

มุมและเส้นขนาน

Angles and Parallel Lines



ISBN : 978-616-577-215-0

พิมพ์ครั้งที่ 1



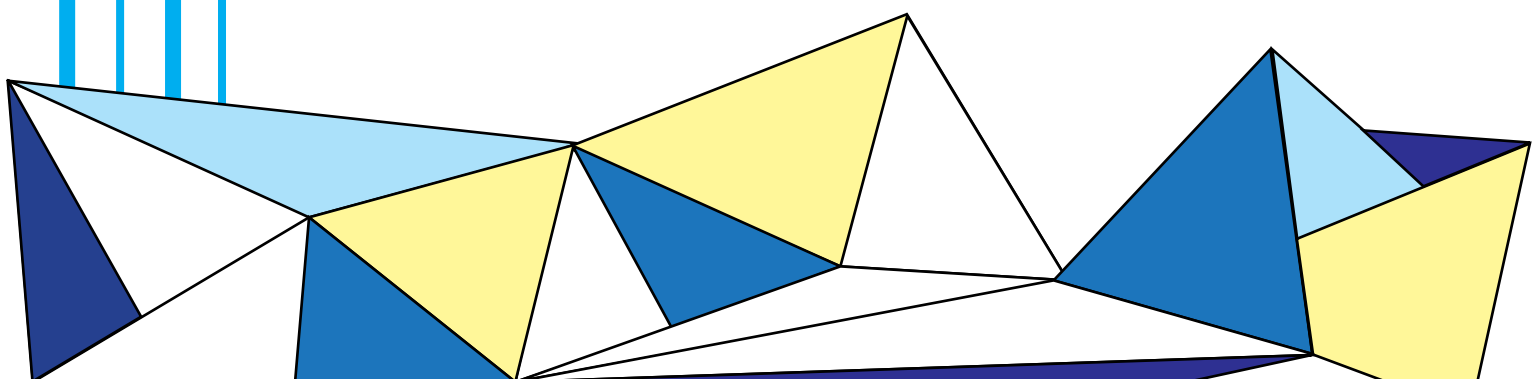
อาจารย์รุ่งอรุณ บุญพยุ่ง

มุมและเส้นขนาน

Angles and Parallel Lines

อาจารย์รุ่งอรุณ บุญพยุ่ง

โครงการส่งเสริมการวิจัยและสร้างสรรค์นวัตกรรม ประจำปีงบประมาณ 2563
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา



มุมและเส้นขนาน (Angles and Parallel Lines)

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ
National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

รุ่งอรุณ บุญพยุ่ง.
มุมและเส้นขนาน = Angles and Parallel Lines.- ชลบุรี : สานิตบุรพา, 2563.
114 หน้า.

1. มุม. I. ชื่อเรื่อง.

516.15
ISBN 978-616-577-215-0

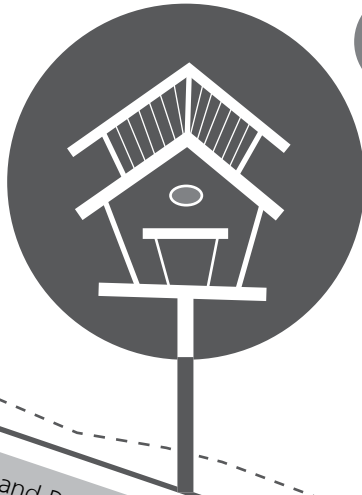
จัดทำโดย : รุ่งอรุณ บุญพยุ่ง
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
73 ถ.บางแสนล่าง ต.แสนสุข อ.เมืองชลบุรี จ.ชลบุรี 20131

ภาพประกอบ : กิตติคุณ หุตะมาน , ปราโมทย์ ขวัญกลาง
พิมพ์ครั้งที่ 1 : ธันวาคม 2563
พิมพ์ที่ : สานิตบุรพา
73 ถ.บางแสนล่าง ต.แสนสุข อ.เมืองชลบุรี จ.ชลบุรี 20131

คำนำ

หนังสือ เรื่อง “มุมและเส้นขนาน” (Angles and Parallel Lines) เล่มนี้ ผู้เขียน ได้กำหนดเนื้อหาสาระตรงตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เพื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษา ปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์ให้นักเรียนได้ใช้แบบฝึกหัดที่หลากหลาย ตรงตามหลักสูตร สอดคล้องกับแนวข้อสอบแข่งขันและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันซึ่งผู้เขียนได้กำหนด เนื้อหาอันประกอบด้วยสาระสำคัญ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด โดยผู้เรียนสามารถทบทวน และศึกษาเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มพูนความรู้ อีกทั้งแบบฝึกเสริมทักษะเล่มนี้ยังเป็นประโยชน์ ต่อผู้ปกครองที่มีความสนใจและติดตามกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย

อาจารย์รุ่งอรุณ บุญพยุ่ง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา



Angles and Parallel Lines

3

แบบฝึกเสริมทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “มุมและเส้นขนาน”

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	3
คำชี้แจง	5
มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด / ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	6
จุดประสงค์การเรียนรู้	7
สาระการเรียนรู้	8
แบบทดสอบก่อนเรียน	9
บทนำ	12
มุม (Angles)	15
มุมและส่วนประกอบของมุม	15
ชนิดของมุม	19
การวัดขนาดของมุม	22
การคำนวณหาขนาดของมุมโดยการจำแนกชนิดของมุม	34
เส้นขนาน (Parallel Lines)	49
เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	50
สัญลักษณ์แสดงการขนาน	54
สมบัติของเส้นขนาน	58
มุมแย้ง	58
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	63
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดหรือมุมสมนัย	69
การคำนวณหาขนาดของมุมโดยใช้สมบัติของเส้นขนาน	78
การนำไปใช้เรื่องมุมและเส้นขนาน (Mini Project)	86
แบบทดสอบหลังเรียน	90
ภาคผนวก	95
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	96
เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะ (แบบฝึกที่ 1 - 16)	96
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	111
ตัวอย่างการนำไปใช้เรื่องมุมและเส้นขนาน (Mini Project)	112
ประวัติส่วนตัว	114

คำชี้แจง

หนังสือเล่มนี้สร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาและฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะได้รับประโยชน์จากแบบฝึกเสริมทักษะวิชาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ โดยการตั้งใจฝึกปฏิบัติด้วยตนเองและปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังต่อไปนี้

1. นักเรียนอ่านคำชี้แจงและศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อนทำแบบฝึกเสริมทักษะ
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน
3. นักเรียนศึกษาเนื้อหา ตัวอย่างในแบบฝึกเสริมทักษะอย่างตั้งใจและลงมือทำให้ครบทุกข้อ
4. หากนักเรียนมีปัญหา หรือข้อสงสัยประการใด ให้ซักถามครูได้ทันที
5. เมื่อทำแบบฝึกทักษะจนครบทุกแบบฝึกแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อวัดความก้าวหน้าในการเรียน โดยทำด้วยตนเองอย่างตั้งใจ
6. ในส่วนท้ายของแบบฝึกเสริมทักษะจะมีกิจกรรมการประยุกต์ใช้เรื่องมุมและเส้นขนาน (Mini Project) เพื่อเป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้ทราบถึงประโยชน์และการนำความรู้เรื่องมุมและเส้นขนานไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้ จักเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน คุณครู และผู้ปกครอง ที่จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ป.5/1 สร้างเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงให้ขนานกับเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน
3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่างๆ หรือศาสตร์อื่นๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง
4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผล สนับสนุนหรือโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ
5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือ สร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

- นักเรียนสามารถ
1. บอกชื่อมุม ส่วนประกอบของมุม และสัญลักษณ์แทนมุม
 2. วัดมุมที่มีขนาดต่างๆ โดยใช้โพรแทรกเตอร์
 3. จำแนกชนิดของมุม
 4. คำนวณหาขนาดของมุม โดยการจำแนกชนิดของมุม
 5. ระบุเส้นตรงคู่ที่ขนานกัน โดยพิจารณาจากระยะห่างระหว่างเส้นตรง
 6. ตรวจสอบเส้นขนาน โดยพิจารณาจากมุมแย้ง , มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
 7. คำนวณหาขนาดของมุม โดยใช้สมบัติของเส้นขนาน

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ

1. ซื่อสัตย์สุจริต
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

มุม

- มุม คือ รังสี 2 เส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน รังสี 2 เส้นนี้ เรียกว่า แขนของมุม และจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันนี้เรียกว่า จุดยอดมุม
- $\angle$ หรือ $\wedge$ เป็นสัญลักษณ์แสดงมุม
- การวัดขนาดของมุมโดยใช้โพรแทรกเตอร์ทำได้โดยวางโพรแทรกเตอร์ให้จุดกึ่งกลางของโพรแทรกเตอร์ทับจุดยอดมุมของมุมที่ต้องการวัด และให้แนวศูนย์องศาของโพรแทรกเตอร์ทับไปบนแขนข้างหนึ่งของมุมจากนั้นอ่านขนาดของมุม โดยนับจาก 0 องศาที่ตรงกับแขนของมุมข้างหนึ่งไปจนถึงรอยขีดบอกองศาที่ตรงกับแขนของมุมอีกข้างหนึ่ง รอยขีดนั้นจะบอกขนาดของมุมที่ต้องการวัด
- มุมต่างๆ จำแนกตามขนาดได้ดังนี้
 - มุมแหลมมีขนาดมากกว่า 0° แต่น้อยกว่า 90°
 - มุมฉาก มีขนาด 90°
 - มุมป้านมีขนาดมากกว่า 90° แต่น้อยกว่า 180°
 - มุมตรงมีขนาด 180°
 - มุมกลับมีขนาดมากกว่า 180° แต่น้อยกว่า 360°
 - มุมรอบจุดศูนย์กลาง/มุมกลม/มุมศูนย์ มีขนาดเท่ากับ 360° หรือ 0°

เส้นขนาน

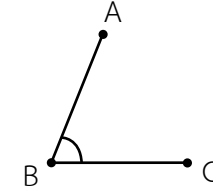
- เส้นตรง 2 เส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันจะขนานกันก็ต่อเมื่อมีระยะห่างเท่ากันเสมอ
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้ามุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

Pre-Test

แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจง : ให้นักเรียน x ทับตัวเลือกที่ถูกต้อง (คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 10 นาที)

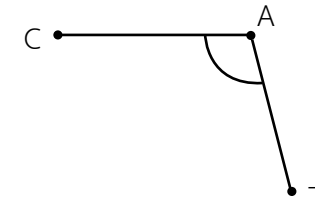
1.



จากรูป ข้อใดคือจุดยอดมุม

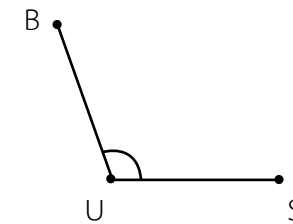
- ก. จุด A ข. จุด B
ค. จุด C ง. จุด A, จุด B และจุด C

2. มุม CAT เป็นมุมชนิดใด เพราะเหตุใด



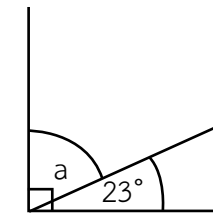
- ก. มุม CAT เป็นมุมป้านเพราะมีขนาดมากกว่า 90°
ข. มุม CAT เป็นมุมกลับเพราะมีขนาดมากกว่า 180°
ค. มุม CAT เป็นมุมป้านเพราะมีขนาดมากกว่า 0° แต่น้อยกว่า 180°
ง. มุม CAT เป็นมุมกลับเพราะมีขนาดมากกว่า 180° แต่น้อยกว่า 360°

3. วัดขนาดของมุม BUS โดยใช้โพรแทรกเตอร์



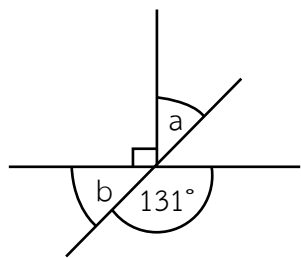
- ก. 70°
ข. 110°
ค. 75°
ง. 120°

4. จงหาขนาดของมุม a



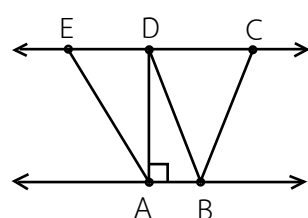
- ก. 90°
ข. 83°
ค. 77°
ง. 67°

5. จงหาค่าของ $a + b$



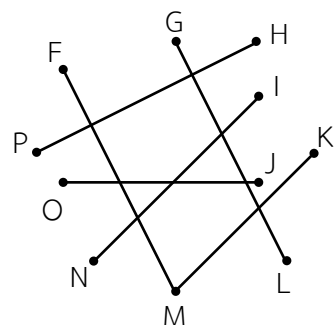
- ก. 41°
- ข. 49°
- ค. 90°
- ง. 131°

6. ให้เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ส่วนของเส้นตรงใดแสดงระยะห่างระหว่างเส้นขนาน



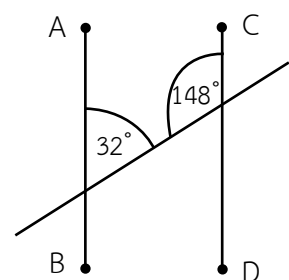
- ก. $\overline{EA}$
- ข. $\overline{DA}$
- ค. $\overline{DB}$
- ง. $\overline{CB}$

7. จากรูป มีส่วนของเส้นตรงคู่ใดขนานกันบ้าง



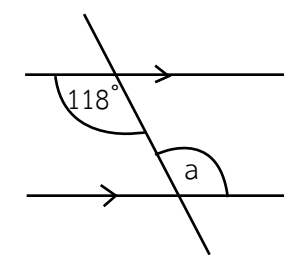
- ก. $\overline{PH} \parallel \overline{MK}$ และ $\overline{NI} \parallel \overline{MK}$
- ข. $\overline{FM} \parallel \overline{GL}$ และ $\overline{OJ} \parallel \overline{PH}$
- ค. $\overline{NI} \parallel \overline{MK}$ และ $\overline{FM} \parallel \overline{GL}$
- ง. $\overline{PH} \parallel \overline{NI}$ และ $\overline{FM} \parallel \overline{MK}$

8. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ เพราะเหตุใด



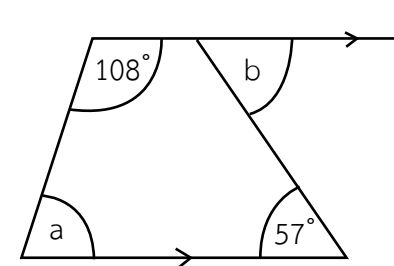
- ก. มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- ข. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°
- ค. มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
- ง. มุมสมนัยมีขนาดเท่ากัน

9. จงหาขนาดของมุม a



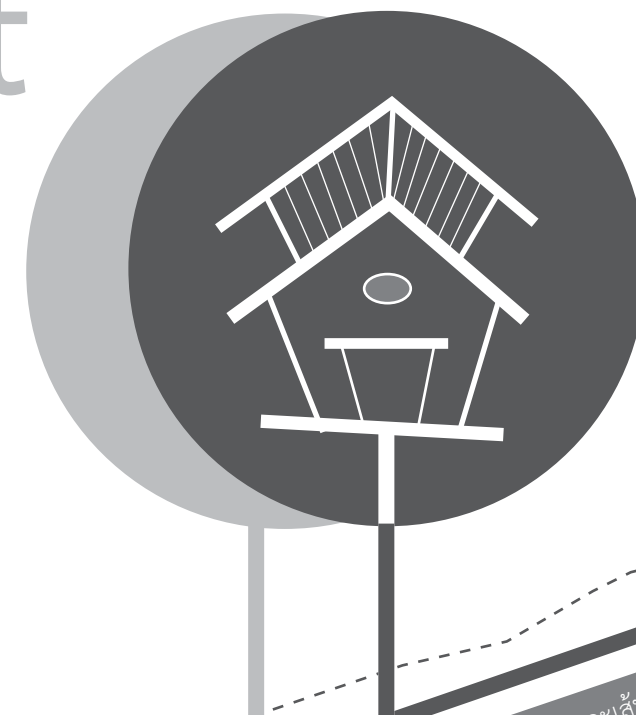
- ก. 118°
- ข. 68°
- ค. 112°
- ง. 62°

10. จงหาขนาดของมุม a และมุม b



- ก. $a = 108^\circ$, $b = 57^\circ$
- ข. $a = 72^\circ$, $b = 123^\circ$
- ค. $a = 108^\circ$, $b = 123^\circ$
- ง. $a = 72^\circ$, $b = 57^\circ$

Pre-Test



บทนำ

คณิตศาสตร์ เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการคำนวณ คนส่วนใหญ่มักจะเข้าใจและรู้จักคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ในการเรียนรู้ ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องกับตัวเลขอยู่เสมอ ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์มีพัฒนาการมาอย่างยาวนาน โดยผ่านการวิจัยและการประยุกต์ใช้ องค์ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ถูกจัดแบ่งออกเป็นสาขาวิชาต่าง ๆ ผ่านหลักการเบื้องต้น เริ่มตั้งแต่เลขคณิต และพัฒนาตามการประยุกต์ใช้ ได้แยกสาขาออกเป็นพีชคณิต เรขาคณิต ตรรกศาสตร์ สถิติศาสตร์ และแคลคูลัส โดยสาระที่กล่าวมานี้ ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในศาสตร์อื่น ๆ เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างสรรค์นวัตกรรมและความรู้หนึ่งที่เป็นพื้นฐานต่อการเรียนรู้ คือ เรขาคณิต

เรขาคณิต เป็นแขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ ที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ของเส้น มุม การวัด พื้นที่ และปริมาตร การทำความเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับพื้นฐานทางเรขาคณิต มีความสำคัญและส่งผลต่อการเรียนรู้ และความเข้าใจในเรขาคณิตมากขึ้น ในบทแรกของหนังสือนี้ได้กล่าวถึงภาพรวมของ จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และระนาบ มีลักษณะเป็นคำนิยามในทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถใช้คำนิยามเหล่านี้เพื่ออธิบาย สื่อความหมาย หรือนิยามคำอื่น ๆ ได้ ตามตัวอย่างต่อไปนี้

“จุด” ใช้แสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ เช่น ตำแหน่งของสถานที่ในแผนที่ ตำแหน่งของดวงดาวหรือตำแหน่ง ซึ่งอธิบายได้โดยกำหนดพิกัดที่ชัดเจน ในทางคณิตศาสตร์ “จุด” เป็นคำนิยาม ไม่มีความกว้าง ความยาว หรือความหนา ในการเรียกชื่อ “จุด” เราจะใช้ตัวอักษรภาษาไทย หรือภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เป็นชื่อเรียกของจุด

“เส้นตรง” เป็นเส้นที่มีความยาวไม่จำกัด สามารถต่อขยายออกไปได้ทั้งสองข้าง โดยไม่มีที่สิ้นสุด ในทางคณิตศาสตร์คำว่า “เส้นตรง” เป็นคำนิยาม ถือว่าไม่มีความกว้าง สามารถกำหนดชื่อของเส้นตรงโดยใช้จุด 2 จุด ที่อยู่บนเส้นตรงนั้น

“ส่วนของเส้นตรง” คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ประกอบด้วยจุดปลายทั้งสองข้างและ มีความยาวจำกัด สามารถกำหนดชื่อได้จากจุดปลายทั้งสองจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรงนั้น

“รังสี” คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายเพียงจุดเดียว ส่วนอีกด้านหนึ่งเป็น หัวลูกศร ซึ่งสามารถลาก ขยายออกไปได้ไม่มีที่สิ้นสุด สามารถกำหนดชื่อได้จากจุดปลายและจุดใดจุดหนึ่งบนรังสี

“ระนาบ” เป็นพื้นผิวที่แบนและเรียบที่ขยายออกไปได้ทุกทิศทางโดยไม่มีที่สิ้นสุด สามารถกำหนดชื่อได้จากจุด 3 จุด ที่ไม่อยู่บนเส้นตรง

จากรายละเอียดข้างต้น ที่นำเสนอถึงความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตนั้น จะเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนรู้เกี่ยวกับมุมและเส้นขนานในบทต่อไป

“มุม” คำนี้จัดเป็นคำนิยามแตกต่างจากคำนิยามข้างต้น โดยมุมเกิดจากรังสี 2 เส้น ที่มีจุดปลายร่วมกัน รังสี 2 เส้นนี้ เรียกว่า แขนของมุม และจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันนี้ เรียกว่า จุดยอดมุม ในทางปฏิบัติอาจไม่เขียน จุด (.) บนรังสี และไม่เขียนหัวลูกศรที่แขนของมุม อย่างไรก็ตาม แขนของมุมยังคงเป็นรังสีเสมอ เราสามารถต่อแขนของมุมให้มีความยาวออกไปได้ตามที่ต้องการ ส่วนประกอบของมุมจะประกอบไปด้วย ชื่อมุม จุดยอดมุม และแขนของมุม

มุมแต่ละชนิดจะมีขนาดแตกต่างกัน แบ่งตามขนาดของมุมได้ 6 ชนิด และหน่วยที่ใช้ในการวัดขนาดของมุม เรียกว่า องศา (°) ได้แก่ มุมแหลม มีขนาดไม่เกิน 90 องศา มุมฉากมีขนาดเท่ากับ 90 องศา มุมป้านมีขนาดมากกว่า 90 องศา แต่ไม่เกิน 180 องศา มุมตรงมีขนาดเท่ากับ 180 องศา มุมกลับมีขนาดมากกว่า 180 องศา แต่ไม่เกิน 360 องศา และมุมกลมหรือมุมศูนย์มีขนาดเท่ากับ 360 องศา

นอกจากนี้เรายังใช้การวัดขนาดของมุม เพื่อเป็นการบอกขนาดของมุมและจำแนกมุมแต่ละชนิด ซึ่งในการวัดขนาดของมุม เราจะอาศัยเครื่องมือที่ใช้ในการวัด เรียกว่า โพรแทรกเตอร์

ในบทนี้เราจะประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับชนิดของมุม สำหรับการคำนวณหาค่าตอบของโจทย์ที่มีความท้าทายเกี่ยวกับมุมได้อย่างหลากหลาย

ลำดับถัดไปเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับ **“เส้นขนาน”** ที่มีความหมายถึง เส้นตรง, ส่วนของเส้นตรง หรือรังสี สองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน และมีระยะห่างเท่ากันตลอด ส่วนของเส้นตรงที่แสดงระยะห่างระหว่างเส้นขนาน ต้องตั้งฉากกับเส้นขนาน และการวัดระยะห่างระหว่างเส้นขนาน จะต้องวัดด้วยความยาวของเส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานนั้น ซึ่งบทนี้เราจะได้ทำความเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับ เส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่มีความสัมพันธ์กัน โดยอาศัยความรู้เรื่อง มุมแย้ง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และมุมภายนอกหรือมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดหรือมุมสมนัย เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการให้เหตุผลเกี่ยวกับ เส้นขนาน เช่น

มุมแย้ง กล่าวคือ “ถ้าเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด กล่าวคือ “ถ้าเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้ว มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา” มุมภายนอกหรือมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดหรือมุมสมนัย กล่าวคือ “ถ้าเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดหรือมุมสมนัยมีขนาดเท่ากัน”

สำหรับการคำนวณหาขนาดของมุมในเรื่องเส้นขนานนี้ จะต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมแย้ง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดหรือมุมสมนัย มุมตรงข้าม และมุมประชิด มาใช้เพื่อการให้เหตุผลประกอบการพิจารณาหาค่าของตัวไม่ทราบค่า

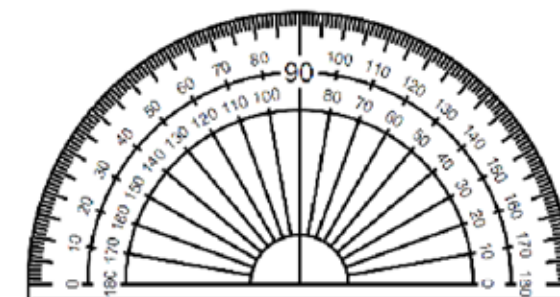
ในเรื่องของการนำไปใช้เกี่ยวกับมุมและเส้นขนาน เป็นบทที่น่าสนใจเพื่อให้เห็นถึงความสำคัญของเรขาคณิต ที่แทรกอยู่ในสายงายต่าง ๆ จะเน้นถึงการนำความรู้เกี่ยวกับมุมและเส้นขนานไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตประจำวัน ถือว่าเป็นเรื่องใกล้ตัวที่เราสามารถพบเห็นได้เสมอ เพียงแต่เราไม่ได้สังเกตว่าสิ่งเหล่านี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้เรื่องมุมและเส้นขนาน เช่น การออกแบบลวดลายของเสื้อผ้าที่เราใช้สวมใส่อยู่ทุกวัน การออกแบบที่จอดรถยนต์ให้เข้า - ออกได้ง่ายและจอดได้สะดวกหรือแม้แต่เทคนิคการจอดรถยนต์ให้รวดเร็วและปลอดภัย รวมถึงการใช้มุมและเส้นขนานในงานสถาปัตยกรรม งานออกแบบเพื่อการอยู่อาศัยโดยองค์ความรู้เหล่านี้ เป็นสิ่งที่ทำให้วิถีชีวิต และความเป็นอยู่ของมนุษย์เป็นปกติสุขและปลอดภัย

จากตัวอย่างที่ยกมาจะเห็นได้ว่า มุมและเส้นขนานมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งต่าง ๆ รอบตัว และเป็นสิ่งที่เราสามารถพบเห็นได้ในการใช้ชีวิตประจำวัน การที่เรามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องมุมและเส้นขนาน จึงทำให้เรามีความสามารถในการสังเกต จดจำ มีทักษะที่จะนำความรู้ดังกล่าวไปปรับประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และแก้ปัญหาในเรื่องต่าง ๆ ได้ โดยความรู้ต่าง ๆ ที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นเพียงข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการศึกษานี้อาอย่างละเอียด ที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเล่มนี้

มุมเกิดจากส่วนของเส้นตรง
หรือรังสี 2 เส้น ที่มีจุดปลายร่วมกัน

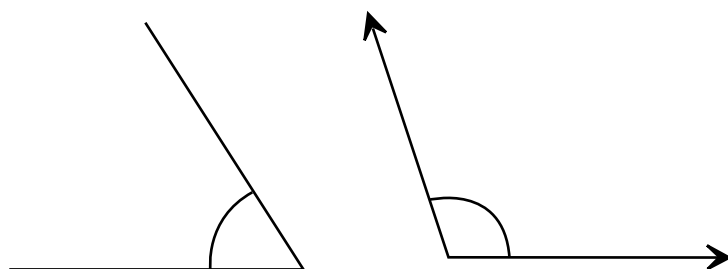
Angles are created by two rays
or two line segments that share one endpoint.

มุม Angles

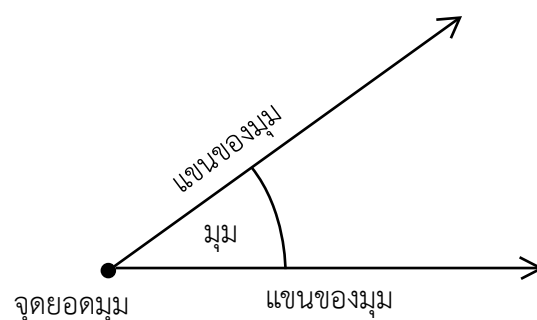


มุม (Angles)

มุมเกิดจากส่วนของเส้นตรงหรือรังสี 2 เส้น ที่มีจุดปลายร่วมกัน ดังรูป



Angles are created by two rays or two line segments that share one endpoint.



ส่วนประกอบของมุม

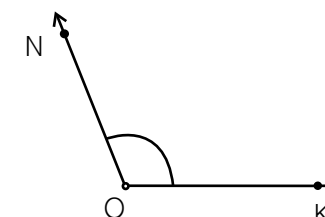
- ชื่อมุม (Name) เรียกตามอักษร 3 ตัว ที่อยู่บนแขนของมุมทั้งสองข้างและจุดยอดมุม เรียงตามลำดับหรือเรียกตามชื่อของจุดยอดมุม
- จุดยอดมุม (Vertex) คือจุดพบกันของส่วนของเส้นตรง หรือรังสี
- แขนของมุม (Sides) คือส่วนของเส้นตรง หรือรังสีที่ทำให้เกิดมุม

การเขียนสัญลักษณ์แทนมุม

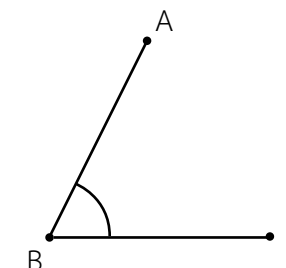
- สัญลักษณ์ $\wedge$ เขียนไว้เหนือตัวอักษรที่เป็นจุดยอดมุม
- สัญลักษณ์ $\angle$ เขียนไว้หน้าตัวอักษรที่เป็นชื่อมุม
- การเขียนสัญลักษณ์แทนมุมต้องให้อักษรที่เป็นจุดยอดมุมอยู่ตรงกลางเสมอ

การเรียกชื่อมุมอาจเรียกตามจุดยอดมุม ในกรณีที่จุดยอดมุมนั้นเป็นของมุมเพียงมุมเดียว เช่น

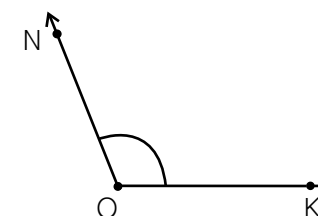
NOK มีจุด O เป็นจุดยอดมุม เขียนแทนด้วย $\hat{O}$



ABC มีจุด B เป็นจุดยอดมุม เขียนแทนด้วย $\hat{B}$



ตัวอย่าง

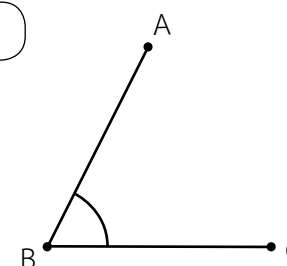


ชื่อมุม

จุดยอดมุม คือ
แขนของมุม คือ
สัญลักษณ์แทนมุม

มุม NOK หรือ มุม KON
จุด O
 $\overrightarrow{ON}$ และ $\overrightarrow{OK}$
 $\hat{NOK}$, $\hat{KON}$, $\angle NOK$,
 $\angle KON$ หรือ $\hat{O}$

ตัวอย่าง



ชื่อมุม

จุดยอดมุม คือ
แขนของมุม คือ
สัญลักษณ์แทนมุม

มุม ABC หรือ มุม CBA
จุด B
 $\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{BC}$
 $\hat{ABC}$, $\hat{CBA}$, $\angle ABC$, $\angle CBA$
หรือ $\hat{B}$