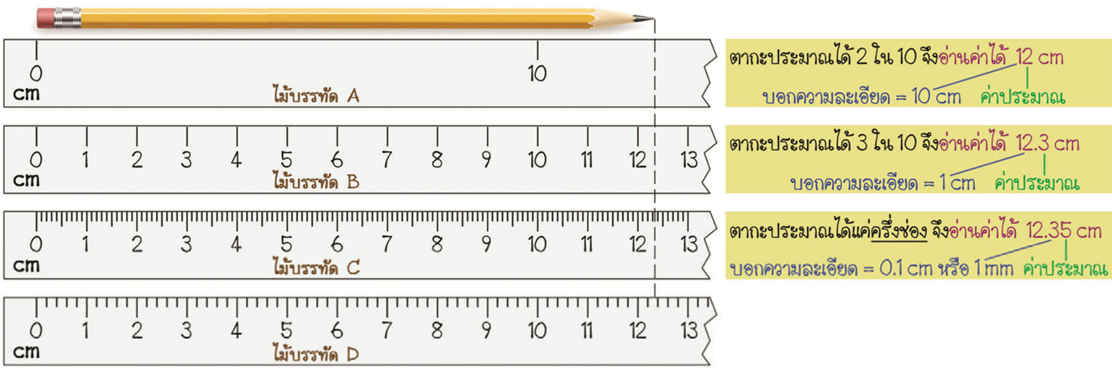
<u>ความแม่นยำ</u> (accuracy) คือ ความสามารถของอุปกรณ์ที่วัดค่าได้ใกล้เคียงกับค่าจริง

<u>ความเที่ยงตรงหรือความละเอียด</u> (precision) คือ ความสามารถของอุปกรณ์ที่วัดค่าได้ใกล้เคียงกันมากทุกครั้ง

ความแม่นยำต่ำ ความเที่ยงตรงสูง | ความแม่นยำสูง ความเที่ยงตรงต่ำ | ความแม่นยำสูง ความเที่ยงตรงสูง | ความแม่นยำต่ำ ความเที่ยงตรงต่ำ

ดังนั้นอุปกรณ์ที่มีความแม่นยำก็ไม่จำเป็นต้องเที่ยง และอุปกรณ์ที่มีความเที่ยงก็ไม่จำเป็นต้องแม่นยำ ดังเช่นความคลาดเคลื่อนเคลื่อนจากเวอร์เนียร์แคลิเปอร์ในรูปด้านบน ↗ ที่จะมีความเที่ยงเท่าเดิมแต่ความแม่นยำลดลงเพราะค่าเริ่มต้นไม่ตรงเลข 0

ในการวัด เราจะบันทึกผลตามความละเอียดของเครื่องมือวัด พร้อมความไม่แน่นอนในการวัดจากการประมาณด้วยสายตา โดยหากใช้การประมาณแบบ **10 ส่วน** **ตำแหน่งก่อนสุดท้าย**จะบอกถึงความละเอียดของเครื่องมือวัด ส่วน**ตำแหน่งสุดท้าย**เป็นตัวเลขที่เราประมาณด้วยสายตา แต่ถ้าช่องมีขนาดเล็กจะใช้การประมาณครึ่งช่องหรือแบ่ง **2 ส่วน** ดังตัวอย่างในรูปด้านล่างนี้ โดยค่าที่อ่านได้จากไม้บรรทัด A อาจเป็น 11 หรือ 13 cm ก็ได้ จึงมีการใส่ ± ความคลาดเคลื่อนลงไป ซึ่งจะได้ 12 ± 1 cm, ไม้บรรทัด B ก็จะได้ 12.3 ± 0.1 cm และไม้บรรทัด C จะได้ 12.35 ± 0.05 cm \ แต่ถ้าสเกลละเอียดสุดมีขนาด 0.2 cm ดังเช่นไม้บรรทัด D ค่าประมาณครึ่งช่องคือ 0.1 cm ค่านี้ไม่ทำให้ตำแหน่งเพิ่มขึ้นแต่อย่างใด จึงบันทึกได้เป็น 12.3 ± 0.1 cm \ การกะประมาณขึ้นกับทักษะของแต่ละคน ค่าที่อ่านได้จากไม้บรรทัด B อาจใช้การแบ่ง **4 ส่วน** ซึ่งจะได้ 12.25 ± 0.25 cm หากการบันทึกความคลาดเคลื่อนถูกจำกัดให้มีเลขนัยสำคัญ 1 ตัว จะถูกปัดเป็น 12.3 ± 0.3 cm ทั้งหมดนี้จะเห็นว่าค่าประมาณกับความคลาดเคลื่อนจะอยู่ในระดับเดียวกัน คือ ไม่ควรเขียน 12.xx ± 0.x หรือ 12.x ± 0.0x เป็นต้น (ความคลาดเคลื่อนจะเป็นตัวกำหนดจำนวนเลขฯ ดัง e.g.11)



บอกความละเอียดได้ 0.01 cm
หรือ 0.1 mm
อ่านค่าได้ X.XX X cm

บอกความละเอียดได้ 0.001 cm
หรือ 0.01 mm
อ่านค่าได้ X.XX XX cm

*หากดินสอนี้ยาวพอดี 10 cm เมื่อวัดด้วยไม้บรรทัด C จะต้องบันทึก 10.00 ไม่ควรบันทึก 10 หรือ 10.0 เพราะหากบันทึกหยาบ เราก็ต้องใช้ข้อมูลอย่างหยาบนั้นต่อไป

e.g.7 ตัวเลขแสดงความหนาของวัตถุหนึ่งถูกบันทึกไว้ที่ 1.432 cm เครื่องมือนี้วัดได้ละเอียดเท่าใด

<u>ตอบ</u> ความละเอียดของเครื่องมือนี้ = 1/100 cm หรือ 0.01cm หรือ 0.1 mm

e.g.8 ถ้าต้องการวัดความต่างศักย์ของถ่านไฟฉายก้อนหนึ่งด้วยโวลต์มิเตอร์แบบเข็มซึ่งสามารถอ่านค่าได้เต็มสเกลเท่ากับ 5 V และมีสเกลละเอียดที่สุดเท่ากับ 0.1 V ข้อใดต่อไปนี้แสดงการอ่านค่าได้เหมาะสมที่สุด

ก. 1.5 V ข. 1.55 V ค. 1.552 V ง. 1.5520 V

<u>ตอบ</u> ข. \ เพราะช่องเล็กมีขนาด 0.1 V ค่าประมาณครึ่งช่องคือ 0.05 V จึงควรเสนอผลการวัดถึงทศนิยมตำแหน่งที่สอง

e.g.9 แอมมิเตอร์อ่านเต็มสเกลได้ 10 A แต่ละช่วงแอมแปร์แบ่งเป็น 5 ขีด การเสนอผลการวัดข้อใดเหมาะสมที่สุด

ก. 2 A ข. 2.4 A ค. 2.45 A ง. 2.426 A

<u>ตอบ</u> ข. \ แต่ละช่วงแอมฯ = 1 A แบ่งเป็น 5 ขีด ได้ขีดละ 0.2 A ค่าประมาณครึ่งช่องคือ 0.1 A จึงเสนอผลการวัดตามช้อย ข.

เลขนัยสำคัญ ❻

เลขนัยสำคัญ (significant figures) คือ ตัวเลขที่ได้จากการวัด จำนวนเลขนัยสำคัญขึ้นกับความละเอียดของเครื่องมือวัด โดย 1 - 9 ทุกตัวเป็นเลขนัยสำคัญ 69 มีเลขฯ 2 ตัว, 555 มีเลขฯ 3 ตัว (ไม่ใช่ 1 ตัวนะ) \ ตัวที่มีปัญหาจึงเป็นเลข 0 ซึ่ง 0 ที่อยู่ระหว่าง 1 - 9 เป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 10810.09 มีเลขฯ 7 ตัว \ และ 3.000 cm ที่วัดด้วยเวอร์เนียร์แคลิเปอร์ มีเลขฯ 4 ตัวเพราะ 0 สองตัวสุดท้ายมีนัยสำคัญที่บอกถึงความละเอียดของเครื่องมือวัดและค่าประมาณ \ แต่ 0 ที่อยู่หน้าเลขตัวอื่นไม่เป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 0.002070 มีเลขฯ 4 ตัว \ ส่วน 0 ที่อยู่หลังเลขตัวอื่นที่เป็นจำนวนเต็มจะเป็นเลขนัยสำคัญหรือไม่ก็ได้ ขึ้นกับความละเอียดที่เราต้องการบันทึกในแบบสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เช่น 4,000 มีเลขฯ ได้ 4, 3, 2 หรือ 1 ตัว คือ 4.000×10^3, 4.00×10^3, 4.0×10^3 และ 4×10^3 ตามลำดับ นอกจากนี้ยังมีรายละเอียดอีกเล็กน้อยดังตัวอย่างด้านล่างนี้ \ **ค่าคงตัวทั้งหลาย เช่น e, π หรือเลข 2 ในสูตร 2πR ไม่นับเป็นเลขนัยสำคัญ**

e.g.10 ระยะทางจากกรุงเทพฯถึงนราธิวาสเป็น 1150 km ท่านคิดว่า 1150 มีเลขนัยสำคัญกี่ตัว

ตอบ 4 ตัว \ เพราะถนนมีหลักกิโลเมตรเป็นตัววัด ความละเอียดจึงอยู่ที่ 1 km จึงนับ 0 เป็นเลขนัยสำคัญด้วย

e.g.11 ปริมาณ 12000 ± 500 มีเลขนัยสำคัญกี่ตัว

ตอบ 3 ตัว \ 12000 มีเลขฯได้ 2 - 5 ตัว แต่พอมีความคลาดเคลื่อน (± 500) มากำกับ จะทำให้เรารู้ได้ทันทีว่ามีเลขฯ 3 ตัว เพราะมันอยู่ในหลักร้อย จึงนับจำนวนเลขฯลงไปจนถึงหลักร้อย (120xx) หรือเมื่อทอนเลข 0 ลงไปจะได้ 120 ± 5 หรือ 12.0 ± 0.5 หรือ 1.20 ± 0.05 (ให้ความคลาดเคลื่อนมีเลขฯ 1 ตัว และจัดให้อยู่ในระดับเดียวกัน) ก็จะเห็นได้ชัดว่ามีเลขฯ 3 ตัว

การบันทึกผลการคำนวณ ❼

เมื่อได้ข้อมูลจากการวัดแล้วเราอาจนำข้อมูลนั้นมาใช้เลย หรือนำไปใช้คำนวณต่อ การนำตัวเลขที่ได้จากเครื่องมือวัดที่มีความละเอียดต่างกันมาคำนวณ ผลลัพธ์จะได้ตามค่าที่หยาบ โดยการ +, – เลขนัยสำคัญ ให้ตอบตามตำแหน่งทศนิยมที่น้อยที่สุด เช่น 25.2 + 21.07 = 46.27 ให้ตอบ 46.3 \ ส่วนการ ×, ÷ ให้ตอบตามจำนวนเลขนัยสำคัญที่น้อยที่สุด เช่น 16.7 ÷ 3.0 = 5.5̇6 ให้ตอบ 5.6 เคยมีข้อสอบถามว่า 36.0×4 = ? (ช้อยมี 100, 140, 144, 144.0) ซึ่งเมื่อคูณกันจะได้ 144 ให้ตอบ 1×10^2 หรือ 100 เพราะ 4 วัดมาอย่างหยาบ (เช่นใช้ไม้บรรทัด A วัด มันจึงอาจเป็น 3 หรือ 5 ก็ได้) เราจึงต้องตอบตามค่าที่หยาบนี้ ดังนั้นในการวัดเราจึงควรบันทึกค่าให้ละเอียดตามเครื่องมือวัด ข้อนี้อาจวัดได้ 4.0 (ตอบ 140) แต่จดเป็น 4 ก็ได้ ดังนั้นเมื่อบันทึกหยาบ เราก็ต้องใช้ข้อมูลอย่างหยาบนั้นต่อไป

e.g.12 ผลลัพธ์ของ 16.74 + 5.1 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับตัวเลขในข้อใด

ก. -3.14 ข. 0.03 ค. 0.1090 ง. 271.0

ตอบ ก. \ เพราะเมื่อรวมกันจะได้ 21.84 แต่ต้องบันทึกค่าเป็น 21.8 มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว ซึ่งตรงกับช้อย ก.

e.g.13 ใช้เวอร์เนียร์แคลิเปอร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางวัตถุทรงกลมได้ 20.10 cm ควรรายงานผลของพื้นที่ผิวอย่างไร

วัตถุทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง d = 20.10 cm (รัศมี r = d/2) ซึ่งมีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว เมื่อนำไปแทนค่าในสูตรเพื่อหาพื้นที่ผิวทรงกลมจะได้ $A = 4\pi r^2$ หรือ $= \pi d^2 = (22/7)(20.10)^2 = 1{,}269.7457\ \text{cm}^2$ ให้ตอบ $1.270\times10^3\ \text{cm}^2$

*เวอร์เนียร์แคลิเปอร์ควรวัดได้ 20.100 cm แต่เมื่อโจทย์ให้การบันทึกอย่างหยาบมา เราก็ต้องตอบตามค่าที่หยาบนี้

การรายงานความคลาดเคลื่อน

การวัดปริมาณต่าง ๆ จะมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเสมอ การวัดซ้ำหลาย ๆ ครั้งแล้วหาค่าเฉลี่ยเป็นวิธีหนึ่งในการลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น โดยรายงานผลในรูป **ค่าเฉลี่ย ± ค่าคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย** หรือ $\bar{x} \pm \Delta\bar{x}$ ซึ่งมีสูตรการหา $\bar{x}$ และ $\Delta\bar{x}$ ดังนี้ (ก่อนหน้านี้วัดแค่ครั้งเดียวแล้วใส่ ± ความคลาดเคลื่อน ลงไป)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N}$$

$$\Delta\bar{x} = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

x_{max} และ x_{min} คือ ค่ามากสุดและน้อยสุดที่วัดได้

ทั้งนี้หากบางค่าที่วัดได้แตกต่างจากค่าส่วนใหญ่ เราจะไม่นำค่านั้นมาหาค่าเฉลี่ย แต่ยังคงบันทึกไว้ในรายงาน เพื่อจะได้หาสาเหตุหรืออาจนำไปสู่การค้นพบสิ่งใหม่

สมมุติได้ค่า $\bar{x} \pm \Delta\bar{x}$ ของความยาวออกมา เราอาจนำค่านี้ไปกระทำกับปริมาณอื่น เช่น นำไปรวมกับ $\bar{y} \pm \Delta\bar{y}$ ของความกว้างเพื่อนำไปสู่การหาเส้นรอบรูป หรือนำไปคูณกันเพื่อหาพื้นที่ก็ได้ โดยมีสูตรที่กระทำกันดังนี้

$$\text{ผลบวก} = (\bar{x} + \bar{y}) \pm (\Delta\bar{x} + \Delta\bar{y})$$

$$\text{ผลต่าง} = (\bar{x} - \bar{y}) \pm (\Delta\bar{x} + \Delta\bar{y})$$

การคำนวณนี้อยู่ในหลักสูตรเก่า จะอ่านข้ามไปก็ได้ ⇨

$$\text{ผลคูณ} = \bar{x}.\bar{y} \pm \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} \times 100 + \frac{\Delta\bar{y}}{\bar{y}} \times 100\right)\%$$

$$\text{ผลหาร} = \bar{x}/\bar{y} \pm \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} \times 100 + \frac{\Delta\bar{y}}{\bar{y}} \times 100\right)\%$$

e.g.14 วัดความยาววัตถุชิ้นหนึ่งจำนวน 5 ครั้ง ด้วยไม้บรรทัดในหน่วย cm ได้ตัวเลขออกมาเป็น 7.85, 8.00, 8.25, 7.90, 14.15 จงแสดงผลรายงานการวัดความยาวของวัตถุชิ้นนี้ในรูป ค่าเฉลี่ย ± ค่าคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย

14.15 เป็นข้อมูลที่แตกต่างจากค่าอื่น เราจะไม่นำค่านี้มาคำนวณค่าเฉลี่ย จึงได้ว่า ค่าเฉลี่ย $\bar{x} = (7.85 + 8.00 + 8.25 + 7.90)/4 = 8.00$ cm และค่าคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย $\Delta\bar{x} = (8.25 - 7.85)/2 = 0.20$ cm แต่เราจะบันทึกความคลาดเคลื่อนด้วยเลขนัยสำคัญ 1 ตัว จึงต้องรายงานว่า 8.0 ± 0.2 cm (ถ้าได้ $\Delta\bar{x} = 1.00$ เราจะรายงานผลการวัดนี้ว่า 8 ± 1 cm)

e.g.15 ในการบันทึกเวลาการตกของวัตถุแบบเสรีจากที่สูง 20 m จำนวน 6 ครั้ง ได้ผลการวัดออกมาดังนี้ 2.3, 2.1, 1.9, 2.1, 1.7, 2.0 วินาที จงแสดงผลการบันทึกผลการทดลองหาเวลาของวัตถุนี้

ค่าเฉลี่ย $\bar{t} = (2.3 + 2.1 + 1.9 + 2.1 + 1.7 + 2.0)/6 = 2.1067$ s, ค่าคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย $\Delta\bar{t} = (2.3 - 1.7)/2 = 0.3$ s จึงแสดงผลการบันทึกผลการทดลองออกมาเป็น $\bar{t} \pm \Delta\bar{t}$ = 2.1 ± 0.3 s

e.g.16 เชือกยาว 33.35 ± 0.04 cm ถ้าตัดออกเป็น 2 เส้นโดยเส้นหนึ่งยาว 23.03 ± 0.02 เชือกอีกเส้นยาวเท่าใด

กำหนดให้ความยาว A = 33.35 ± 0.04 cm, ความยาว B = 23.03 ± 0.02 cm และความยาวของเชือกอีกเส้น คือ C ซึ่ง = A – B หาออกมาได้ดังนี้ ➡ C = A – B = (33.35 – 23.03) ± (0.04 + 0.02) = 10.32 ± 0.06 cm

e.g.17 วัดความยาวสิ่งหนึ่งได้ 23.45 cm ถ้าผู้วัดเห็นว่าตัวเลขสุดท้ายอาจเป็น 3 หรือ 7 ก็ได้ เขาควรบันทึกอย่างไร

วัดความยาวได้ 23.45 cm ซึ่งอาจเป็น 23.43 cm หรือ 23.47 cm ดังนั้นควรบันทึกเป็น 23.45 ± 0.02 cm

e.g.18 วัตถุรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง **8.55 ± 0.01 cm** และความยาว **6.56 ± 0.02 cm** จะมีพื้นที่เท่าใด

พื้นที่ = กว้าง × ยาว = $(8.55)(6.56) \pm \left(\frac{0.01}{8.55}\times 100 + \frac{0.02}{6.56}\times 100\right)\%$ = $56.088 \pm (0.117\% + 0.305\%)$

= $56.088 \pm 0.422\%$ = $56.088 \pm \left(\frac{0.422\times 56.088}{100}\right)$ = 56.088 ± 0.237 = $56.1 \pm 0.2\ cm^2$

(ปัดให้ความคลาดเคลื่อนมีเลขฯ 1 ตัว และจัดให้อยู่ในระดับเดียวกัน) \ สรุปได้ว่า วัตถุนี้มีพื้นที่ 56.1 cm^2 และมีความคลาดเคลื่อน 0.2 cm^2 ซึ่งคิดเป็น 0.4% \ หรือ วัตถุนี้มีพื้นที่มากที่สุด 56.3 cm^2 และมีพื้นที่น้อยที่สุด 55.9 cm^2

e.g.19 วงกลมรัศมี **7.0 ± 0.1 cm** มีพื้นที่เท่าใด

พื้นที่วงกลม = πr^2 = $\pi.7^2 \pm \left(\frac{0.1}{7}\times 100 + \frac{0.1}{7}\times 100\right)\%$ = $\left(\frac{22}{7}\right).7^2 \pm 2\left(\frac{0.1}{7}\times 100\right)\%$ = $154 \pm 2.86\%$

= $154 \pm \left(\frac{2.86\times 154}{100}\right)$ = 154 ± 4.40 = $154 \pm 4\ cm^2$

จะเห็นว่า r^2 ซึ่งเกิดจาก r.r เราสามารถ ×**2** เข้าไปที่พจน์ $\left(\frac{\Delta r}{r}\times 100\right)\%$ ได้เลย ดังนั้นถ้าเป็น r^3 ก็ต้อง ×**3** แต่ถ้าติดรูทจะ ÷**2**

e.g.20 แท็งก์น้ำที่เป็นลูกบาศก์ซึ่งมีความยาวด้านละ **a = 1.20 ± 0.01 m** จะมีปริมาตรเท่าใด

ปริมาตร V = a^3 = $1.2^3 \pm 3\left(\frac{0.01}{1.2}\times 100\right)\%$ = $1.728 \pm 2.50\%$ = 1.728 ± 0.0432 = $1.73 \pm 0.04\ m^2$

e.g.21 หากความยาว l ของสายลูกตุ้มอย่างง่ายเป็น **40.0 ± 0.2 cm** ค่าของคาบจากสูตร $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ มีค่าเท่าใด

คาบ T = $2\pi\sqrt{l/g}$ = $2\pi\sqrt{0.4/10} \pm \frac{1}{2}\left(\frac{0.2}{40}\times 100\right)\%$ = $1.257 \pm 0.25\%$ = 1.257 ± 0.003 s

($g = 10\ m/s^2$ ดังนั้น l จึงต้องแทนด้วย 0.4 m ส่วน $\Delta l/l$ จะแทนหน่วยเป็น m หรือ cm ก็ได้ เพราะหน่วยจะตัดกันไปเอง)

e.g.22 กำหนดให้ปริมาณ **A = 5 ± 1, B = 3 ± 2, C = 4 ± 1** ถ้าปริมาณ $R = \frac{A+2B}{C}$ จงคำนวณหาปริมาณ $\frac{\Delta R}{R}$ โดยใช้หลักความคลาดเคลื่อนเชิงสถิติ คำตอบที่ได้อยู่ในช่วงคำตอบใด

1) (0, 1.0]　　2) (1.0, 2.0]　　3) (2.0, 3.0]　　4) (3.0, 4.0]

$A + 2B$ = $(5 + 2\times 3) \pm (1 + 2\times 2)$ = 11 ± 5 หรือ $A + B + B$ = $(5+3+3) \pm (1+2+2)$ = 11 ± 5

$\frac{A+2B}{C}$ = $\frac{11}{4} \pm \left(\frac{5}{11}\times 100 + \frac{1}{4}\times 100\right)\%$ = $2.75 \pm (45.45\% + 25\%)$ = $2.75 \pm 70.45\%$ = 2.75 ± 1.94

$\frac{\Delta R}{R}$ = $\frac{1.94}{2.75}$ = 0.71 ตอบข้อ 1)

e.g.23 ปริมาณอย่างหนึ่ง A เขียนเป็นสูตรทางฟิสิกส์ได้ดังนี้ $A = \frac{P^2\sqrt[3]{Q}}{4r^3}$ เมื่อวัด P จะได้ผิดไป 1% วัด Q ได้ผิดไป 3% วัด r ได้ผิดไป 1% จงหาว่าจะคำนวณได้ A ผิดไปกี่ %

P มีความคลาดเคลื่อน 1% ดังนั้น P^2 จะมีความคลาดเคลื่อน 2%, Q มีความคลาดเคลื่อน 3% ดังนั้น $\sqrt[3]{Q}$ จะมีความคลาดเคลื่อน 1%, r มีความคลาดเคลื่อน 1% ดังนั้น r^3 จะมีความคลาดเคลื่อน 3% เมื่อนำปริมาณทุกตัวมากระทำกันตามสูตร % ความคลาดเคลื่อน จะถูกนำมารวมกันเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มา จึงได้ว่า A ผิดไป = (2% + 1% + 3%) = 6%

การคำนวณตามเนื้อหาของหนังสือในหลักสูตร จะตอบตามหลักเลขนัยสำคัญ ดังนั้นโจทย์ตามหลักสูตรจะให้ตัวเลขมา เช่น 2.0 หรือ 10.0 เป็นต้น แต่เพื่อความกระชับของหนังสือเล่มนี้ จึงไม่สะดวกนักหากจะใส่ตัวเลขเช่นนั้น ดังนั้นโจทย์ตัวอย่างในหนังสือเล่มนี้ จะขอไม่ตอบตามหลักเลขนัยสำคัญนะครับ

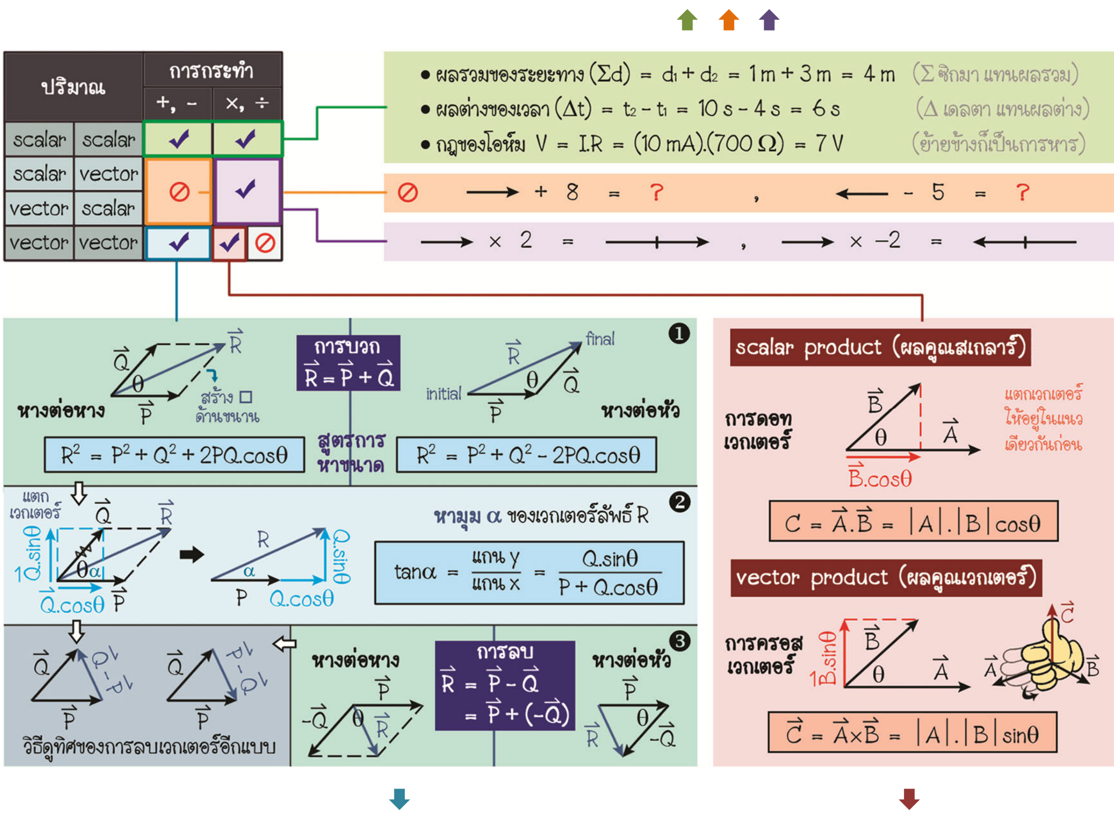
ปริมาณทางฟิสิกส์ ❽

ปริมาณทางฟิสิกส์มีด้วยกัน 2 ปริมาณ คือ **ปริมาณสเกลาร์** เป็นปริมาณที่บอกแค่ขนาดอย่างเดียวก็เข้าใจ เช่น ถ้าพี่บอกว่าตอนนี้มีอุณหภูมิ 25°C เฉียงเหนือ น้องคงทำหน้างง ๆ ดังนั้นอุณหภูมิจึงเป็นปริมาณสเกลาร์เพราะบอกแค่ขนาดคือ 25°C ก็เข้าใจแล้ว **ปริมาณเวกเตอร์** เป็นปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายโดยสมบูรณ์ เช่น ถ้าบอกว่า “พี่ผลักรถด้วยแรง 10 N” น้องก็คงเข้าใจ แต่ถ้าบอกเพิ่มว่า “ไปทางด้านหลัง” น้องจะเข้าใจมากขึ้นใช่ไหม! ดังนั้นแรง (Force) จึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ โดยมีการเขียนสัญลักษณ์ให้มีลูกศรอยู่ด้านบน คือ $\vec{F}$ (อ่านว่า เวกเตอร์ F) ในการคำนวณทางฟิสิกส์เราจะนำปริมาณพวกนี้มากระทำกันดังการอธิบายตามสีด้านล่างนี้

การนำปริมาณสเกลาร์มากระทำกัน เป็นการ ±, ×, ÷ กันปกติตามที่เราเรียนกันมาตั้งแต่เด็ก ๆ ดังนั้นสำหรับปริมาณพวกนี้ เราแค่**ท่องสูตรและแทนค่า**เท่านั้น (ตัวที่มีปัญหาจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์)

การนำปริมาณสเกลาร์กับเวกเตอร์มา ± กัน สังเกตว่ามัน**กระทำกันไม่ได้**

การนำปริมาณสเกลาร์กับเวกเตอร์มา × กัน สังเกตว่า**เวกเตอร์ของทั้งสองฝั่งสมการจะมีทิศเดียวกัน แต่ถ้ามีเครื่องหมายลบจะมีทิศตรงข้าม** สูตรที่น้องจะเจอ เช่น $\vec{p} = m.\vec{v}$, $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}$, $\vec{F} = -k.\vec{s}$ ดังนั้นถ้าเจอสูตรพวกนี้น้องต้องรู้ว่า $\vec{p}$ กับ $\vec{v}$, $\Sigma\vec{F}$ กับ $\vec{a}$ ต้องมีทิศเดียวกัน ส่วน $\vec{F}$ กับ $-\vec{s}$ จะมีทิศตรงข้าม (ย้ายข้างก็เป็นการ ÷)



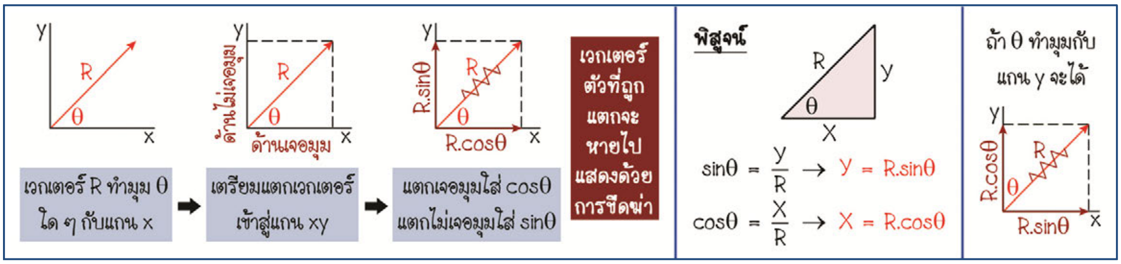
❶ การนำเวกเตอร์ 2 ตัวมา + กันมีวิธีทำง่าย ๆ 2 วิธี คือ **1.หางต่อหาง** เป็นการนำหางของเวกเตอร์ 2 ตัวมาต่อกันโดยทำมุมกัน θ, แล้วสร้าง □ ด้านขนาน, เส้นทแยงมุมที่ลากจากหางที่ต่อกันออกไปคือทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ R โดยขนาดหาได้จากสูตร **2.หางต่อหัว** เป็นการนำหางของเวกเตอร์หนึ่งไปต่อกับหัวของเวกเตอร์อีกตัว, เวกเตอร์ลัพธ์ R มีทิศจากจุดเริ่มต้น → จุดสุดท้าย, ขนาดหาได้จากสูตร โดย θ เป็นมุมที่หางกับหัวทำมุมกัน \ จะเห็นว่าทั้ง 2 วิธีได้ $\vec{R}$ ออกมาเท่ากันทั้งขนาดและทิศทาง แต่สูตรจะต่างกันที่เครื่องหมาย ± นั่นเป็นเพราะ θ เป็นคนละมุมกัน \\ โดยถ้า $\vec{P}$ กับ $\vec{Q}$ มีทิศเดียวกัน (θ ทั้งสองจะ = 0^o กับ 180^o ตามลำดับ) สูตรทั้งสองจะได้เป็น $R_{max} = P + Q$, แต่ถ้ามีทิศตรงข้ามกัน ($\theta = 180^o$ กับ 0^o) จะได้ $R_{min} = P - Q$ หรือ $Q - P$, และถ้าตั้งฉากกันจะได้เป็นสูตรพีทาโกรัส $R^2 = P^2 + Q^2$ โดย R นี้จะมีขนาดอยู่ระหว่าง R_{max} กับ R_{min} ➡ $R_{min} \leq R$ใด ๆ $\leq R_{max}$ (ถ้าวาดขนาดและทิศทางของ $\vec{P}, \vec{Q}$ ได้เป๊ะ เราสามารถใช้ไม้บรรทัดวัดหาขนาดของ $\vec{R}$ ออกมาได้เลยโดยไม่ต้องแทนค่าสูตร)

❷ มุม α ที่ $\vec{R}$ ทำกับแนวราบ หาได้จากสูตร $\tan\alpha = \frac{y}{x}$ โดยแตกเวกเตอร์ให้อยู่ในแนวแกน xy เสียก่อน แล้วแทนค่าขนาดของแต่ละแกนลงไปดังรูป ซึ่งหลักการแตกเวกเตอร์บรรยายไว้ด้านล่างของหน้านี้

❸ การ – เวกเตอร์ก็เหมือนกับการ + คือ ถ้าต้องการหา $\vec{P} - \vec{Q}$ ก็นำ $\vec{P}$ มา + กับ $-\vec{Q}$ โดยเมื่อแทนค่าในสูตรเพื่อหาขนาดของ $\vec{R}$ ก็แทนแต่ขนาดของ $\vec{P}$ และ $-\vec{Q}$ ลงไป (แทน $|\vec{P}|$ กับ $|-\vec{Q}|$ ลงไป) เครื่องหมาย – ข้างหน้า Q แค่บอกว่ามันกลับทิศกับ Q เท่านั้น (การลบเวกเตอร์ไม่มีสมบัติการสลับที่ $\vec{P} - \vec{Q} \neq \vec{Q} - \vec{P}$)

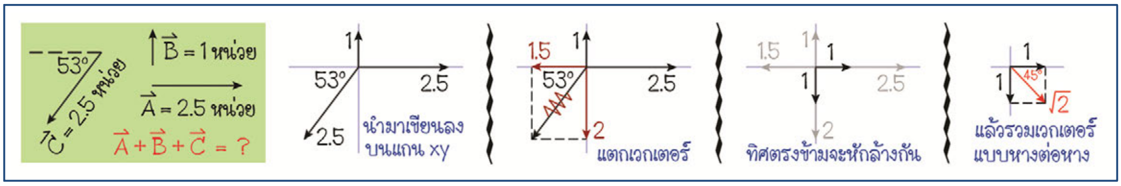
การคูณกันของปริมาณเวกเตอร์จะให้ผลลัพธ์ออกมา 2 อย่าง คือ **1. การดอทเวกเตอร์** เป็นการคูณกันของเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเดียวกัน ผลลัพธ์ที่ได้เป็นปริมาณสเกลาร์ สูตรที่เราจะพบ เช่น สูตรงาน $W = \vec{F}.\Delta\vec{x} = F\Delta x\cos\theta$ เป็นต้น **2. การครอสเวกเตอร์** เป็นการคูณกันของเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกัน ผลลัพธ์ที่ได้เป็นปริมาณเวกเตอร์ โดยมีทิศตามกฎมือขวา คือ ให้นิ้วทั้ง 4 พุ่งไปตามทิศของเวกเตอร์ตัวแรก ($\vec{A}$), แล้วกำมือเข้าหาทิศของเวกเตอร์ตัวที่สอง ($\vec{B}$), นิ้วหัวแม่มือที่ชี้เป็นทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ ($\vec{C}$) สูตรที่เราจะพบ เช่น สูตรแรงที่กระทำต่อประจุไฟฟ้าในสนามแม่เหล็ก $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = qvB.\sin\theta$ เป็นต้น (การครอสเวกเตอร์ไม่มีสมบัติการสลับที่ $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$)

- การแตกเวกเตอร์มีหลักการคือ **แตกเจอมุมใส่ cos, แตกไม่เจอมุมใส่ sin** ซึ่งเป็นการแตกเวกเตอร์ 1 ตัวให้เป็นเวกเตอร์ย่อย 2 ตัวที่ตั้งฉากกัน โดยตัวอย่างและการพิสูจน์แสดงให้ดูในรูปด้านล่างนี้

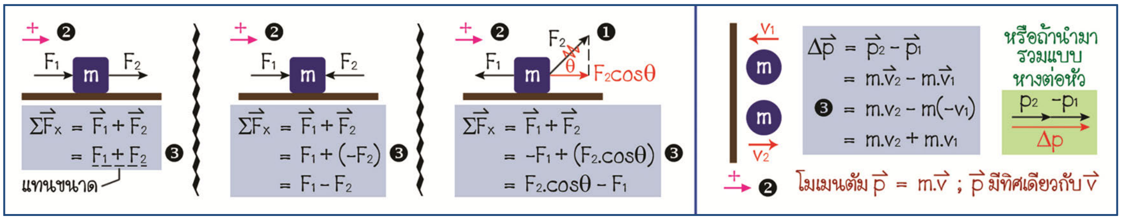


*การแตกเวกเตอร์จะแตกแค่ตัวใดตัวหนึ่งหรือแตกออกมาพร้อมกันทั้ง 2 ตัวก็ได้ แต่เมื่อแตกแล้วเวกเตอร์ตัวที่แตกจะหายไป, เช่นเดียวกับการรวมเวกเตอร์ หากรวมเวกเตอร์ 2 ตัวเข้าด้วยกัน เวกเตอร์ลัพธ์จะเป็นตัวแทนของเวกเตอร์ทั้ง 2

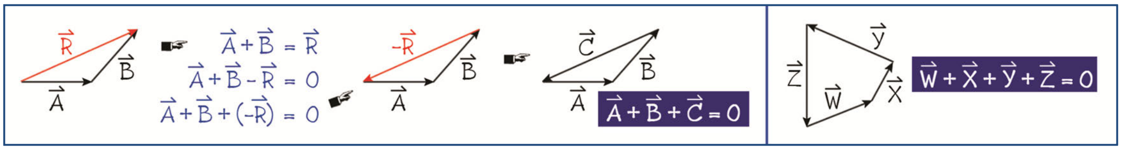
- หากมีเวกเตอร์มากกว่า 2 ตัวมารวมกัน การแตกเวกเตอร์นับเป็นตัวช่วยที่ดีในการหาเวกเตอร์ลัพธ์ ดังรูป



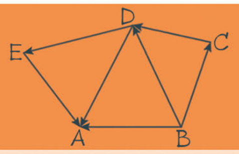
- ในการคำนวณทางฟิสิกส์ของการ ± เวกเตอร์ เรามักจะ**รวมเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเดียวกัน,** ❶ ถ้ายังไม่อยู่ในแนวเดียวกันเราต้องแตกให้มันอยู่ในแนวเดียวกันก่อน, ❷ แล้ว**กำหนดทิศที่เป็น +,** ❸ และแทนขนาดของเวกเตอร์ลงไปในสมการ โดยเวกเตอร์ใดมีทิศเดียวกับทิศที่กำหนด **ขนาดจะเป็น +** แต่ถ้ามีทิศตรงข้าม **ขนาดจะเป็น –** ดังรูป



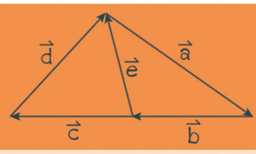
- เมื่อต่อเวกเตอร์แบบหางต่อหัวแล้วได้เป็นวงปิดพอดี เวกเตอร์ลัพธ์จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังวิธีพิสูจน์ในรูป



e.g.24 24.1 จากรูป จงหาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อย ๆ ทั้งหมด



24.2 จากรูป จงเขียนสมการที่ทำให้เวกเตอร์ลัพธ์เป็น 0



(4 เวกเตอร์ย่อย) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BA}$ ....❶

(2 เวกเตอร์ย่อย) (อีก 1) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$ ....❷

❶ + ❷ + $\overrightarrow{BA}$ ผลรวมของเวกเตอร์ย่อยทั้ง 7 $= 3\overrightarrow{BA}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{e} = 0$, $\vec{c}+\vec{d}-\vec{e} = 0$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d} = 0$

e.g.25 เวกเตอร์ 3 ตัว มีขนาดตัวละ 2 หน่วย จงหาเวกเตอร์ลัพธ์ที่น้อยที่สุดและมากที่สุด

$R_{max} = 2+2+2 = 6$ หน่วย , $R_{min} = 0$ หน่วย

e.g.26 เวกเตอร์ 2 ตัว เมื่อนำมารวมกันแล้วได้ขนาดเวกเตอร์ลัพธ์ 10 หน่วย เวกเตอร์ทั้งสองนี้ควรมีขนาดเท่าใด

ก. 5 และ 8 หน่วย ข. 6 และ 3 หน่วย ค. 4 และ 7 หน่วย ง. 2 และ 10 หน่วย

ก. R_{max} = 13 หน่วย R_{min} = 3 หน่วย	ข. R_{max} = 9 หน่วย R_{min} = 3 หน่วย	ค. R_{max} = 11 หน่วย R_{min} = 3 หน่วย	ง. R_{max} = 12 หน่วย R_{min} = 8 หน่วย	$R_{min} \le 10 \le R_{max}$ จึงตอบข้อ ก, ค และ ง

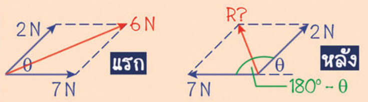
e.g.27 จงหาผลบวกของเวกเตอร์ 2 ตัว ขนาด 10 หน่วย และ 12 หน่วย โดยหางทำมุมกัน 120^o

แทนค่าสูตรหางต่อหางจะได้ $R^2 = P^2+Q^2+2PQ\cos120^\circ = 10^2+12^2-2(10)(12)\cos60^\circ = 124$ ⇨ $R = \sqrt{124} = 11.14$ หน่วย

e.g.28 แรงลัพธ์น้อยสุดและมากสุดของแรง 2 แรงมีค่า 20 และ 140 N ถ้านำ 2 แรงนี้มาตั้งฉากกัน จงหาแรงลัพธ์

กำหนดให้แรงทั้ง 2 เป็น A กับ B จึงได้ว่า $A + B = 140$ และ $A - B = 20$ เมื่อแก้สมการจะได้ $A = 80$ N และ $B = 60$ N หาแรงลัพธ์ของ 2 แรงนี้ที่ตั้งฉากกันจะได้ $R^2 = A^2 + B^2 = 80^2 + 60^2 = 10{,}000 \Rightarrow R = \sqrt{10{,}000} = 100$ N

e.g.29 แรง 7 N และ 2 N กระทำร่วมกันที่จุด ๆ หนึ่ง มีขนาดของแรงลัพธ์ 6 N ถ้ากลับทิศของแรงกระทำแรงใดแรงหนึ่งแล้ว แรงลัพธ์ที่ได้จะมีขนาดเท่าใด



แรก: $6^2 = 7^2 + 2^2 + 2(7)(2)\cos\theta$ ....❶

หลัง: $R^2 = 7^2 + 2^2 + 2(7)(2)\cos(180° - \theta)$

$R^2 = 7^2 + 2^2 - 2(7)(2)\cos(\theta)$ ....❷

❶ + ❷ $6^2 + R^2 = 2(7^2) + 2(2^2)$

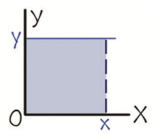
$R^2 = 70$

$R = 8.4$ N

กราฟในวิชาฟิสิกส์ ❾

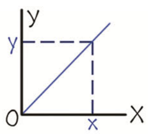
ในวิชาฟิสิกส์น้องจะต้องเจอกราฟอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เช่น โจทย์อาจให้หาคำตอบจากกราฟที่ให้มา! หรืออาจถามว่ากราฟมีลักษณะอย่างไร! หรืออาจให้แปลงกราฟไปเป็นอีกกราฟหนึ่ง! เป็นต้น ดังนั้นหัวข้อนี้จึงเป็นการปูพื้นฐานในเรื่องของกราฟให้เข้าใจอย่างง่าย ๆ มาดูกันเลยครับ

❶ การหาคำตอบจากพื้นที่ใต้กราฟและจากความชันของกราฟ



พื้นที่ใต้กราฟ = x.y

ดังนั้นเมื่อเจอสูตรทางฟิสิกส์ × กัน
คำตอบที่ได้จากสูตรนั้นหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟ



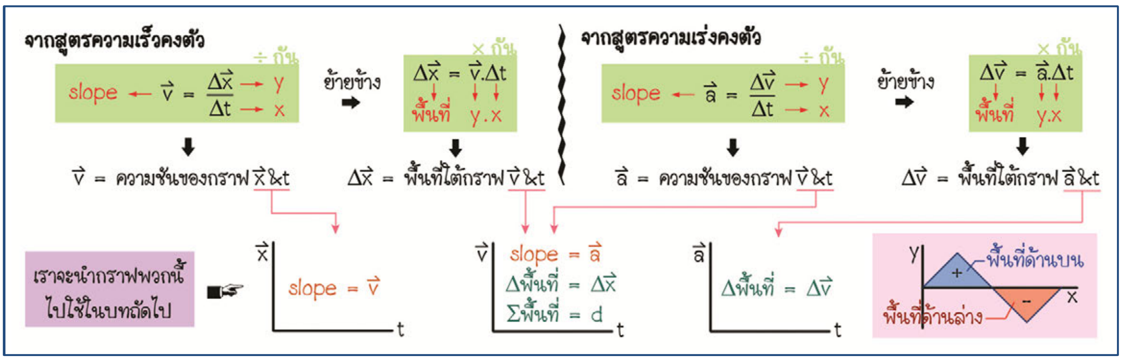
ความชันของกราฟ m = y/x

หรือจัดให้อยู่ในรูปสมการเส้นตรง คือ

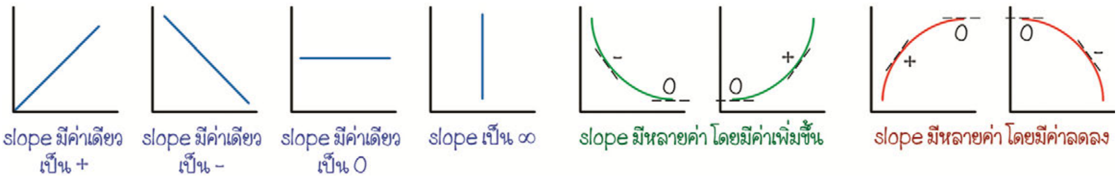
$y = mx + c$ (รูปนี้มี $c = 0$ โดย $y \propto x$)

ดังนั้นเมื่อเจอสูตรทางฟิสิกส์ ÷ กัน
คำตอบที่ได้จากสูตรนั้นหาได้จากความชันของกราฟ

สำหรับเรื่องนี้โจทย์จะให้กราฟมา แล้วถามดังเช่นว่า Q = ? ซึ่ง Q ถ้าไม่หาจากพื้นที่ใต้กราฟก็หาจากความชันของกราฟ (อาจมีบ้างที่หาจากจุดตัดแกน y แต่ขอข้ามตรงนี้ไปนะครับ) สิ่งที่น้องต้องทำก็คือ นึกสูตรที่มีตัวแปรที่สัมพันธ์กับกราฟและสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วพิจารณาว่าคำตอบหาได้จากพื้นที่หรือความชันของกราฟ ตามที่แสดงให้ดูในรูป



พื้นที่ใต้กราฟด้านบนจะมีค่าเป็น + ส่วนด้านล่างจะเป็น – การหาพื้นที่ใต้กราฟที่มีพื้นที่ทั้งด้านบนและด้านล่างจึงถูกนำมาหักล้างกัน (Δ) แต่ก็มีบ้างที่ถูกจับมารวมกัน (Σ) \ ส่วนความหมายของความชันที่น้องควรรู้ แสดงให้ดูในหน้าถัดไป



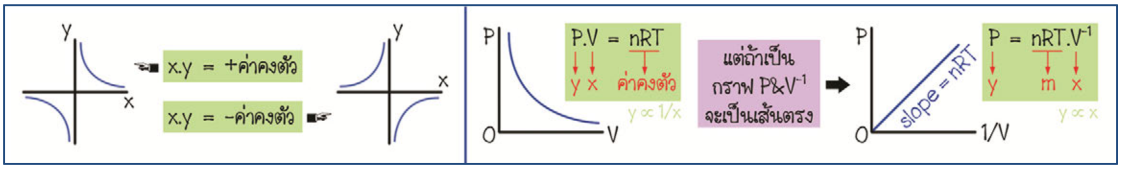
❷ กราฟไฮเปอร์โบลามุมฉาก

กราฟไฮเปอร์โบลามุมฉากเป็นการแปรผันกลับกันของสองปริมาณ เช่น $y \propto \frac{1}{x}$ เมื่อทำเป็นสมการจะได้ $x.y$ = ค่าคงตัว แต่ปริมาณทั้งสองนี้ไม่จำเป็นต้องยกกำลัง 1 จะยกกำลังอะไรก็ได้ เราจึงได้สมการทั่วไปของมันอยู่ในรูป

$$\boxed{x^n.y^m = \pm k}$$

: เมื่อ k เป็นค่าคงตัว

โดยลักษณะทั่วไปของกราฟ และตัวอย่างของกราฟที่เจอในวิชาฟิสิกส์ แสดงให้ดูดังรูปด้านล่างนี้

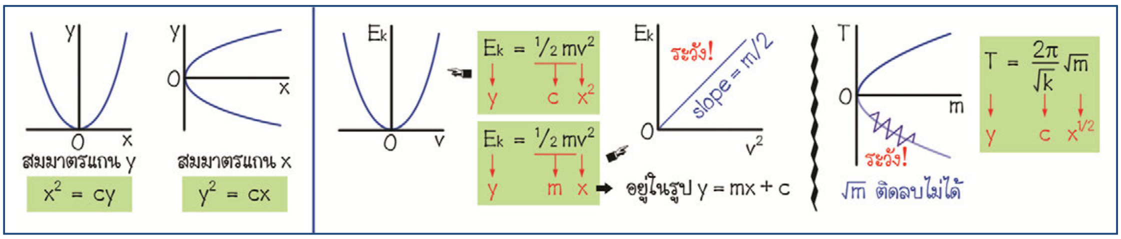


ความรู้เกี่ยวกับการแปรผันตรง $(y \propto x)$ และการแปรผันกลับ $(y \propto \frac{1}{x}$ หรือ $y \propto x^{-1})$ สามารถนำมาใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่มีการเปรียบเทียบสองเหตุการณ์ได้ง่ายกว่าการแก้จากสมการปกติ ดังนี้

- ถ้ามีสูตร $W = mg$ โดย g เป็นค่าคงตัว หาก $W_1 = 49$ แล้ว $m_1 = 5$ ถามว่าถ้า $m_2 = 8$ แล้ว $W_2 = ?$
  - $W_1 = m_1.g$ ⇨ $49 = 5g$ ⇨ จะได้ $g = 9.8$ นำค่าคงตัวที่ได้นี้ไปแทนค่าเพื่อหา W ในเหตุการณ์ 2
    $W_2 = m_2.g$ ⇨ $W_2 = (8)(9.8)$ ⇨ จะได้ $W_2 = 78.4$ (นี่เป็นวิธีปกติ)
  - เมื่อ g เป็นค่าคงตัว จะได้ความสัมพันธ์ของ W กับ m เป็น $W \propto m$ นำไปเปรียบเทียบหาอัตราส่วนจะได้ (คือตัดค่าคงตัวทิ้งไปเลย)
    $\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1}$ ⇨ $\frac{W_2}{49} = \frac{8}{5}$ ⇨ $W_2 = 78.4$ (ง่ายกว่าวิธีด้านบนไหม?)
- ถ้ามีสูตรเป็น $A = \frac{k}{B^2}$ โดย k เป็นค่าคงตัว $(A \propto \frac{1}{B^2}$ หรือ $A \propto B^{-2})$ เมื่อทำการเปรียบเทียบสองเหตุการณ์จะได้ $\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^2$ เป็นต้น

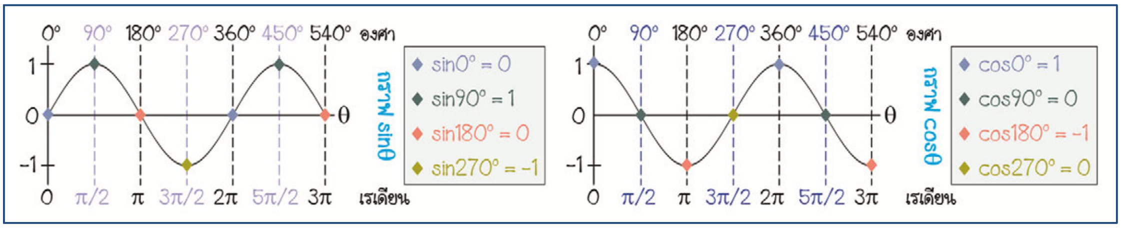
❸ กราฟพาราโบลา

กราฟพาราโบลาเป็นการแปรผันตรงของสองปริมาณ ที่ปริมาณหนึ่งมีเลขยกกำลังมากกว่าอีกปริมาณหนึ่งอยู่ 2 เท่า เช่น $y^2 \propto x$ เมื่อทำเป็นสมการจะได้ $y^2 = cx$ เป็นต้น โดยกราฟจะสมมาตรแกนที่มีกำลังน้อยกว่า ลักษณะทั่วไปของกราฟและตัวอย่างของกราฟที่เจอในวิชาฟิสิกส์แสดงให้ดูดังรูป ซึ่งเรื่องนี้โจทย์สามารถหลอกเราได้หลายอย่าง เวลาจัดรูปก็ระวังกันหน่อยนะครับ!

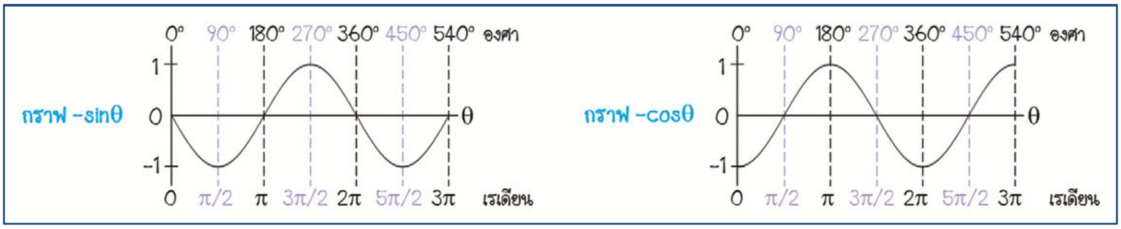


❹ กราฟ sinθ และกราฟ cosθ

น้องหลายคนคงจะท่องค่าของมุม sinθ กับ cosθ ได้ แต่พี่เชื่อว่าน้อยคนนักที่จะรู้ว่าลักษณะของกราฟ sinθ กับ cosθ เป็นอย่างไร! กราฟนี้ถูกนำมาใช้ในหลาย ๆ เรื่องไม่ว่าจะเป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย กลุ่มคลื่น หรือในไฟฟ้ากระแสสลับ การจำกราฟนี้ได้จะช่วยให้น้องท่องค่า sinθ และ cosθ ของมุม 0°, 90°, 180° และ 360° ได้แม่นขึ้นด้วย ดังแสดงในรูป (sinθ และ cosθ มีค่าอยู่ระหว่าง ± 1)

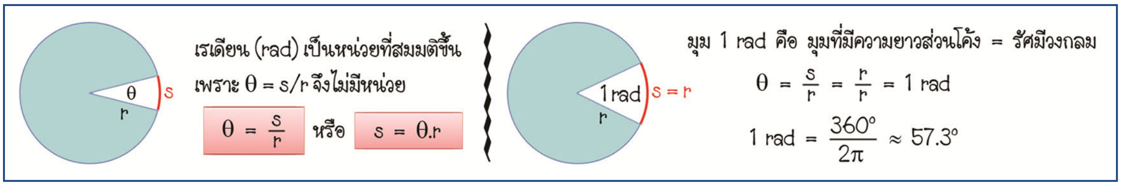


ส่วนกราฟ -sinθ กับ -cosθ ก็แค่พลิกกราฟจาก + เป็น – และจาก – เป็น + ดังรูป



*กราฟทั้งหมดที่เห็นนี้เรียกว่าคลื่นรูปไซน์ (sine wave) ซึ่งมีรูปแบบของทั้งฟังก์ชันไซน์ (sinθ) และโคไซน์ (cosθ)

มุมในหน่วยองศาเป็นการแบ่งวงกลมออกเป็น 360 ส่วนเท่า ๆ กันตามที่มนุษย์กำหนดขึ้นเองมาเป็นพัน ๆ ปีแล้ว ดังนั้นเพื่อให้การวัดมุมดูมีหลักการมากขึ้นจึงได้นิยามมุมขึ้นมาใหม่ในหน่วย**เรเดียน (rad)** โดยเป็น**อัตราส่วนของความยาวส่วนโค้ง (s) กับรัศมีวงกลม (r)** ดังรูป ถ้า s = ความยาว 1 รอบวงกลม (360°) θ จะ = s/r = 2πr/r = 2π rad ดังนั้นสำหรับครึ่งรอบวงกลม (180°) θ จะ = π rad \ เราใช้การ ×1 โดยการ $\times \frac{\pi}{180^\circ}$ ในการเปลี่ยนองศาไปเป็น rad เช่น $30^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \pi/6$ rad และหากจะแปลงกลับก็แค่เปลี่ยน π → 180° เราก็จะได้ π/6 rad = $180^\circ/6 = 30^\circ$ เป็นต้น

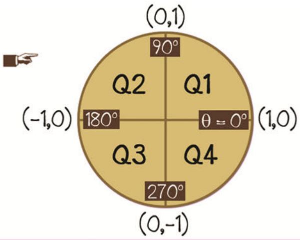


ไหน ๆ ก็พูดถึงเรื่อง sinθ กับ cosθ แล้ว พี่ก็ขอทบทวนค่าของมุมที่น้องควรท่องให้ได้กันสักหน่อยนะครับ โดยมุมที่น้องท่อง ๆ กันมาจากความยาวด้านของ ▲มุมฉาก (เราใช้ประโยชน์จากสิ่งนี้ในการหามุมหรือด้านที่เราไม่ทราบค่าให้ได้ออกมาอย่างรวดเร็ว โดยไม่ต้องใช้ตรีโกณมิติให้ยุ่งยาก ดังแสดงในตัวอย่าง!) ส่วนมุม 0°, 90°, 180° และ 360° น้องคงท่องจากภาพของวงกลม 1 หน่วย แต่พี่ว่าจำจากรูปของกราฟ sinθ กับ cosθ น่าจะง่ายกว่านะครับ

	30°	45°	60°
sinθ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosθ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tanθ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

37°	53°
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$

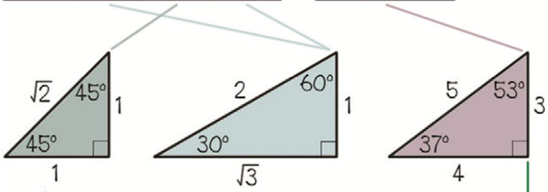
มุม 0°, 90° 180°, 360° ☛



วงกลม 1 หน่วย

แทน (x,y) ด้วย (cosθ, sinθ)

Q คือ ควอดรันต์ (quadrant)

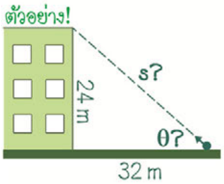


$\sin\theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{1}{\csc\theta}$

$\cos\theta = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{1}{\sec\theta}$

$\tan\theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{1}{\cot\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

ตัวอย่าง!



คำนวณปกติ

$\tan\theta = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$ ➡ $\theta = 37°$

$s^2 = 32^2 + 24^2 = 1{,}600$ ➡ $s = 40$ m

แต่ถ้าจำความยาวด้าน▲ ได้

☛ ความยาวด้าน▲ เพิ่มเติมที่ควรจำได้

3, 4, 5

5, 12, 13

7, 24, 25

8, 15, 17

ส่วนสูตรตรีโกณมิติพี่ก็ขอสรุปไว้ตรงนี้เลยละกัน เพื่อจะได้เปิดดูและนำไปใช้กัน \ รวมถึงกฎของไซน์, โคไซน์ และทฤษฎีที่ใช้คำนวณเกี่ยวกับสมดุลของแรง 3 แรง \\ สุดท้ายเป็นการเก็บตกเรื่องที่เหลืออีกเล็กน้อย

สูตรพื้นฐานจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$, $\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$

สูตรตรีโกณมิติของมุมผลบวกและผลต่าง

$\sin(A \pm B) = \sin A.\cos B \pm \cos A.\sin B$

$\cos(A \pm B) = \cos A.\cos B \mp \sin A.\sin B$

$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A.\tan B}$

$\cot(A \pm B) = \frac{\cot B.\cot A \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$

สูตรตรีโกณมิติจากมุมผลบวกหรือผลต่าง เป็นผลคูณ

$\sin A + \sin B = 2.\sin\left(\frac{A+B}{2}\right).\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$

$\sin A - \sin B = 2.\cos\left(\frac{A+B}{2}\right).\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$

$\cos A + \cos B = 2.\cos\left(\frac{A+B}{2}\right).\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$

$\cos A - \cos B = -2.\sin\left(\frac{A+B}{2}\right).\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$

สูตรตรีโกณมิติของมุมครึ่งเท่า

$\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$

$\cos\left(\frac{A}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$

$\tan\left(\frac{A}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}}$

สูตรตรีโกณมิติของมุม 2 เท่า และมุม 3 เท่า

$\sin 2A = 2.\sin A.\cos A = \frac{2.\tan A}{1+\tan^2 A}$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2.\cos^2 A - 1 = 1 - 2.\sin^2 A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

$\tan 2A = \frac{2.\tan A}{1-\tan^2 A}$

$\cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2.\cot A}$

$\sin 3A = 3.\sin A - 4.\sin^3 A$

$\cos 3A = 4.\cos^3 A - 3.\cos A$

$\tan 3A = \frac{3.\tan A - \tan^3 A}{1 - 3.\tan^2 A}$

สูตรตรีโกณมิติจากมุมผลคูณ เป็นผลบวกหรือผลต่าง

$2.\sin A.\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$

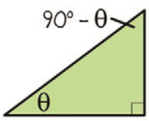
$2.\cos A.\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$

$2.\cos A.\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$

$2.\sin A.\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

$\sin 150° = \sin(180° - 30°) = \sin 30°$

(e.g.27) $\cos 120° = \cos(180° - 60°) = -\cos 60°$ ตัวอย่าง

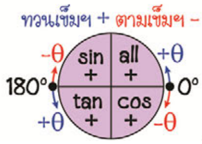


$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$

ทวนเข็มฯ + ตามเข็มฯ −



$\sin(-\theta)$ ตก Q4 $= -\sin\theta$

$\sin(+\theta)$ ตก Q1 $= \sin\theta$

$\cos(-\theta)$ ตก Q4 $= \cos\theta$

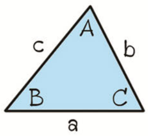
$\cos(+\theta)$ ตก Q1 $= \cos\theta$

$\sin(180° - \theta)$ ตก Q2 $= \sin\theta$

$\sin(180° + \theta)$ ตก Q3 $= -\sin\theta$

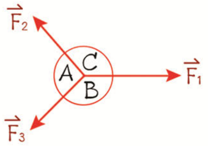
$\cos(180° - \theta)$ ตก Q2 $= -\cos\theta$

$\cos(180° + \theta)$ ตก Q3 $= -\cos\theta$



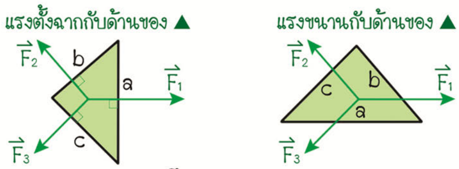
กฎของไซน์

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



ทฤษฎีของลามี

$$\frac{F_1}{\sin A} = \frac{F_2}{\sin B} = \frac{F_3}{\sin C}$$

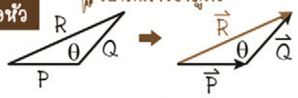


ทฤษฎีของ ▲ แทนแรง

$$\frac{F_1}{a} = \frac{F_2}{b} = \frac{F_3}{c}$$

กฎของโคไซน์ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$

หางต่อหัว เป็นที่มาของสูตร



แทนเฉพาะความยาวด้าน ไม่สนใจทิศทาง

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ.\cos\theta$$

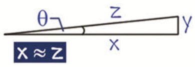
*เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของมุม θ

หางต่อหาง ใช้พีทาโกรัส

$$R^2 = (P + Q.\cos\theta)^2 + (Q.\sin\theta)^2 = P^2 + 2PQ.\cos\theta + Q^2\cos\theta^2 + Q^2\sin\theta^2$$

$$R^2 = P^2 + 2PQ.\cos\theta + Q^2\underbrace{(\cos\theta^2 + \sin\theta^2)}_{1} \Rightarrow \boxed{R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ.\cos\theta}$$

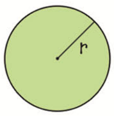
ถ้ามุม θ เล็กมาก ๆ จะได้ว่า $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$



$\tan\theta = y/x$, $\sin\theta = y/z$

$\theta = s/r = y/x$ หรือ y/z

Dimension (มิติ)

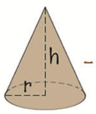


วงกลม

- เส้นรอบวง $= 2\pi r$
- พื้นที่วงกลม $= \pi r^2$

ทรงกลม

- พื้นที่ผิว $= 4\pi r^2$
- ปริมาตร $= \frac{4}{3}\pi r^3$



กรวย

- ปริมาตร $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

สมการควอดราติก (กำลังสอง)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ความรู้เบื้องต้นของลอการิทึม ("$\log_a x$" อ่านว่า "ล็อก เอกซ์ ฐาน เอ") ($a > 0, a \neq 1, a \in R$)

1. $\log_a x = y$ ➡ $x = a^y$ (ตบฐาน a ขึ้นไปเป็นฐานยกกำลังของอีกฝั่ง)
2. $\log_a 1 = 0$ (เพราะ $1 = a^0$) ➡ "ล็อก 1" ไม่ว่าจะฐานอะไร เป็น 0 เสมอ
3. $\log_a a = 1$ (เพราะ $a = a^1$) ➡ $\log 10 = 1$ (log ไม่บอกฐาน = log สามัญ = log ฐานสิบ)

(log ธรรมชาติ = log ฐาน e = ln ➡ $\log_e x = \ln x = y$ ➡ $x = e^y$; $e = 2.71828\ldots$)

4. $\log_a M.N = \log_a M + \log_a N$ (log ผลคูณ = ผลบวกของ log)
5. $\log_a M/N = \log_a M - \log_a N$ (log ผลหาร = ผลต่างของ log)

ใช้ในเรื่องเสียง

6. $\log_a M^k = k \log_a M$ (ตัวยกกำลังตบลงไปข้างหน้าได้ ในทางกลับกันก็สามารถตบกลับขึ้นไป)
7. $\log_{a^k} M = \frac{1}{k}\log_a M$
8. $\log_b a = 1/\log_a b$ ($b > 0, b \neq 1$)