

วิธีการทางคอมพิวเตอร์ สำหรับวิศวกร

วิธีการทางคอมพิวเตอร์ สำหรับวิศวกร

ชูศักดิ์ ศีรีรัตน์

 **สำนักพิมพ์**
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2565

390.-

ชูศักดิ์ ศีรีรัตน์

วิธีการทางคอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกร / ชูศักดิ์ ศีรีรัตน์

1. วิศวกรรมศาสตร์ -- การประมวลผลข้อมูล. 2. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข.
3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข -- โปรแกรมคอมพิวเตอร์. 4. วิชวลเบสิก (ภาษาคอมพิวเตอร์).
5. การเขียนโปรแกรม (คอมพิวเตอร์).

518.028 553

ISBN (e-book) 978-974-03-4109-3

สปจ. 2534



assคณค่าวิชาการ สู่สังคม
Knowledge to All
www.cupress.chula.ac.th

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยแต่ผู้เดียว
การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น
ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จัดทำโดย สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2565
www.cupress.chula.ac.th [CUB6502-009]
โทร. 0-2218-3562-3

บรรณาธิการอำนวยการ : นางอรทัย นันทนาดิษฐ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อรัญ หาญสืบสาย

กองบรรณาธิการฝ่ายวิชาการ : ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ปิยนดา บุนนาค รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์นัฏ เดชะคุปต์
รองศาสตราจารย์ นายแพทย์วิชิตณุ พันธุ์เจริญ รองศาสตราจารย์ ดร.วิมลวรรณ พิมพ์พันธุ์

ผู้ประสานงาน : วาสนา ชำเ็น

พิสูจน์อักษร : ศิริกัญญา เลี้ยวศรีมี

ออกแบบปก : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ออกแบบรูปเล่ม : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ศีรีรัตน์

ผู้จัดจำหน่าย : ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โทร. 0-2218-9872 โทรสาร 0-2254-9495

Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ)

โทร. 0-2255-4433 <http://www.chulabook.com>

ร้านค้าติดต่อ : แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก โทร. 0-2374-1375-6 โทรสาร 0-2374-1374

customer@cubook.chula.ac.th, info@cubook.chula.ac.th

Apps: CU-eBook Store

คำนำ

จุดเริ่มต้นของการรู้จักระเบียบวิธีเชิงตัวเลขก็คงตั้งแต่สมัยเรียนระดับปริญญาตรี ซึ่งได้นำเนื้อหาบางส่วนมาใช้ในการทำปริญญานิพนธ์ประกอบกับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ต่อเนื่องมาจนถึงการทำวิทยานิพนธ์ในระดับปริญญาโท ซึ่งก็ใช้ประกอบกับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เช่นเดียวกัน และในขณะศึกษาระดับปริญญาเอกซึ่งได้เรียนเนื้อหาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำให้มีความเข้าใจระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมากขึ้น จนกระทั่งได้รับผิดชอบสอนในรายวิชา วิธีการทางคอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกรโยธา เมื่อ พ.ศ. 2554 จึงได้เริ่มต้นจัดทำเอกสารประกอบการสอน จนเมื่อได้รับผิดชอบสอนในรายวิชา การประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกรรมโยธา และการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จึงได้นำความสามารถของโปรแกรมไมโครซอฟต์เอ็กเซลและการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลข และได้พัฒนาเนื้อหาและสื่อการสอนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งพบว่าไม่เพียงการคำนวณขั้นสูงเท่านั้นที่ต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข แต่การคำนวณขั้นพื้นฐานก็สามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้เช่นเดียวกัน โดยเฉพาะการทำโครงการปริญญานิพนธ์ในระดับปริญญาตรีที่ต้องแปลผลการทดสอบ การแก้ระบบสมการ การปรับเส้นโค้ง การประมาณค่าในช่วง ล้วนแล้วแต่เกี่ยวข้องกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขทั้งสิ้น แต่ปัญหาของนักศึกษาก็คือไม่รู้จะประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอย่างไร จึงทำให้เกิดความคิดในการเขียนหนังสือเล่มนี้ตั้งแต่ พ.ศ. 2558 แต่ด้วยภาระหน้าที่หลายอย่างทำให้การทุ่มเทเวลาในการเขียนตำราไม่ต่อเนื่อง จนกระทั่งเกิดโรคระบาด Covid-19 จึงมีโอกาสดำเนินงานแบบ Work from Home ซึ่งทำให้มีช่วงเวลาที่สามารทุ่มเทให้กับการเขียนหนังสือเล่มนี้อย่างจริงจังและต่อเนื่อง และแล้วในที่สุดก็เสร็จสมบูรณ์

หนังสือวิธีการทางคอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกรเล่มนี้ ผู้เขียนได้แต่งและเรียบเรียงจากเอกสารประกอบการสอน ตำรา บทความวิชาการต่าง ๆ รวมทั้งประสบการณ์จากการสอนและบทความบางส่วนของผู้เขียนเอง โดยเนื้อหาในหนังสือจะเริ่มจากการให้ผู้อ่านได้เข้าใจความสำคัญ พื้นฐานและความคลาดเคลื่อนของการคำนวณเชิงตัวเลข ตามด้วยการปูพื้นฐานการใช้ฟังก์ชันและ Add-Ins ในไมโครซอฟต์เอ็กเซลและการพัฒนาโปรแกรมด้วยภาษาวิซวลเบสิกในรูปแบบ Graphical User Interface (GUI) รวมถึงการเขียนรหัสคำสั่ง (Coding) สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข แล้วจึงกล่าวถึงระเบียบวิธีเชิงตัวเลขต่าง ๆ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ โดยมุ่งเน้นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับงานทางวิศวกรรม และการแก้ปัญหาเดียวกันด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขด้วยการทำมือ ใช้ไมโครซอฟต์เอ็กเซล และการเขียนรหัสคำสั่งภาษาวิซวลเบสิก ทั้งนี้เพื่อให้ผู้อ่านได้เรียนรู้ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยมือซึ่งอาจต้องใช้เวลานาน การใช้ฟังก์ชันหรือ Add-Ins ในไมโครซอฟต์เอ็กเซลช่วยในการหาผลเฉลยซึ่ง

สามารถดำเนินการได้อย่างรวดเร็วและใช้ตรวจสอบผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณด้วยมือ และการเขียนรหัสคำสั่งด้วยภาษาวิชวลเบสิกเพื่อหาผลเฉลย ซึ่งต้องมีความเข้าใจทั้งการใช้ภาษาคอมพิวเตอร์และขั้นตอนการคำนวณ โดยสามารถนำรหัสคำสั่งในหนังสือเล่มนี้ไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในอนาคตได้

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้อ่านไม่มากนักน้อย หากเนื้อหาส่วนใดยังมีส่วนที่บกพร่องหรือไม่สมบูรณ์ ผู้เขียนจะขอเข้าไปปรับปรุงในโอกาสต่อไป และอยากให้หนังสือเล่มนี้เป็นแรงบันดาลใจให้ผู้อ่านที่มีความสนใจ ได้นำไปใช้ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นของตนเองต่อไปในอนาคต

ชูศักดิ์ ศิริรัตน์

สารบัญ

หน้า



บทที่ 1

พื้นฐานการคำนวณเชิงตัวเลข

1

- 1.1 ความหมายและความสำคัญของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข 2
- 1.2 หลักการคิดเพื่อการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ 4
- 1.3 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขกับการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับงานวิศวกรรม 8
- 1.4 สรุปท้ายบท 10
- แบบฝึกหัด 11



บทที่ 2

ค่าคลาดเคลื่อนกับการคำนวณเชิงตัวเลข

13

- 2.1 ความแม่นยำและความเที่ยงตรง 13
- 2.2 ค่าคลาดเคลื่อน 15
- 2.3 การคำนวณค่าคลาดเคลื่อนของตัวเลข 17
- 2.4 ความแม่นยำของผลเฉลยเชิงตัวเลข 18
- 2.5 สรุปท้ายบท 24
- แบบฝึกหัด 25



บทที่ 3

ไมโครซอฟต์เอ็กเซลกับการคำนวณเชิงตัวเลข

29

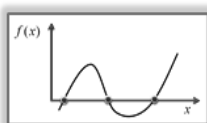
- 3.1 การใช้ฟังก์ชันในการดำเนินการเกี่ยวกับเมทริกซ์ 29
- 3.2 การใช้ Solver ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลข 45
- 3.3 สรุปท้ายบท 54
- แบบฝึกหัด 55



บทที่ 4

ไมโครซอฟต์วิซวลเบสิกกับการคำนวณเชิงตัวเลข 59

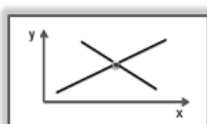
4.1 หลักการทำงานของวิซวลเบสิก	61
4.2 อ็อบเจกต์และคอนโทรลพื้นฐานในวิซวลเบสิก	62
4.3 การคำนวณและฟังก์ชันเกี่ยวกับตัวเลข	66
4.4 การเขียนโปรแกรมด้วยโปรแกรมภาษาวิซวลเบสิก	72
4.5 การเขียนโปรแกรมสำหรับใช้ในงานเมทริกซ์	84
4.6 สรุปท้ายบท	89
แบบฝึกหัด	90



บทที่ 5

การหาค่ารากของสมการ 93

5.1 การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	94
5.2 กลุ่มวิธีแบบปิด	97
5.2.1 ระเบียบวิธีกราฟ	97
5.2.2 ระเบียบวิธีแบ่งครึ่งช่วง	99
5.2.3 ระเบียบวิธีวงผิดที่	102
5.3 กลุ่มวิธีแบบเปิด	105
5.3.1 ระเบียบวิธีทำซ้ำหนึ่งจุด	105
5.3.2 ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน	111
5.3.3 ระเบียบวิธีเซแคนต์	114
5.4 สรุปท้ายบท	118
แบบฝึกหัด	119

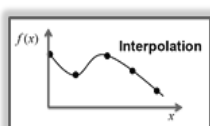


บทที่ 6

ระบบสมการเชิงเส้น 123

6.1 การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	124
6.2 กลุ่มวิธีแบบตรง	129
6.2.1 กฎของคราเมอร์	129
6.2.2 ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์	134

6.2.3	ระเบียบวิธีเกาส์-ชอร์ดอง	142
6.2.4	ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน	147
6.2.5	ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู	152
6.2.6	ระเบียบวิธีการแยกโคเลซกี	161
6.3	กลุ่มวิธีกระบวนการทำซ้ำ	169
6.3.1	ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบยาโคบี	169
6.3.2	ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล	173
6.4	สรุปท้ายบท	177
	แบบฝึกหัด	178

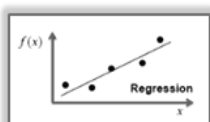


บทที่ 7

การประมาณค่าในช่วงและนอกช่วง

181

7.1	การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	182
7.2	ระเบียบวิธีผลต่างจากการแบ่งย่อยของนิวตัน	184
7.2.1	การประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น	184
7.2.2	การประมาณค่าในช่วงกำลังสอง	188
7.2.3	การประมาณค่าในช่วงฟังก์ชันพหุนาม	193
7.3	ระเบียบวิธีฟังก์ชันพหุนามของลากรานจ์	198
7.3.1	การประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น	198
7.3.2	การประมาณค่าในช่วงกำลังสอง	202
7.3.3	การประมาณค่าในช่วงฟังก์ชันพหุนาม	207
7.4	ระเบียบวิธีการประมาณค่าในช่วงเส้นโค้ง	212
7.4.1	การประมาณค่าในช่วงเส้นโค้งเชิงเส้น	212
7.4.2	การประมาณค่าในช่วงเส้นโค้งกำลังสอง	216
7.4.3	การประมาณค่าในช่วงเส้นโค้งกำลังสาม	223
7.5	สรุปท้ายบท	232
	แบบฝึกหัด	234



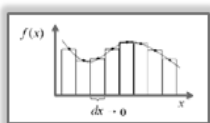
บทที่ 8

การถดถอยแบบกำลังสองน้อยสุด

237

8.1	การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	238
-----	-------------------------	-----

8.2 การถดถอยแบบเชิงเส้น	240
8.2.1 การดำเนินการหาสมการถดถอยแบบเชิงเส้น	240
8.2.2 การตรวจสอบความเหมาะสมของสมการ	242
8.2.3 การแปลงสมการไม่เชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบสมการเชิงเส้น	249
8.3 การถดถอยแบบพหุนาม	252
8.4 การถดถอยแบบหลายเชิง	266
8.4.1 สมการถดถอยหลายเชิงแบบเชิงเส้น	266
8.4.2 สมการถดถอยหลายเชิงแบบพหุนาม	268
8.5 สรุปท้ายบท	278
แบบฝึกหัด	279

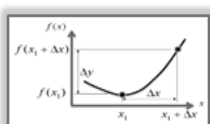


บทที่ 9

การหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลข

281

9.1 การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	282
9.2 กฎสี่เหลี่ยมคางหมู	284
9.3 กฎของซิมป์สัน	291
9.3.1 กฎของซิมป์สัน 1/3	292
9.3.2 กฎของซิมป์สัน 3/8	294
9.3.3 การใช้กฎของซิมป์สัน 1/3 ร่วมกับกฎของซิมป์สัน 3/8	296
9.4 ความผิดพลาดจากการหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลข	307
9.5 วิธีการของรอมเบิร์ต	311
9.6 วิธีการของเกาส์	319
9.7 สรุปท้ายบท	332
แบบฝึกหัด	334



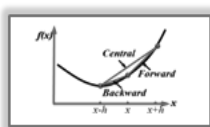
บทที่ 10

ผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ

337

10.1 การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	338
10.2 ระเบียบวิธีของออยเลอร์	338
10.3 การปรับปรุงระเบียบวิธีของออยเลอร์	343
10.3.1 ระเบียบวิธีของฮวน	343

10.3.2 ระเบียบวิธีจุดกึ่งกลาง	348
10.4 ระเบียบวิธีของรุงเง-คุตตา	353
10.4.1 ระเบียบวิธีรุงเง-คุตตาอันดับสอง	353
10.4.2 ระเบียบวิธีรุงเง-คุตตาอันดับสาม	362
10.4.3 ระเบียบวิธีรุงเง-คุตตาอันดับสี่	363
10.5 สรุปท้ายบท	369
แบบฝึกหัด	370



บทที่ 11

ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

373

11.1 การนำไปใช้ในงานวิศวกรรม	374
11.2 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	375
11.3 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย	394
11.4 เงื่อนไขขอบ	411
11.5 การใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์สำหรับปัญหา การไหลสองมิติด้วยไมโครซอฟต์เอ็กเซล	413
11.6 สรุปท้ายบท	426
แบบฝึกหัด	427

บรรณานุกรม	431
------------	-----

ดรรชนี	435
--------	-----

ประวัติผู้แต่ง	443
----------------	-----

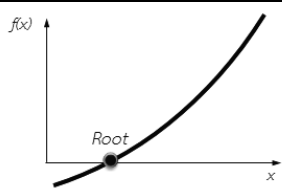
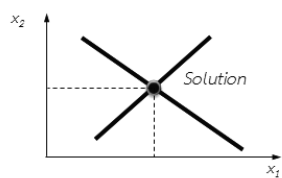
บทที่ 1

พื้นฐานการคำนวณเชิงตัวเลข

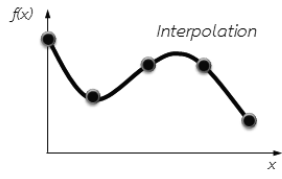
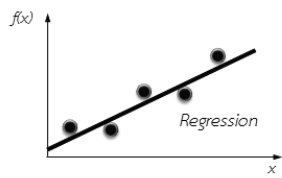
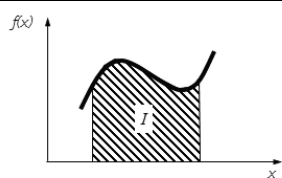
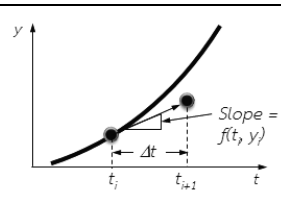
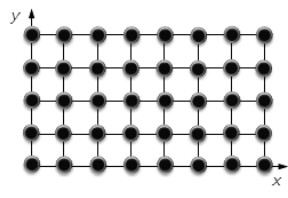
การคำนวณเชิงตัวเลขเป็นการใช้หลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร รวมถึงความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ เป็นเครื่องมือสำหรับการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ โดยคำตอบที่คำนวณได้จะให้ค่าโดยประมาณเท่านั้น แต่จะมีค่าใกล้เคียงกับคำตอบจริงมากน้อยเพียงใดนั้นก็ขึ้นอยู่กับความละเอียดในการคำนวณ แต่เพียงความเข้าใจวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขอย่างเดียวอาจไม่พอที่จะทำให้ได้คำตอบที่รวดเร็ว เนื่องจากการดำเนินการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นการกระทำแบบวนซ้ำจนได้คำตอบที่ต้องการ ดังนั้นจึงต้องอาศัยความสามารถของคอมพิวเตอร์ร่วมกับความรู้ด้านภาษาคอมพิวเตอร์เป็นส่วนช่วยให้การดำเนินการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นไปด้วยความรวดเร็วและให้คำตอบที่ถูกต้องยิ่งขึ้น ทั้งยังลดความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

การประยุกต์วิธีดำเนินการคำนวณเชิงตัวเลข หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข” ผสมผสานกับความสามารถของคอมพิวเตอร์รวมกับการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปและความเข้าใจภาษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นที่มาของชื่อตำราว่า “วิธีการทางคอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกร” ซึ่งจะกล่าวถึงเนื้อหา 3 ส่วน ได้แก่ (1) การใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์เอ็กเซล (2) การโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาวิซวลเบสิก และ (3) ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งมีรายละเอียดเนื้อหาดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 รายละเอียดเนื้อหาระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

เนื้อหา	การอธิบายด้วยกราฟ
1. การหารากของสมการ (Roots of Equations)	
2. ระบบสมการเชิงเส้น (Linear Algebraic Equations)	

ตารางที่ 1.1 รายละเอียดเนื้อหากระเปียบวิธีเชิงตัวเลข (ต่อ)

เนื้อหา	การอธิบายด้วยกราฟ
3. การประมาณค่าในช่วงและนอกช่วง (Interpolation and Extrapolation)	
4. การถดถอยแบบกำลังสองน้อยสุด (Least-Square Regression)	
5. การหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลข (Numerical Integration)	
6. ผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equation)	
7. ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite Difference Method)	

1.1 ความหมายและความสำคัญของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข หมายถึง ระเบียบวิธีของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmetic Operations) แบบง่าย ๆ ประกอบไปด้วยการ บวก ลบ คูณ หาร เป็นหลัก ประกอบกับการใช้เงื่อนไขเหตุผลตามหลักตรรกวิทยา (Logic)

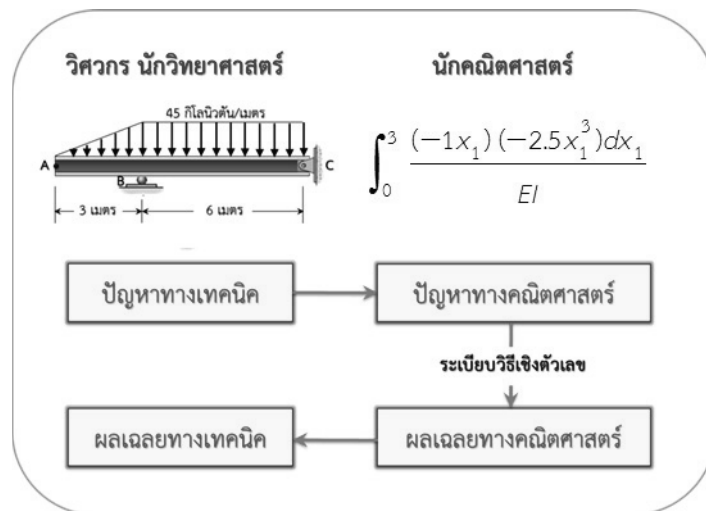
ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเปรียบเสมือนรากฐานที่สำคัญในการเสริมความสามารถของการคำนวณสำหรับกรวิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น และสามารถนำขั้นตอนวิธีไปใช้สร้างเป็น

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทำให้สามารถหาผลเฉลยได้อย่างรวดเร็ว การแก้ปัญหาโจทย์ที่มีความซับซ้อน และเป็นนามธรรมหลาย ๆ ปัญหาต้องการความร่วมมือกันระหว่างวิศวกรหรือนักวิทยาศาสตร์กับนักคณิตศาสตร์ ดังรูปที่ 1.1 ซึ่งอธิบายเป็นขั้นตอนคร่าว ๆ ได้ดังนี้

(ก) วิศวกรหรือนักวิทยาศาสตร์กำหนดปัญหาทางเทคนิค ซึ่งปัญหาอาจมีความซับซ้อนและยุ่งยากต่อการคำนวณ จึงส่งโจทย์ปัญหาดังกล่าวให้กับนักคณิตศาสตร์

(ข) นักคณิตศาสตร์แปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการหาผลเฉลยแม่นยำนั้นทำได้ยากหรืออาจหาค่าไม่ได้ ดังนั้นการใช้หลักการคณิตศาสตร์พื้นฐานแก้โจทย์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจึงเป็นที่นิยม โดยดำเนินการจนได้ผลเฉลยทางคณิตศาสตร์

(ค) เมื่อได้ผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ จึงต้องแปลและอธิบายความหมายของผลลัพธ์กลับไปเป็นผลเฉลยทางเทคนิคให้กับวิศวกรหรือนักวิทยาศาสตร์



รูปที่ 1.1 แผนภาพการแก้โจทย์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์

จากรูปที่ 1.1 พบว่าการแก้โจทย์ปัญหาใด ๆ นั้นอาจต้องอาศัยความรู้จากหลายแขนงร่วมกัน จึงสามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อนำระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์หรือใช้โปรแกรมสำเร็จรูป จะทำให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว และอาจไม่จำเป็นต้องอาศัยนักคณิตศาสตร์ช่วยแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งวิศวกรหรือนักวิทยาศาสตร์ก็สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เองโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนั้นเพื่อให้สามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงควรพิจารณา 2 ส่วนสำคัญ ได้แก่

- (1) ศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหาขั้นตอนของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขต่าง ๆ
- (2) เรียนรู้การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์

สำหรับข้อสรุปในการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข มีดังนี้

- (1) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาแบบตัวเลข โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาคำนวณใหญ่ เช่น ระบบสมการที่มีหลายตัวแปร การหาค่าของชิ้นส่วนภายในระบบโครงสร้าง ฯลฯ
- (2) สามารถแก้โจทย์ปัญหาด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปได้
- (3) สามารถนำขั้นตอนวิธีมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นการพัฒนาทักษะทางคอมพิวเตอร์
- (4) เป็นการสร้างความเข้าใจทางด้านคณิตศาสตร์ที่ลดระดับจากคณิตศาสตร์ชั้นสูงเป็นเพียงคณิตศาสตร์อย่างง่าย
- (5) ฝึกการพัฒนาระบบการคิดอย่างเป็นระบบ

1.2 หลักการคิดเพื่อการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์

จากที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นว่าการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขให้มีประสิทธิภาพนั้น ต้องเข้าใจขั้นตอนกระบวนการระเบียบวิธีเชิงตัวเลข และเข้าใจพื้นฐานการใช้ภาษาคอมพิวเตอร์รวมทั้งโปรแกรมสำเร็จรูป แล้วจึงนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยการหาผลเฉลยสำหรับโจทย์ปัญหาในสาขาต่าง ๆ ทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สามารถแสดงขั้นตอนตามหลักการคิดเพื่อการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังต่อไปนี้

- (1) *วิเคราะห์โจทย์ปัญหา* เป็นการกำหนดค่าที่ต้องการของผลเฉลย เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ การกำหนดตัวแปรในการคำนวณ รวมทั้งการกำหนดสมมติฐานสำหรับการคำนวณ
- (2) *กำหนดสมการทางคณิตศาสตร์* เป็นการนำสิ่งที่วิเคราะห์ในขั้นตอนที่ 1 มาสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับข้อมูลต่าง ๆ และตัวแปรที่กำหนดไว้แล้ว ตามกฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์
- (3) *กำหนดกระบวนการคำนวณเชิงตัวเลข* เป็นการประมาณผลเฉลยของสมการทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาขั้นตอนระเบียบวิธีการเชิงตัวเลขเพื่อให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้โดยง่ายในลักษณะของการดำเนินการแบบวนซ้ำ
- (4) *การพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์* เป็นการนำขั้นตอนระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ได้กำหนดไว้แล้ว มาเขียนรหัสคำสั่ง (Coding) ด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ตามที่แต่ละคนมีความถนัด หรือใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์เอ็กเซลมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตัวเลขก็ได้
- (5) *ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์* เป็นการเปรียบเทียบผลลัพธ์เชิงตัวเลขกับผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ หรือ/และการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่น ๆ การรู้เข้าของคำตอบสามารถตรวจสอบได้จากการกำหนดความละเอียดของช่วงการคำนวณ
- (6) *แปลผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยคำนวณ* เป็นการตัดสินใจเลือกใช้คำตอบที่อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหามากที่สุด

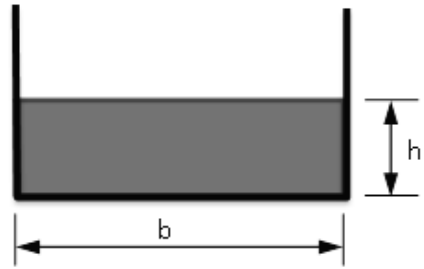
ตัวอย่างที่ 1.1 การไหลของน้ำในทางน้ำเปิด

อัตราการไหล = q

ความเร็วของการไหล = v

ความลาดชันของคลอง = s

สัมประสิทธิ์ความขรุขระ = n



กำหนดให้ $q = 5$ ลูกบาศก์เมตร/วินาที $b = 20$ เมตร $n = 0.03$ $s = 0.0002$

จงคำนวณหาความสูงของน้ำในคลอง

(1) วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

โจทย์ต้องการหาค่า h ที่สอดคล้องกับค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดให้ ได้แก่ $q = 5$ ลูกบาศก์เมตร/วินาที $b = 20$ เมตร $n = 0.03$ $s = 0.0002$

(2) กำหนดสมการทางคณิตศาสตร์

ดำเนินการพิสูจน์หาสมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า h กับพารามิเตอร์อื่นจากสมการอัตราการไหลทางชลศาสตร์

$$q = Av = (bh)v$$

ความเร็วของการไหลมีความสัมพันธ์กับพื้นที่หน้าตัดและความชันของทางน้ำเปิด ตามสมการของแมนนิง (Manning's Equation) ดังนี้

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$R = \frac{A}{b + 2h}$$

นำสมการความเร็วแทนในสมการอัตราการไหล จะได้

$$q = \frac{S^{1/2}}{n} \cdot \frac{(bh)^{5/3}}{(b + 2h)^{2/3}}$$

$$\text{หรือ} \quad q - \frac{S^{1/2}}{n} \cdot \frac{(bh)^{5/3}}{(b + 2h)^{2/3}} = 0 \quad (1.1)$$

แทนค่าตัวแปรที่ทราบค่าตามที่โจทย์กำหนดให้ในสมการที่ (1.1) ดังนี้

$$5 - 0.4714 \cdot \frac{(20h)^{5/3}}{(20 + 2h)^{2/3}} = 0$$

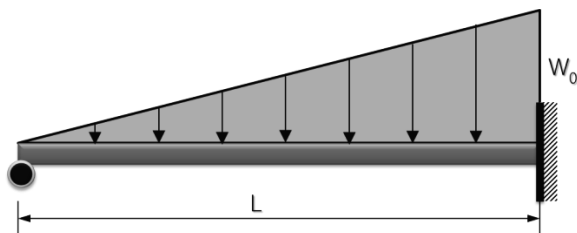
(3) กำหนดกระบวนการคำนวณเชิงตัวเลข และ (4) การพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์

เมื่อได้สมการคณิตศาสตร์จากขั้นตอนที่ (2) สามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเรื่อง การหารากสมการ และนำขั้นตอนวิธีมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดวิธีดำเนินการ รวมถึงการเขียนรหัสคำสั่งโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในบทที่ 5 จากการดำเนินการจะได้ค่า $h = 0.7023$ เมตร

(4) ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์

แทนค่า $h = 0.7023$ เมตร ในสมการที่ (1.1) จะได้คำตอบเท่ากับศูนย์ แสดงว่าคำตอบที่ได้มีความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1.2 การโก่งตัวของคาน



จงหาค่าการโก่งตัวสูงสุดและตำแหน่งที่เกิดการโก่งตัวสูงสุดที่เกิดจากน้ำหนักกระทำบนคานเหล็ก ดังรูป โดยสมมติให้คานทำจากเหล็กตามมาตรฐาน ASTM-A36 และมีขนาดหน้าตัด W360x262

(1) วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

คานจะเกิดการโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักของคานเอง รวมกับน้ำหนักกระทำแบบสามเหลี่ยมบนคาน เส้นการโก่งตัวที่เกิดจากน้ำหนักกระทำจะเรียกว่า เส้นอิลาสติก (Elastic Curve) และค่าการโก่งตัว แทนด้วยตัวแปร $y(x)$ สิ่งที่ต้องการทราบจากโจทย์ ได้แก่ ตำแหน่งของ x ที่ทำให้เกิดค่าการโก่งตัวสูงสุด และค่าการโก่งตัวสูงสุดของคาน

ค่าตัวแปรที่กำหนดให้มีดังนี้

- ขนาดของน้ำหนักกระทำแบบสามเหลี่ยม : $W_0 = 2$ กิโลนิวตัน/เมตร
- ความยาวของคาน : $L = 4.5$ เมตร