

SERIES 6

e-book : Series 6

DRIVING RANGE OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

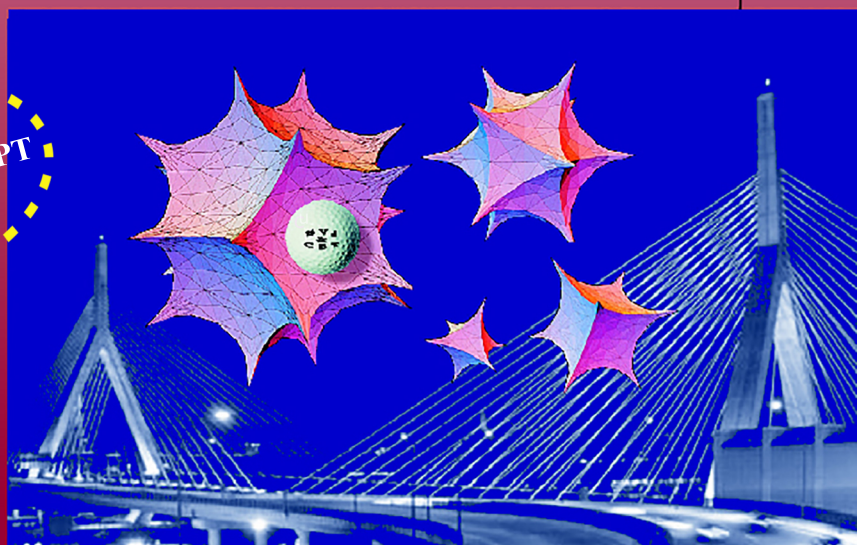
ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์

THEORY AND PROBLEMS

คณิตศาสตร์ วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์

MATHEMATICS OF ENGINEERS AND SCIENTISTS

FREE!
CALCULUS CONCEPT
MAPS



สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและอนุกรมฟูรีเยร์

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND FOURIER SERIES

- ☒ สรุปสูตรนิยาม ทฤษฎี และตัวอย่างประกอบ
- ☒ 301 ตัวอย่างโจทย์พร้อมเฉลยโดยละเอียด
- ☒ 935 โจทย์ปัญหาพร้อมคำตอบทุกข้อ
- ☒ 185 กราฟโดยโปรแกรม Mathcad & Mathematica & Maple

รองศาสตราจารย์ ศรีมิตร แวเวจริญ
รองศาสตราจารย์ ดร. ชนศักดิ์ บำยเทียง

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ประวัติย่อ



รองศาสตราจารย์ ศรีบุตร แวเจริณ



รองศาสตราจารย์ ดร.ชนศักดิ์ น้ายเที่ยง

การศึกษา

- กศ.บ. (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยม มศว.บางเขน
- วท.ม. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (นักเรียนทุน U.D.C.)

- กศ.บ. (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยม มศว.พิษณุโลก
- วท.ม. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (นักเรียนทุน U.D.C.)
- ค.ค. (อุดมศึกษา), Cognate : สถิติ-วิจัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประสบการณ์

- หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์
- รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

- หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์
- รองคณบดีฝ่ายวิชาการ, ฝ่ายพัฒนา, ฝ่ายกิจการนักศึกษา
- รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

ปัจจุบัน

- ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ ระดับ 9 ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ (มจพ.)

ผลงานตำราวิชาการร่วมกัน

- SERIES 1 อนุพันธ์และการประยุกต์
- SERIES 2 อินทิกรัลและการประยุกต์
- SERIES 3 แคลคูลัสหลายตัวแปร
- SERIES 4 การวิเคราะห์เวกเตอร์และอนุกรมอนันต์

- SERIES 5 สมการเชิงอนุพันธ์ 1
- SERIES 6 สมการเชิงอนุพันธ์ 2 และการแปลงลาปลาซ
- SERIES 7 เรขาคณิตวิเคราะห์และการเขียนกราฟ 2 มิติ, 3 มิติ
- SERIES 8 เมตริกซ์และพีชคณิตเชิงเส้น

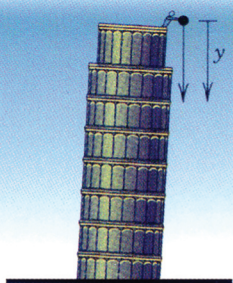
ผลงานวิจัย

- สื่อการเรียนการสอนสำหรับวิชาแคลคูลัส และเรขาคณิตวิเคราะห์ 3 มิติ
- Computer-assisted instruction (CAI) in Calculus
- สื่อการเรียนการสอนสำหรับ ปริพันธ์ของฟังก์ชัน 1: ความหมายของปริพันธ์จำกัดเขต ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต
- Adomian Decomposition Method for Solving a Non-Linear Shallow Water Tsunami Model of Coupled Partial Differential Equations
- Development of a Mathematical Model of the Inshore Tsunami Wave Equations by Lax-Wendroff Numerical Method

- Elliptic Number และเส้นรอบวงของวงรี
- Elliptic Number and Approximation Function
- การทดสอบการเข้าสู่ของอนุกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์
- The Development of The Prerequisite Model in B Mathematics Course for Science and Technology Undergraduate Curricular by Using Concept Maps
- การใช้คอมพิวเตอร์สร้างฟังก์ชันไมโครซอฟท์

การประยุกต์บางเรื่องของสมการเชิงอนุพันธ์

Some Applications of Differential Equations



การหล่นของก้อนหิน

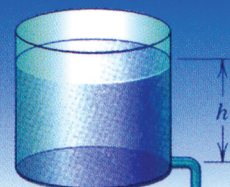
$$y'' = g$$



ความเร็ว
 v

การกระโดดร่ม

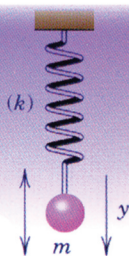
$$mv' = mg - bv^2$$



ความสูงของระดับน้ำ h

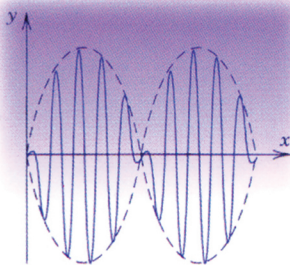
การไหลออกของน้ำ

$$h' = -k\sqrt{h}$$



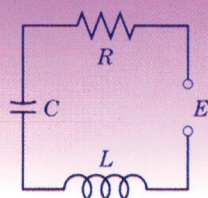
การสั่นของมวลบนสปริง

$$my'' + ky = 0$$



BEATS ของระบบของการสั่น

$$y'' + \omega_0^2 y = \cos \omega t, \omega_0 \approx \omega$$



กระแสในวงจร RLC

$$LI'' + RI' + \frac{1}{C}I = E'$$



คานาที่ผิดปกติ

$$Ely^{IV} = f(x)$$



การเคลื่อนที่ของลูกตุ้ม

$$L'' + g \sin \theta = 0$$

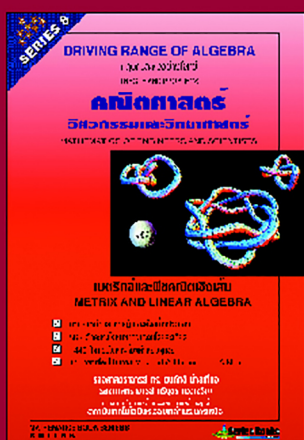
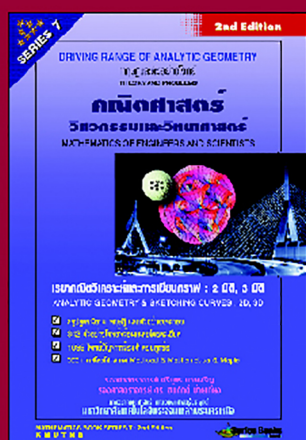
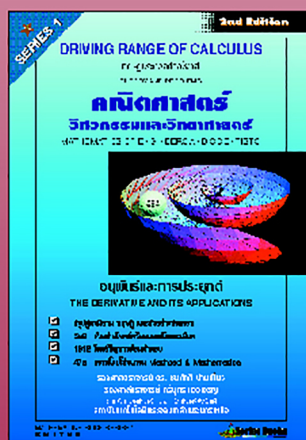
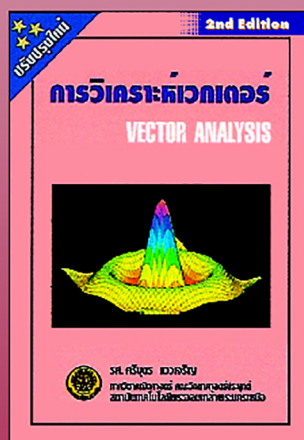


โมเดลของการล่าเหยื่อ

$$y_1' = ay_1 - by_1y_2$$

$$y_2' = ky_1y_2 - ly_2$$

ผลงานของอาจารย์ผู้เขียนทั้งสองท่าน



SERIES 1, 2, 3 และ 7 เหมาะสำหรับนิสิต นักศึกษา ปีที่ 1
SERIES 4, 5, 6 และ 8 เหมาะสำหรับนิสิต นักศึกษา ปีที่ 2

ISBN : 978-616-590-484-1

สงวนลิขสิทธิ์ในประเทศไทย ตาม พ.ร.บ. ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2521
ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ นอกจากได้รับอนุญาต
<http://www.sci.kmutnb.ac.th>



สามารถสามารถซื้อแบบบับรยและอนุกรมปุเรย

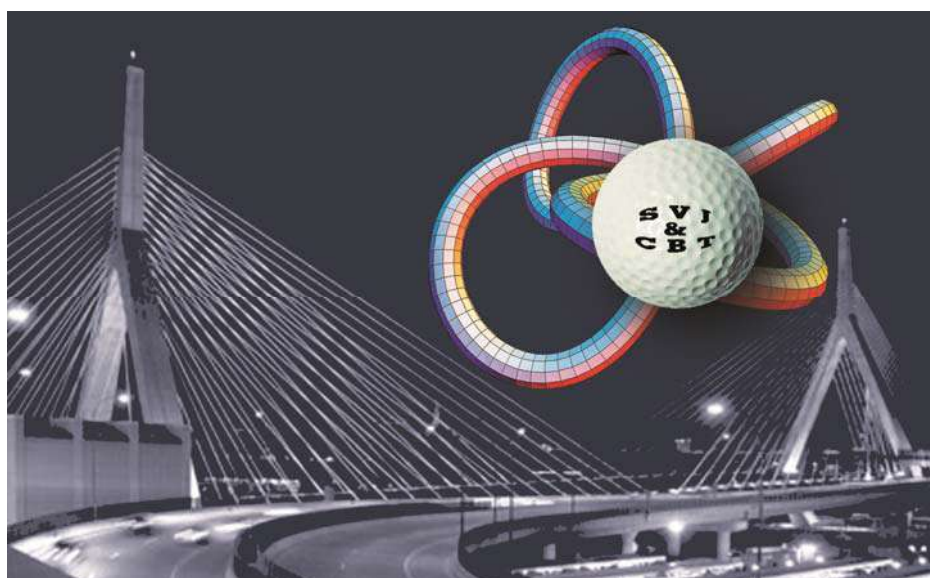
299.- (7.99 \$)

คณิตศาสตร์สำหรับวิศวกรและวิทยาศาสตร์
MATHEMATICS OF ENGINEER AND SCIENTIST)

Calculus: e-book:Series 6

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและอนุกรมฟูรีเยร์

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
FOURIER SERIES



รวบรวมและเรียบเรียงโดย

รศ. ศรีบุตร แวเวจริญ

รศ.ดร. ชนศักดิ์ บ้ายเที่ยง

ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ราคา 299 บาท (7.99 USD)

คณิตศาสตร์สำหรับวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์
MATHEMATICS OF ENGINEERS AND SCIENCES
สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและอนุกรมฟูเรียร์
PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
FOURIER SERIES

ISBN 974-89995-4-8 สำหรับหนังสือ Series 6
ISBN (e-book) 978-616-590-484-1 สำหรับ e-book : Series 6
สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและอนุกรมฟูเรียร์

สงวนลิขสิทธิ์ประเทศไทย พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พศ. 2521
ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้นอกจากได้รับอนุญาต

วันวางจำหน่าย : 19-04-2022 ขนาดไฟล์ : 73.7 MB
จำนวนหน้า : 614 หน้า ประเทศ : THAILAND
ประเภทไฟล์ : PDF ภาษา : Thai

ออกแบบปกและ Artwork ทินพัฒน์ แวเจริญ ภาควิชาสถิติประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
จัดทำโดย

รศ.ศรีบุตร แวเจริญ และ รศ.ดร. ชนศักดิ์ บ้ายเที่ยง
ซื้อหนังสือ e-book:Series 6 เล่มนี้
ราคา 299 บาท (7.99 USD)

การสั่งซื้อ ebook series 6 สามารถติดต่อได้ที่ศูนย์หนังสือจุฬาฯทุกสาขา			
รศ. ศรีบุตร แวเจริญ		รศ. ดร. ชนศักดิ์ บ้ายเที่ยง	
Tel.	081-904-1608	Tel.	081-908-5090
ID Line	sribudh	ID Line	mala0928
E-mail :	swr@kmitnb.ac.th	E-mail :	chanasak.b@op.kmitnb.ac.th

คำนำ

การเรียนรู้แคลคูลัสกับการเล่นกีฬา มีลักษณะคล้ายกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งกีฬากอล์ฟ “ไทเกอร์ วูดส์” นักกอล์ฟสายเลือดลูกครึ่ง ไทย-อเมริกัน ดังระเบิดไปทั่วโลก ด้วยประวัติการเรียนและกีฬากอล์ฟอันเยี่ยมยอด เป็นแชมป์กอล์ฟเยาวชนของสหรัฐหลายสมัย หลังการก้าวเข้าสู่กอล์ฟอาชีพเพียงเวลาไม่กี่เดือน ก็สามารถคว้าแชมป์กอล์ฟรายการใหญ่ได้หลายรายการ ด้วยวัยเพียง 21 ปี ด้านการเรียน มีผลการเรียนดีเยี่ยมสามารถเข้าเรียนในมหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นมหาวิทยาลัยท็อปเทนของสหรัฐ ผู้เขียนอยากนำทั้งสองสิ่งมาหล่อหลอมเข้าด้วยกัน เพื่อให้บัณฑิต นักศึกษา และผู้สนใจในวิชาแคลคูลัสได้มองภาพในอนาคตได้เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น โดยนำกีฬากอล์ฟมาอธิบายเปรียบเทียบ หนังสือเล่มนี้ได้ตั้งชื่อว่า “ **สนามฝึกซ้อมวิชาแคลคูลัส** ” (Driving Range of Calculus) เช่นเดียวกับกีฬากอล์ฟซึ่งมี สนามฝึกซ้อมกอล์ฟ (Driving Range of Golf) ก่อนที่จะเข้าสนามฝึกซ้อมคงต้องศึกษานิยามทฤษฎี และคุณสมบัติต่างๆ จากห้องเรียนจนเข้าใจดีพอ แล้วจึงนำหนังสือเล่มนี้มาฝึกฝนให้เกิดความเข้าใจให้ดียิ่งขึ้น

หนังสือเล่มนี้ได้ใช้เทคโนโลยีสมัยใหม่ มาช่วยทำให้รูปแบบของหนังสือมีคุณค่ายิ่งขึ้น โดยใช้โปรแกรม **Mathcad** **Maple** และ **Mathematica** ซึ่งทำให้ผู้อ่านหนังสือเล่มนี้ สามารถมองเห็นโจทย์ปัญหานั้นๆ ได้เป็นรูปธรรมมากขึ้น

แคลคูลัสเป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่งของสาขาคณิตศาสตร์ และเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนาไปใช้ประยุกต์ในสาขาวิชาต่างๆ ของนักวิทยาศาสตร์และวิศวกร ก่อนที่จะนำไปประยุกต์ ใช้ได้ดี บัณฑิตนักศึกษา จำเป็นต้องศึกษาวิชาพื้นฐานให้เข้าใจถ่องแท้ก่อน จากประสบการณ์ด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ วิศวกรรมมากกว่า 40 ปี ในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือแห่งนี้ และเป็นอาจารย์พิเศษสอนวิชาคณิตศาสตร์ในมหาวิทยาลัยของรัฐอีกหลายแห่ง จึงได้รวบรวมเขียนออกมาเป็น **แผนที่วิชาแคลคูลัสพื้นฐาน (Calculus Concept Maps)** ตามที่ผู้เขียนได้แนบไว้ในด้านหลังของปกหลังของหนังสือเล่มนี้และยังมอบตารางรวมสูตรอนุพันธ์และอินทิกรัลจำนวน 147 สูตรอีกหนึ่งแผ่นภาพสี่สี ขนาด A3 ให้ผู้อ่าน ผู้เขียนได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น **e-Book:Series 1-8** โดยแต่ละ **Series** จะมีเนื้อหาความสัมพันธ์กันเกี่ยวข้องกันอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นการศึกษาวิชาแคลคูลัสจำเป็นต้องมีพื้นฐานของคณิตศาสตร์ **e-Book:Series** ตื่นๆ อยู่ตลอดเวลา

ทางด้านกีฬากอล์ฟนั้นผู้เขียนได้มีโอกาสรับการฝึกอบรมจากคุณครูกอล์ฟ **Bell Penny** (Head Professional-Class A C.P.G.A.) จากโรงเรียนการศึกษากอล์ฟไทย ซึ่งเป็นโรงเรียนกอล์ฟแห่งแรกของประเทศไทย เมื่อปี 1994 ทำให้ผู้เขียนได้เกิดแนวคิดที่จะนำทั้งสองเรื่องนี้ คือ แคลคูลัสและกอล์ฟมา

ผนวกเข้าด้วยกัน ซึ่งมีหลายๆ สิ่งสามารถนำมาเปรียบเทียบให้นิสิต นักศึกษา ได้มองเห็นภาพการศึกษา แคลคูลัสได้ดียิ่งขึ้นในกีฬากอล์ฟนั้นเราแบ่งไฟท์ออกเป็น 3 ไฟท์ เรียงลำดับตามความสามารถได้ดังนี้ คือ ไฟท์ C มือใหม่ (Beginner) , ไฟท์ B มือสมัครเล่น (Amateur) , ไฟท์ A มืออาชีพ (Professional)

การเล่นกอล์ฟนั้น ในการออกรอบ 1 รอบ หรือตีจนครบ 18 หลุมนั้น ต้องใช้ความอดทน ความพยายาม มีจิตใจที่มุ่งมั่น การเล่นกอล์ฟจะต้องแก้ปัญหาเฉพาะหน้าตลอดเวลาและรูปแบบของปัญหานั้นเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอผู้เล่นต้องคิดแก้ปัญหาด้วยตัวเองบนพื้นฐานของประสบการณ์ที่มีอยู่ เมื่อถึงจุดหนึ่งผู้เล่นที่มีพื้นฐานและการฝึกซ้อมดีพอ ผู้เล่นจะสามารถแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้เสมอ โดยที่ผู้เล่นจะต้องนำปัจจัยหลายๆ อย่างมาช่วยในการคิดแก้ปัญหา

ในวิชาแคลคูลัสก็เช่นเดียวกัน เป็นวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์หลายๆ ด้านมาประกอบกัน เพื่อช่วยในการคิดแก้ปัญหา ผู้เขียนจึงได้เขียนปูพื้นตั้งแต่เริ่มต้น ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแต่เจาะลึกลงไปในแต่ละเรื่องมากกว่าเดิม นักศึกษาที่พื้นฐานยังไม่ดีพอจึงเปรียบเสมือนนักกอล์ฟมือใหม่ ต้องฝึกทำโจทย์ตั้งแต่ต้นในเรื่องพื้นฐานจนเกิดความเข้าใจก่อน จึงจะเริ่มศึกษาในเนื้อหาของวิชาแคลคูลัสได้ เมื่อผู้เรียนฝึกซ้อมจนเข้าใจแล้วจึงจะถือว่าอยู่ในระดับมือสมัครเล่น และนักศึกษาจะต้องทำการฝึกฝนต่อไปอีกจนเกิดความเข้าใจ จึงจะถือว่านักศึกษาจัดอยู่ในขั้นระดับมืออาชีพ จึงจะสามารถศึกษาในขั้นประยุกต์ได้ ในตำราชุดนี้เปรียบเสมือนสนามฝึกซ้อม มีโจทย์ตัวอย่างมากมายเพียงพอที่จะทำให้นักศึกษาพัฒนาตนเองอยู่ในขั้นมืออาชีพได้อย่างสบาย

หนังสือคณิตศาสตร์วิศวกรรม Series 6 ก่อนที่จัดทำเป็น e-book:Series 6 ได้ปรับปรุงมาแล้ว2ครั้ง โดยทำการปรับปรุงจากหนังสือคณิตศาสตร์วิศวกรรม Series 6 จะเน้นในเรื่อง การแปลงลาปลาซ อนุกรมฟูเรียร์ และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยปรับปรุง จากการจัดพิมพ์ครั้งแรกในปี 2543 มีการเพิ่มเนื้อหาและรูปภาพของฟังก์ชันในระบบสี่สีอีกมากมายรวมทั้งรูปเล่ม ตัวหนังสือเป็นสีน้ำเงิน เพื่อให้ดูชัดเจน และสวยงาม นอกจากนี้ผู้เขียนได้เพิ่มตัวอย่างพร้อมแสดงวิธีทำโดยละเอียดที่น่าสนใจจากเดิม รวมตัวอย่างโจทย์เป็น 311 ตัวอย่าง และเพิ่มโจทย์ปัญหาพร้อมคำเฉลย เป็น 1,136 ข้อ วาดกราฟ ทั้งหมดเป็น 187 รูป และ แสดงขั้นตอนวิธีการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ และวาดกราฟโดยสี่สีใช้โปรแกรม Maple เพื่อให้นักศึกษาได้เห็นเป็นรูปธรรมนามธรรมยิ่งขึ้น และเกิดความเข้าใจลึกซึ้ง โดยดูจากกราฟของฟังก์ชันจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผู้เขียนยังได้เพิ่มโจทย์ปัญหาและแบบฝึกหัดทำให้จำนวนหน้าเพิ่มขึ้นอีกมากจากเดิม 534 หน้า เป็น 620 หน้า นักศึกษาและผู้อ่านจะได้ฝึกทบทวนเนื้อหาและทดลองทำแบบฝึกหัดในลักษณะต่างๆทำให้เกิดความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีให้ถ่องแท้ อันจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนการสอน และการทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพในอนาคต ถ้าจะให้หนังสือ e-book:Series 6 เล่มนี้เปรียบเทียบกับกีฬากอล์ฟ ผู้เขียนตั้งใจจะให้มันเป็นเช่นเดียวกับ สนามฝึกซ้อมกอล์ฟ (Driving Range) ถ้าใครเข้าสนามฝึกซ้อมมากก็จะทำให้พัฒนาดียิ่งขึ้น แล้วจะส่งผลให้นิสิต-นักศึกษา ข้อสอบกลางภาค (Midterm) และสอบปลายภาค

(Final) ด้วยความมั่นใจ เช่นเดียวกับนักกอล์ฟที่มีความพร้อม และมีความเชื่อมั่นที่ลงสนามแข่งขัน

ผู้เขียนขอกราบขอบคุณ คุณครู-อาจารย์ทุกท่าน ตั้งแต่ประถมจนถึงมหาวิทยาลัยที่ได้ประสิทธิประสาทวิชาให้ ขอกราบขอบคุณทุกท่านที่ได้ให้การสนับสนุนหนังสือตั้งแต่ **e-book:Series 1 ถึง e-book :Series 8** ขอขอบคุณเพื่อนร่วมงานทุกคนที่ได้คอยให้กำลังใจและให้คำแนะนำด้วยดีมาตลอด ขอขอบคุณ คุณ วีนดา เนตรสว่าง และ คุณฉัตรสุมาลย์ ลาภเวธิ ที่ทุ่มเทช่วยพิมพ์ต้นฉบับ **Series 6** ครั้งแรกให้เป็นอย่างดีและขอบคุณนักศึกษาของภาควิชาคณิตศาสตร์หลายรุ่นที่ได้ช่วยตรวจต้นฉบับให้เป็นอย่างดี และที่สำคัญที่สุดขอขอบคุณและขอใจ ภรรยาและลูกๆ ของผู้เขียนทั้งสอง : คุณยุพิน แวเวจริญ ลูกแพรวและลูกเพชร คุณวงษ์เดือน บ่ายเที่ยง ลูกต๋มและลูกดี ที่ได้ให้กำลังใจในการเขียนมาตลอดและเป็นผู้อยู่เบื้องหลังของความสำเร็จในการจัดทำนี้

หนังสือ **e-book:Series 6 การแปลงลาปลาซ อนุกรมฟูเรียร์ และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย** เล่มนี้จะไม่สามารถเกิดขึ้นได้ ถ้าไม่มี ผู้บริหารของ มจพ. หลายท่าน โดยเฉพาะ รศ.ดร.จิตนันท จารุโรจน์กิริติ คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ รศ.ดร.เสนอ คุณประเสริฐ หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์ และเพื่อนร่วมงานในภาควิชาคณิตศาสตร์และนักศึกษาของภาควิชาคณิตศาสตร์ทั้งในอดีตและปัจจุบัน ดังเช่น **ดร. อมรรัตน์ สังข์สุวรรณ (MA16)** คุณ นพดล สวนดอน (MA17) คุณ วันเพ็ญ แด่งงาม(MA17) และ **คุณ บุญผา จิตรโสม (MA20)** ที่ทุ่มเทเวลาช่วยพิมพ์ต้นฉบับให้เป็นอย่างดียิ่ง ท้ายสุดนี้ขอขอบใจ นาย ทินพัฒน์ แวเวจริญ (AS 23) ของ มจพ. (KMUTNB) ที่ช่วยออกแบบปก และ Artwork ของ **e-book:Series 6** เล่มนี้ทั้งหมด

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือประกอบการเรียนเล่มนี้ คงจะเป็นประโยชน์ต่อนิสิต นักศึกษา ในสถาบันอุดมศึกษาต่างๆ บ้างตามสมควร หากพบข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขในหนังสือเล่มนี้ กรุณาเสนอแนะให้ผู้เขียนทราบด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง ขอให้แฟนพันธ์แท้และผู้สนใจคอยติดตาม **e-book:Series 7** ต่อไป

คุณความดีและคุณประโยชน์ทั้งหลายทั้งปวง ขอมอบให้บิดา – มารดา ครู-อาจารย์ ของผู้เขียนทั้งสอง

รศ. ศรีบุศร แวเวจริญ

รศ. ดร. ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง

คำนิยม

ท่านผู้อ่านหนังสือเล่มนี้ทุกท่าน ผมได้ติดตามวิถีคิดและการทำหนังสือ Series 1-8 ของอาจารย์ทั้งสองท่าน คือ รศ. ศรีบุตร แวเจริญ และ รศ. ดร. ชนศักดิ์ บ้ายเที่ยง มาโดยตลอด ซึ่งได้จัดทำหนังสือคณิตศาสตร์ SERIES ออกมาแล้ว 8 เล่มรวมทั้งปรับปรุงหนังสือคณิตศาสตร์ SERIES 1-8 มาโดยตลอด หนังสือคณิตศาสตร์ เล่มนี้เป็นการปรับปรุงหนังสือ Series 6 ให้อยู่ในรูปแบบ e-book Series 6 การแปลงลาปลาซ อนุกรมฟูเรียร์ และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย มีการนำเอาโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ Maple มาช่วยวาดกราฟและคำนวณคำตอบของปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์ให้นักศึกษาได้ตรวจคำตอบอีกด้วย ทำให้การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ผมเองตอนที่เป็นักเรียน/นักศึกษาเวลาทำการบ้านคณิตศาสตร์ต้องหาให้ได้คำตอบและต้องถูกต้องแต่มั่นใจว่าคำตอบที่ถูกต้องนั้นในสมัยก่อน ต้องตรวจสอบที่ท้ายเล่มเท่านั้น

ในปัจจุบันวิวัฒนาการทางคอมพิวเตอร์มีมากขึ้น ท่านอาจารย์ทั้งสองท่านก็มิยอมให้การเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นแบบเดิมหรือย่ำอยู่กับที่ ได้พัฒนาการเรียนรู้โดยการนำโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงวิธีทำและหาคำตอบ และได้สอดแทรกการแก้ปัญหาโดยโปรแกรมสำเร็จรูปในหนังสือเล่มนี้ด้วย

ผมเองได้เห็น ความบากบั่น ความพยายามของอาจารย์ทั้งสองท่าน ที่พยายามช่วยให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ไม่ยุ่งยากอีกต่อไป และในฐานะของผู้บริหารคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ต้องขอขอบคุณและ อยากให้มีหนังสือแบบนี้มากขึ้นในหลายสาขาวิชาของคณะเพื่อการเรียนรู้ในวิชาของคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์สามารถทำให้นักศึกษาหรือผู้อ่านได้เข้าใจในเนื้อหาของวิชานั้นอย่างดี

ขอบคุณครับ



รองศาสตราจารย์ ดร. จิตนนท์ จาโรจน์กীরติ
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

แถมฟรี

e-book:Series 6 เล่มนี้ ผู้เขียนได้มอบแผ่นพับขนาด A3 รูป4สีสวยงามจำนวน 2 แผ่นที่จะเป็นประโยชน์กับนักศึกษาและผู้สนใจวิชา CALCULAS เป็นอย่างดี

1. CALCULUS CONCEPT MAPS
2. FORMULA TABLES OF DERIVATIVES AND INTEGRALS
3. SOME COMPUTER-GENERATED SURFACES IN 3-SPACE

คำนิยม

ท่านผู้อ่านหนังสือ **e-book:Series 6** การแปลงลาปลาซ อนุกรมฟูรีเยร์ และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เล่มนี้ทุกท่าน ผมเป็นคนหนึ่งที่ใกล้ชิดและเห็นการทำงาน แนวความคิดและการทำหนังสือของ รองศาสตราจารย์ ศรีบุตร แวเวจริญ และ รองศาสตราจารย์ ดร.ชนศักดิ์ บ้ายเที่ยง มาโดยตลอด ท่านทั้งสองได้เขียนหนังสือคณิตศาสตร์วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ (**e-book:Series 1- 8**) ออกมาแล้ว 8 เล่มอย่างต่อเนื่องและมีการปรับปรุงเนื้อหาใหม่ในหนังสือคณิตศาสตร์วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ทั้ง 8 เล่ม โดยมีการเพิ่มเติมรูปภาพประกอบโจทย์ปัญหาให้เห็นเป็นรูปธรรมและนำเอาโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ Maple และ Mathcad มาช่วยในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อ่านหนังสือเล่มนี้ได้เห็นปัญหาโจทย์เป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น

ผมเห็นความมุ่งมั่น และความตั้งใจของอาจารย์ทั้งสองท่าน คือ ความสำเร็จที่ยิ่งใหญ่ที่จะช่วยประเทศไทยแก้ปัญหาการขาดแคลนหนังสือคณิตศาสตร์ที่ทันสมัยเหมือนต่างประเทศ จากจุดเริ่มต้นดังกล่าว ท่านตั้งใจจะทำหนังสือเพื่อลูกศิษย์ นิสิต นักศึกษาและผู้สนใจในวิชาแคลคูลัส ทำให้หนังสือไม่เพียงใช้เรียนในชั้นเรียนแต่กลับใช้เรียนเสมือนศึกษาบนเว็บที่มีรูปภาพ คำอธิบายและโปรแกรมครบทุกส่วน ทำให้ผู้เรียนขยายวงกว้างจากนักเรียนในชั้นเรียน สู่นักเรียนนอกชั้นเรียนหลายสาขาอาชีพ ตอบสนองต่อยุทธศาสตร์ การพัฒนาประเทศด้านการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ เกิดการเรียนรู้ที่สนับสนุนต่อสังคม การมีการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต และนิสิต นักศึกษาจะได้ก้าวเข้าสู่สังคมอาเซียนได้เป็นอย่างดี

นับเป็นภาระกิจของภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ ที่ต้องผลิตหนังสือและตำราวิชาการเป็นบริการความรู้แก่สังคม ตามปรัชญาของมหาวิทยาลัยที่ว่า “พัฒนาคน พัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี” และในฐานะของผู้บริหารภาควิชาคณิตศาสตร์ ต้องขอขอบคุณอาจารย์ทั้งสองท่านที่ปรับปรุงหนังสือคณิตศาสตร์วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ เรื่อง การแปลงลาปลาซ อนุกรมฟูรีเยร์ และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย **e-book:Series 6** นี้ ก็นับเป็นบริการด้านสติปัญญาอีกเล่มหนึ่งที่ภาควิชาคณิตศาสตร์ภูมิใจมอบให้แก่สังคม และประเทศไทย

ขอบคุณครับ



รองศาสตราจารย์ ดร.เสนอ คุณประเสริฐ
หัวหน้าภาควิชาคณิต

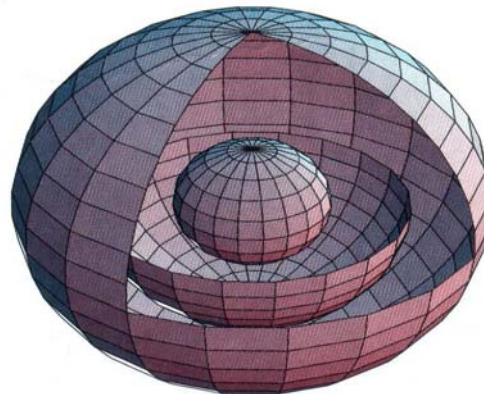
สารบัญ

เกี่ยวกับผู้แต่ง คำนำ คำนิยม

บทที่ 1

คำตอบแบบอนุกรมกำลังของสมการเชิง
เส้นและฟังก์ชันพิเศษ

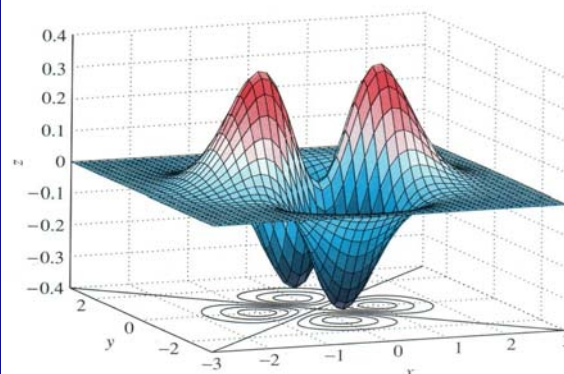
(Power Series Solutions of Linear
Equations and Special Functions)



1.1	ทบทวนอนุกรมยกกำลัง (Review of Power Series)	1 - 17
1.2	สมการโคชี-ออยเลอร์ (The Cauchy-Equation)	18 - 27
1.3	คำตอบรอบจุดสามัญ (Solutions About Ordinary Points)	28 - 54
1.4	คำตอบรอบจุดเอกฐานปกติ (Solution About Regular Singular Points)	55 - 107
1.5	ฟังก์ชันพิเศษ (Special Functions)	108
1.5.1	ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel Functions)	109 -120
1.5.2	ฟังก์ชันเลอจองด์ (Legendre Functions)	121 -133

บทที่ 2

การแปลงลาปลาซ
(Laplace Transformation)



2.1	บทนิยามการแปลงลาปลาซ (Laplace Transformation)	134 - 154
2.2	ฟังก์ชันแกมมา (Gamma Function)	155 - 164

2.3	การแปลงผกผัน (Inverse Transform)	165 - 181
2.4	คุณสมบัติของการแปลงลาปลาซ (Properties of Laplace Transform)	182 - 197
2.5	ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (Unit Step Function)	198 - 221
2.6	การแปลงของฟังก์ชันคาบ (Transforms of Periodic Functions)	222 - 231
2.7	ผลการประสาน (Convolution)	232 - 254
2.8	ฟังก์ชันแรงดลหนึ่งหน่วย (Dirac's Delta Function)	255 - 266

บทที่ 3

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น อันดับสอง (Applications of Second-Order Linear Equations)



3.1	การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ผูกติดแน่นกับปลายลวดสปริง (Motion of a Body Attached to a Spring)	267 - 318
3.2	วงจรไฟฟ้าแบบอนุกรม (Series Electrical Circuits)	319 - 332
3.3	การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ลอยตัวในของเหลว (The Steady - State Heat Flow)	333 - 340
3.4	การโก่งของคาน (Deflection of Beam)	341 - 350
3.5	การประยุกต์อื่นๆ	351 - 364
3.6	การประยุกต์ของการแปลงลาปลาซ (Application of Laplace Transform)	365 - 397

บทที่ 4

อนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series)



4.1	ฟังก์ชันคาบ (Periodic Functions)	398 - 410
4.2	ฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Functions)	411 - 419
4.3	อนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชันที่มีคาบ 2π (Fourier Series of Functions with Period of 2π)	420 - 440
4.4	อนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชันที่มีคาบ $2L$ (Fourier Series of Functions with Period of $2L$)	441 - 454
4.5	อนุกรมฟูรีเยร์โคไซน์ อนุกรมฟูรีเยร์ไซน์และการกระจายครึ่งช่วง (Fourier Cosine Series , Fourier Series and Half-Range Expansions)	455 - 487

บทที่ 5

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equations)



5.1	แนวคิดพื้นฐาน (Basic Concepts)	488 - 493
-----	----------------------------------	-----------

5.2	เชิงอนุพันธ์ย่อยแบบแยกตัวแปร (Separable Partial Differential Equations	494 - 509
5.3	สมการคลื่นใน 1 มิติ ปัญหาการสั่นของเส้นลวด (One -Dimensional Wave Equation : Vibrating String Problem)	510 - 524
5.4	สมการความร้อนใน 1 มิติ : ปัญหาการนำความร้อน (One -Dimensional Heat Equation : Conduction Problem)	525 - 546
5.5	สมการลาปลาซใน 2 มิติ : การแจกแจงอุณหภูมิในสถานะคงตัว (Laplace's Equation in Two-Dimensional : Stead-State Temperature Distribution)	547 - 565
เฉลยแบบฝึกหัด (Solution)		566 - 616
สูตรคณิตศาสตร์		617 - 620
บรรณานุกรม		621



บทที่ 1

คำตอบแบบอนุกรมกำลังของ สมการเชิงเส้น (Power Series Solutions of Linear Equations and Special Functions)



- 1.1 ทบทวนอนุกรมยกกำลัง
(Review of Power Series)
- 1.2 สมการโคชี-ออยเลอร์
(The Cauchy-Euler Equation)
- 1.3 คำตอบแบบอนุกรมกำลังรอบจุดสามัญ
(Power Series Solutions About Ordinary Points)
- 1.4 คำตอบแบบอนุกรมกำลังรอบจุดเอกฐาน
(Power Series Solutions About Singular Points)
- 1.5 ฟังก์ชันพิเศษ(Special Functions)
 - 1.5.1 ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel Functions)
 - 1.5.2 ฟังก์ชันเลอจองด์ (Legendre Functions)

1.1 ทบทวนอนุกรมกำลัง (Review of Power Series)

ใน SERIES 5 เราได้ศึกษาการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่ n ส่วนใหญ่เป็นสมการที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัวและมีวิธีการหาคำตอบเฉพาะโดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์วิธีใช้ตัวลบล้างวิธีการแปรตัวพารามิเตอร์และระเบียบวิธีตัวดำเนินการผกผันแต่มีปัญหาอีกมากมายทั้งทางวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ใช่ค่าคงตัวเช่นสมการโคชี-ออยเลอร์ สมการเลอจองด์ และสมการเบสเซลเป็นต้นการหาคำตอบของสมการโคชี-ออยเลอร์สามารถกระทำได้ โดยอาศัยวิธีหาคำตอบของสมการเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัวมาช่วยอย่างไรก็ตามสมการเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรโดยทั่วไปไม่สามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีดังกล่าวเหมือนสมการโคชี-ออยเลอร์และไม่สามารถหาคำตอบได้ในรูปของฟังก์ชันมูลฐานดังนั้นเราจึงพยายามหาคำตอบในรูปอนุกรมอนันต์

	ซึ่งบ่อยครั้งพบว่าคำตอบที่หาได้จะอยู่ในรูปอนุกรมกำลังในบทนี้เราจะเน้นถึงการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรที่มีอันดับในรูปของอนุกรมกำลัง ซึ่งผู้อ่านจะต้องมีพื้นฐานทางด้านอนุกรมกำลังซึ่งสามารถหาอ่านรายละเอียดเรื่องดังกล่าวในหนังสือของผู้แต่งใน Series 4 อย่างไรก็ตามจะขอทบทวนพอสังเขปดังรายละเอียดที่จะกล่าวต่อไปนี้
นิยาม 1.1	อนุกรมกำลังในเทอมของ $x - x_0$ คืออนุกรมอนันต์ที่อยู่ในรูป
Power Series	$c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)^2 + \cdots + c_n(x - x_0)^n + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x - x_0)^n$ โดยที่ $c_0, c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจงและเรียกอนุกรมดังกล่าวว่า อนุกรมกำลังศูนย์กลางที่ x_0
	ตัวอย่างเช่น 1. อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n x^n$ เป็นอนุกรมกำลังที่มีศูนย์กลางที่ 0 2. อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x-2)^n$ เป็นอนุกรมกำลังที่มีศูนย์กลางที่ 2
นิยาม 1.2	อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x - x_0)^n$ ลู่เข้า (Convergence) ที่ค่าใดค่าหนึ่ง ถ้าลำดับของผลบวกย่อย $\{S_N(x)\}$ ลู่เข้า นั่นคือ $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N c_n(x - x_0)^n$ มีค่า ถ้าลิมิตไม่มีค่าที่ x ใดๆ เราจะกล่าวว่า อนุกรมไม่ลู่เข้า (Divergence)
Convergence & Divergence	ตัวอย่างเช่น 1. อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ ลู่เข้าทุกค่า x เมื่อ $-1 < x < 1$ 2. อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}$ ลู่เข้าทุกค่า x เมื่อ $-\infty < x < \infty$ 3. ณ ที่ $x=1$ ในอนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} x^n$ มีรูปเป็น $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} = -\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots\right)$ ซึ่งเป็นอนุกรมที่ลู่เข้าโดยกฎของ Leibnitz ใน Series 4

นิยาม 1.3	ช่วงแห่งการลู่เข้า(Interval of Convergence)ของอนุกรมกำลัง หมายถึง เซตของจำนวนทั้งหมดซึ่งทำให้อนุกรมกำลังเป็นอนุกรมที่ลู่เข้า
Interval of Convergence	ตัวอย่างเช่น 1. ช่วงแห่งการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ คือ $(-1,1)$ เนื่องจากเป็นอนุกรมเรขาคณิต โดยที่ $r = x$ ถ้า $r = x < 1$ จะทำให้อนุกรมลู่เข้า 2. ช่วงแห่งการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ คือ $(-1,1)$ 3. ช่วงแห่งการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}$ คือ $(-\infty, \infty)$
นิยาม 1.4	อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$ จะมี รัศมีของการลู่เข้า(Radius of Convergence) R
Radius of Convergence	ได้ 3 แบบ คือ (1) ถ้าอนุกรมลู่เข้าที่จุดศูนย์กลาง $x = a$ เพียงจุดเดียว จะได้ $R = 0$ (2) อนุกรมลู่เข้าสำหรับทุก ๆ x ซึ่ง $x-a < R$ โดยที่ $R > 0$ และอนุกรมไม่ลู่เข้า เมื่อ $x-a > R$ (3) อนุกรมลู่เข้าสำหรับทุก ๆ x ในกรณีนี้ รัศมีการลู่เข้าคือ R เราเขียน $R = \infty$ ณ ที่จุดปลายช่วง(End Point)อาจจะลู่เข้า หรือไม่ลู่เข้าก็ได้ จึงสามารถจำแนกออกเป็นกรณีต่าง ๆ ได้ ดังนี้ ถ้า $x-a < R$ แล้ว $-R < x-a < R$ หรือ $-R+a < x < a+R$ ดังนั้น (1) ช่วงแห่งการลู่เข้าคือ $[a-R, a+R]$ หรือ (2) ช่วงแห่งการลู่เข้าคือ $(a-R, a+R)$ หรือ (3) ช่วงแห่งการลู่เข้าคือ $[a-R, a+R)$ หรือ (4) ช่วงแห่งการลู่เข้าคือ $(a-R, a+R]$
นิยาม 1.5	สำหรับ x ที่อยู่ในช่วงแห่งการลู่เข้าที่ทำให้อนุกรมในรูปค่าสัมบูรณ์
Absolute Convergence	$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้า เราจะกล่าวว่า อนุกรมกำลังเป็นอนุกรมที่ลู่เข้าอย่างสัมบูรณ์ (Absolute Convergence)
	การหาช่วงของการลู่เข้าของอนุกรมกำลังสามารถหาได้จากทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎี 1.1	การลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$ สามารถตรวจสอบได้โดยใช้การทดสอบแบบอัตราส่วนสมมติ $c_n \neq 0$ สำหรับทุก n และ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{c_{n+1} (x-x_0)^{n+1}}{c_n (x-x_0)^n} \right = x-x_0 \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{c_{n+1}}{c_n} \right = L$ จะได้ว่า 1. ถ้า $L < 1$ แล้ว อนุกรมจะลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ 2. ถ้า $L > 1$ แล้ว อนุกรมไม่ลู่เข้า 3. ถ้า $L = 1$ แล้ว ไม่มีข้อสรุป (Inconclusive)
ตัวอย่าง 1.1	จงหาช่วงของการลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n n} = \frac{(x-4)}{2} + \frac{(x-4)^2}{8} + \frac{(x-4)^3}{24} + \dots$ วิธีทำ จากการทดสอบแบบอัตราส่วน $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{\frac{(x-4)^{n+1}}{2^{n+1} (n+1)}}{\frac{(x-4)^n}{2^n n}} \right = x-4 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2(n+1)}$ $= \frac{1}{2} x-4 = L$ เราจะได้ว่า อนุกรมนี้ลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ สำหรับ $\frac{1}{2} x-4 < 1$ หรือ $x-4 < 2$ หรือ $2 < x < 6$ หรือ $x \in (2, 6)$ อนุกรมนี้ไม่ลู่เข้าสำหรับ $\frac{1}{2} x-4 > 1$ หรือ $x-4 > 2$ หรือ เมื่อ $x > 6$ หรือ $x < 2$ ที่จุดปลายซ้าย $x=2$ ของช่วงเปิดของการลู่เข้าได้อนุกรมของค่าคงตัว $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ เป็นอนุกรมลู่เข้าโดยการทดสอบด้วยอนุกรมสลับ ที่จุดปลายขวา $x=6$ จะได้ อนุกรมของค่าคงตัว $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ เป็นอนุกรมฮาร์มอนิกไม่ลู่เข้า ดังนั้น ช่วงของการลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n n}$ คือ $[2, 6)$ และรัศมีของการลู่เข้าคือ $R = 4$ □