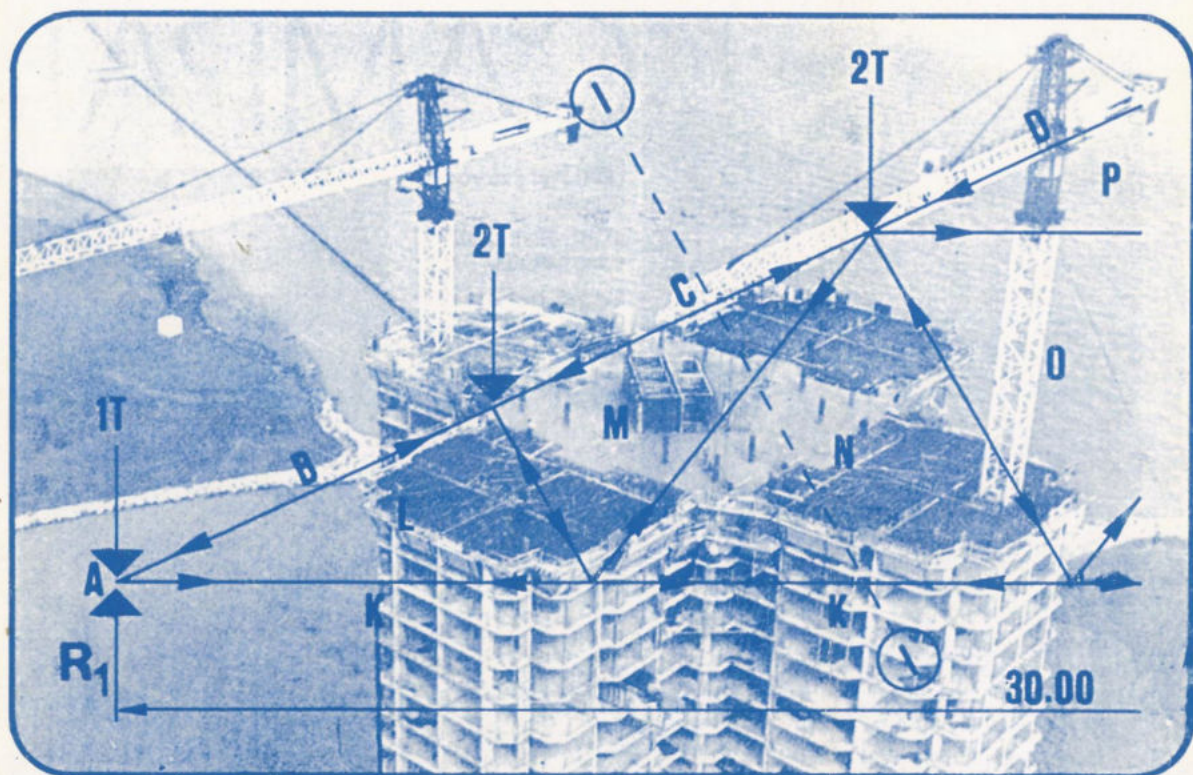




ทฤษฎีโครงสร้าง

THEORY OF SIMPLE STRUCTURES



รศ. ชาญชัย จารุจินดา

ทฤษฎีโครงสร้าง
(THEORY OF SIMPLE STRUCTURES)

โดย

รศ. ชาญชัย จารุจินดา

ทฤษฎีโครงสร้าง

(THEORY OF SIMPLE STRUCTURES)

สงวนลิขสิทธิ์ ตามกฎหมาย

ISBN 978-974-302-539-6



จัดจำหน่ายโดย
23 บุ๊คเซนเตอร์ (แผง 23 สยามหลวงเก่า)

256/33-36 ถนนจรัญสนิทวงศ์ บ้านช่างหล่อ บางกอกน้อย กทม. 10700

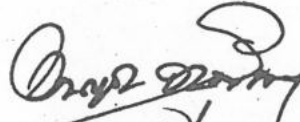
โทร. 0-2411-5616, 0-2864-5482

FAX. 0-2411-3443

ธนาคารได้ ตั๋วแลกเงินหรือเช็ค กรุณาส่งจ่ายในนาม นายวิสูตร อาษาเทวัญ เท่านั้น
เพื่อป้องกันการสูญหาย กรุณาส่งที่ปณ. บางกอกน้อย

คำนำ

นักเรียน นิสิต และนักศึกษา ย่อมทราบดีว่าหน้าที่ของพวกเราในขณะนี้ คือการเรียน ในการเรียนแต่ละวิชาควรที่จะต้องทราบวัตถุประสงค์ในการเรียนว่า เราเรียนวิชานี้ไปเพื่อเอา ไปใช้สำหรับทำอะไร เราเรียนในแต่ละวิชามากมายจะต้องทราบว่า แต่ละหัวข้อที่เราเรียน นั้น จะเอาตรงไหนไปใช้บ้าง เอาไปใช้เพื่อทำอะไร เวลาทำ ๆ อย่างไร สำหรับตำราเล่มนี้มีหัวข้อ ในการศึกษาอยู่หลายหัวข้อและหลายเรื่อง แต่ละเรื่องจะนำไปใช้ประโยชน์ แต่ละอย่างไม่เหมือน กันเช่นเราศึกษาในการหาค่าของโมเมนต์ชนิดต่าง ๆ จะต้องทราบว่าค่าโมเมนต์ที่หามาได้จะนำ ไปใช้ทำอะไรต่อไป และเวลานำไปใช้จะต้องนำตรงไหนไปใช้ ในเรื่องดังกล่าวนี้ อาจารย์ผู้สอน ควรที่จะต้องบอกให้นักศึกษาทราบ เพื่อที่นักศึกษาจะได้รู้จุดในการนำไปใช้ ซึ่งจะเป็นการ ง่ายและทำให้นักศึกษามีความเข้าใจในการเรียนได้ดีขึ้น ขอขอบคุณทุกท่าน ที่ใช้ตำราเล่มนี้ เพื่อค้นคว้าและศึกษาเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาที่ต่อเนื่องจากวิชาในตำราเล่มนี้ต่อไป


ดร.ชัยพร (อ.ร.ร.ร.)

สารบัญ

บทที่ 1

บทนำ	หน้า
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง.....	
1. แรง (Force).....	1
1.1 แรงลัพธ์ (Resultant).....	1
1.2 แรงปฏิกิริยา (Reaction).....	1
1.3 แรงกระทำด้านข้าง (Lateral forces).....	1
1.4 แรงกระทำตามยาว (Longitudinal forces).....	1
1.5 แรงรั้ง (Centripetal forces).....	2
1.6 แรงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal forces).....	2
2. น้ำหนัก (Load).....	2
2.1 น้ำหนักบรรทุก (Dead Load).....	2
2.2 น้ำหนักจร (Live Load).....	2
2.3 น้ำหนักจรที่ใช้ในอาคารกำหนดโดยเทศบัญญัติ ของเทศบาลกรุงเทพฯ.....	3
3. การสมดุลย์ (Equilibrium).....	3
4. สัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับโครงสร้าง (Symbols and conventions).....	3
5. น้ำหนักตายตัว (Dead Load) ของวัสดุก่อสร้างต่างๆ.....	5-6

บทที่ 2

แรงปฏิกิริยา (Reaction).....	8
1. วิธีคำนวณ (Analytical Method).....	8
- หลักและลำดับขั้นในการคำนวณ.....	10
- ตัวอย่าง (15 ตัวอย่าง).....	11-26
2. วิธีเขียนรูป (Graphical Method).....	26
- การคำนวณโดยการเขียนรูป (Graphic Statics).....	26
- การสมดุลย์ของแรงบนระนาบเดียวกัน.....	27

๖

- ตัวอย่างการทดสอบ.....	27
- เงื่อนไขต่าง ๆ ที่จะทำให้เกิดการสมดุลระหว่างแรง.....	28
- หลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีเขียนรูป.....	29
- การรวมแรงขนานโดยวิธีเขียนรูป.....	30
- การรวมแรงไม่ขนานโดยวิธีเขียนรูป.....	31
- การหาแรงปฏิกิริยา.....	32
- ตัวอย่าง (11 ตัวอย่าง).....	35-48

บทที่ 3

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด (Shear and Bending Moment).....	49
- แรงเฉือน (Shear).....	49
- โมเมนต์ดัด (Bending Moment).....	49
- เครื่องหมายที่ใช้สำหรับแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด.....	49
- คานกับการโค้งงอ (Beam and Bending).....	50
- ชนิดการรองรับของคาน.....	54
- ชนิดของแรงที่กระทำบนคาน.....	54
- แผนภาพของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด (Diagram of Shearing Force and Bending Moment).....	55
1. คานชนิด Cantilever มีน้ำหนักลงเป็นจุดที่ปลายคาน.....	56
2. คานชนิด Cantilever มีน้ำหนักกระจายบนคานเท่ากัน สม่ำเสมอ.....	58
3. คานช่วงเดียวมีฐานรองรับที่ปลายคานทั้งสองข้าง น้ำหนักลงเป็นจุดที่กึ่งกลางคาน.....	60
4. คานช่วงเดียวมีฐานรองรับที่ปลายคานทั้งสองข้าง มีน้ำหนักลงเป็นจุดตามรูป.....	61
5. คานช่วงเดียวปลายยื่น มีน้ำหนักลงเป็นจุด ที่ปลายคานทั้งสองข้าง.....	63
6. คานช่วงเดียวมีน้ำหนักกระจายสม่ำเสมอตลอดคาน.....	64
7. คานช่วงเดียวปลายยื่นสองข้างรับน้ำหนักแผ่กระจาย ตลอดคาน.....	66
- ตัวอย่าง (18 ตัวอย่าง).....	68-124

ก

บทที่ 4

แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักเคลื่อนที่ (Reaction Shear and Moment due to Moving load).....	125
อินฟลูเอนซ์ไลน์ (I.L.).....	125
1. การเขียนอินฟลูเอนซ์ไลน์สำหรับค่าแรงปฏิกิริยา.....	125
2. แรงปฏิกิริยาเนื่องจากน้ำหนักเคลื่อนที่.....	126
- การพิจารณาน้ำหนักที่เคลื่อนที่บนโครงสร้าง.....	128
- ตัวอย่าง (3 ตัวอย่าง).....	130-136
3. การเขียนอินฟลูเอนซ์ไลน์สำหรับแรงเฉือนของคาน.....	136
- ตัวอย่าง (1 ตัวอย่าง).....	136
4. แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักเคลื่อนที่.....	137
- ตัวอย่าง (4 ตัวอย่าง).....	140-145
5. การเขียนอินฟลูเอนซ์ไลน์ของโมเมนต์ดัด.....	145
6. โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักเคลื่อนที่.....	146
- ตัวอย่าง (4 ตัวอย่าง).....	149-168
7. การเขียนอินฟลูเอนซ์ไลน์บนคานที่รับดั่งพื้น (Floor beam).....	168
- ตัวอย่าง (2 ตัวอย่าง).....	170-173

บทที่ 5

แรงเค้นในโครงถัก (Stresses in Truss).....	174
- โครงแข็งเกร็งกับจำนวนคาน.....	175
- ประเภทของโครงถัก.....	177
1. โครงถักสำหรับโครงสร้างอาคาร.....	177
2. โครงถักสำหรับสะพาน.....	179
- การพิจารณาแรงดึงและแรงอัดและวิธีสังเกตทิศทาง.....	180
1. การหาแรงเค้นโดยวิธีคำนวณ.....	185
1.1 วิธีการตัดรอบจุดต่อ (Method of Joints).....	185
1.2 วิธีการตัดรูปตัด (Method of Sections).....	185
1.3 วิธีอินเทอโพลेशन (Method of Interpolation).....	186
- ตัวอย่าง (7 ตัวอย่าง).....	187-217

2. การหาแรงเค้นโดยวิธีเขียนกราฟฟิก (Graphic statics).....	217
- ลำดับขั้นตอนการหาแรงเค้นโดยวิธีเขียนกราฟฟิก.....	217
- ตัวอย่าง (8 ตัวอย่าง).....	223-247

บทที่ 6

การหาค่าโมเมนต์ดัด แรงเฉือนและแรงปฏิกิริยา สำหรับคานต่อเนื่อง.....	248
1. น้ำหนักที่มากระทำเป็นน้ำหนักแผ่กระจาย (Uniform Load)	248
1.1 น้ำหนักไม่เท่ากัน ความยาวไม่เท่ากัน.....	248
1.2 น้ำหนักเท่ากัน ความยาวเท่ากัน.....	249
2. น้ำหนักที่มากระทำเป็นน้ำหนักที่ลงเป็นจุด (Concentrate Load).....	250
2.1 น้ำหนักไม่เท่ากัน ระยะน้ำหนักลงต่างกัน.....	
ความยาวคานไม่เท่ากัน.....	250
2.2 น้ำหนักลงเป็นจุดเท่ากันและลงที่จุดกึ่งกลางคาน.....	
ความยาวคานเท่ากัน.....	250
3. โมเมนต์ลบ (Negative Moment).....	251
4. โมเมนต์บวก (Positive Moment).....	251
- ตัวอย่าง (10 ตัวอย่าง).....	251-301

บทที่ 1

บทนำ

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

1. แรง (Force)

ไม่ว่ากรณีใดๆ หรืออำนาจใดๆ ก็ตามที่สามารถทำหรือพยายามทำให้เกิดการเคลื่อนที่แก่วัตถุ หรือเปลี่ยน หรือพยายามเปลี่ยนแนวทางของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่

1.1 แรงลัพธ์ (Resultant)

เป็นคำที่ใช้กับแรงโดยเฉพาะ เมื่อมีแรงตั้งแต่สองแรงขึ้นไปมากระทำร่วมกันที่จุดๆหนึ่งบนวัตถุ แล้ววัตถุจะเกิดการเคลื่อนที่ หรือวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่นั้นหยุดนิ่งอันเนื่องจากแรงทั้งสองกระทำร่วมกัน ซึ่งแรงนี้จะทำให้เกิดผล เท่ากับผลของแรงอิสระหลายๆแรง กระทำร่วมกันตามธรรมชาติ เป็นผลลัพธ์ของแรงอิสระ 2 แรงหรือมากกว่า 2 แรงขึ้นไป

1.2 แรงปฏิกิริยา (Reaction)

คือแรงโต้ตอบหรือแรงที่เท่าและตรงกันข้ามกับแรงที่มากระทำต่อวัตถุ แรงปฏิกิริยาที่กระทำต่อโครงสร้างสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือแรงกระทำ (Active force) อันเนื่องมาจากน้ำหนักของโครงสร้างเองหรือน้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง ชนิดที่ 2 ได้แก่ แรงต้านทานตรงฐานรองรับ (Supporting force) เพื่อให้เกิดการสมดุลย์ แรงชนิดนี้เรียกว่าแรงปฏิกิริยา (Reactive force) ทั้งนี้เพราะเป็นแรงต้านทางแรงที่มากระทำแรงปฏิกิริยาดังกล่าวนี้นิยามรวมถึง แรงและโมเมนต์ดัด ฉะนั้นแรงปฏิกิริยาชนิดนี้ จึงต้องมีทั้ง ขนาดทิศทาง และตำแหน่งที่กระทำ

1.3 แรงกระทำด้านข้าง (Lateral forces)

หมายถึงแรงที่กระทำทางด้านข้างของโครงสร้าง แรงดังกล่าวนี้โดยทั่วๆ ไปก็ได้แก่แรงลม แรงลมที่กระทำต่อโครงสร้าง ทิศทางของแรงลมกระทำในแนวนอน (Horizontal) และจะกระทำตั้งฉากกับโครงสร้างซึ่งอยู่ในแนวตั้ง สำหรับแรงลมบนระนาบตั้ง ซึ่งใช้กันทั่วๆ ไปเท่ากับ 100 กก. ต่อ ม.² ฉะนั้นแรงลมตามแนวตั้งฉากหลังคาสามารถหาได้ดังนี้ :-

$$P_n = \frac{P_0}{45} \quad \text{สมมุติลมหลังคาเท่ากับ 30 องศา}$$

$$\therefore P_n = \frac{100(30)}{45} = 66.67 \text{ กก./ ม}^2$$

1.4 แรงกระทำตามยาว (Longitudinal forces)

หมายถึงแรงที่เกิดจากน้ำหนักที่กำลังจะออกเคลื่อนที่หรือหยุด และในเวลาเดียวกัน

ทิศทางของแรงก็จะกระทำในทิศทางของการเคลื่อนที่ของน้ำหนักนั้น เช่นการเคลื่อนที่ของรถไฟเป็นต้น

1.5 แรงรั้ง (Centripetal Forces)

เป็นแรงที่ดึงเข้ามายังศูนย์กลางของวัตถุที่กำลังหมุนหรือกำลังเคลื่อนที่อยู่ และพยายามจะให้วัตถุนั้นเคลื่อนไปตามทางของวงกลม แทนที่จะให้เคลื่อนไปในทางตรงหรือเป็นเส้นพาดวง (Tangent) ของวงกลมนั้นๆ

1.6 แรงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal Forces) หรือแรงเหวี่ยง

เป็นแรงที่เท่ากับแรงรั้ง แต่กลับทิศกันเป็นแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักเคลื่อนไปตามแนวโค้ง เช่นทางโค้งของรางรถไฟเป็นต้น แรงหนีศูนย์กลางนี้จะมีค่ามากขึ้นอยู่กับความโค้งของเส้นทางและความเร็วของน้ำหนักที่เคลื่อนที่นั้นๆ

แรงหนีศูนย์กลางสามารถหาได้จากสูตรดังนี้ :-

$$C = \frac{0.0675(W)(V)^2}{R}$$

เมื่อ :-

C = แรงหนีศูนย์กลาง.....ปอนด์

W = น้ำหนักรถ.....ปอนด์

V = ความเร็ว.....ไมล์ต่อชั่วโมง

R = รัศมีความโค้งของรางรถไฟหรือสะพาน.....ฟุต

2. น้ำหนัก (Loads)

น้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างโดยทั่วไป สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

2.1 น้ำหนักบรรทุก (Dead Loads)

หมายถึงน้ำหนักที่ไม่มีการเคลื่อนที่และส่วนใหญ่จะกระทำในแนวดิ่งเสมอ อาทิเช่น น้ำหนักของโครงสร้างเองเป็นต้น

2.2 น้ำหนักจร (Live Loads)

หมายถึงน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างแต่ไม่อยู่กับที่ อาจมีการเคลื่อนย้าย หรืออาจกระทำชั่วคราว ซึ่งนอกเหนือไปจากน้ำหนักของโครงสร้าง เช่น น้ำหนักสินค้าในโกดัง แรงลมโต๊ะเก้าอี้หรือเตียงในห้องนอน รถไฟและรถยนต์บนสะพาน ฯลฯ น้ำหนักจรรนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดคือ :-

2.2-1 น้ำหนักจรชนิดเคลื่อนที่ (move) ได้แก่รถไฟและรถยนต์ เป็นต้น น้ำหนักจรชนิดนี้เมื่อเคลื่อนที่ไป จะทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้นอีกนอกเหนือไปจากน้ำหนักตัวของมัน เพราะว่าในขณะที่เคลื่อนที่ไปนั้นจะเกิดแรงกระแทก (Impact Load) ส่วนมากจะเกิดขึ้นในโครงสร้างของสะพานเป็นต้น

2.2-2 น้ำหนักจรชนิดเคลื่อนย้าย (Movable) ได้แก่น้ำหนักที่มีการเคลื่อนย้าย

หรือเปลี่ยนจากที่แห่งหนึ่งไปยังที่อีกแห่งหนึ่ง ได้แก่อินค่าในโกดังเก็บของ รถยนต์ในอุโมงค์ หนังสือในห้องสมุด เป็นต้น

2.3 นำหนักจรรยาที่ใช้ในอาคารกำหนดโดยเทศบัญญัติของเทศบาลกรุงเทพฯ

1. อาคารพักอาศัย.....150 ก.ก./ม²
2. อาคารพาณิชย์ โรงพยาบาล โรงแรม สำนักงาน.....300 ก.ก./ม²
3. โรงเรียน โรงงาน โรงพิมพ์ โรงมหรสพ ห้องประชุม ศูนย์การค้า
ภัตตาคาร.....400 ก.ก./ม²
4. คลังสินค้า ห้องสมุด พิพิธภัณฑ์ โรงกีฬา.....500 ก.ก./ม²
5. โรงเก็บรถยนต์หรือเครื่องจักร โรงงานอุตสาหกรรมตั้งแต่.....500 ก.ก./ม²
6. แรงลมขนานกับพื้น
 - สำหรับส่วนของอาคารเหนือชั้น 2 ชั้นไป.....150 ก.ก./ม²
 - สำหรับส่วนของอาคารตั้งแต่ชั้นสองลงมา.....100 ก.ก./ม²

3. การสมดุลย์ (Equilibrium)

วัตถุที่ถูกแรงหลายแรงกระทำในทิศทางต่างๆ ทำให้วัตถุนั้นทรงตัวอยู่ได้เรียกว่าสภาวะนั้นว่า สภาวะสมดุลย์ ตามกฎของนิวตันตามสภาวะสมดุลย์นี้จะได้

$\sum H = 0$ หมายถึงผลรวมของแรงทางพีชคณิตในแนวราบเท่ากับศูนย์

$\sum V = 0$ หมายถึงผลรวมของแรงทางพีชคณิตในแนวตั้ง เท่ากับศูนย์

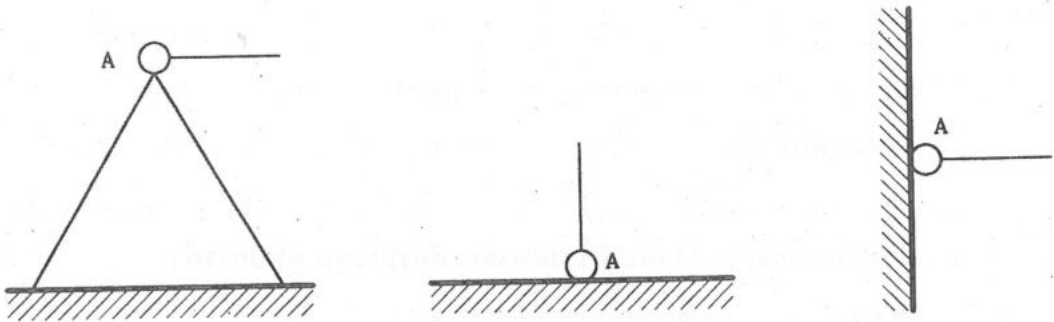
$\sum M = 0$ หมายถึงผลรวมของโมเมนต์ทางพีชคณิตรอบจุดใดๆ บนระนาบของแรงที่กระทำจะมีเท่ากับศูนย์

4. สัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับโครงสร้าง (Symbols and Conventions)

เพื่อสะดวกในการคำนวณโครงสร้าง เราได้กำหนดสัญลักษณ์ในการยึดต่าง ๆ เขียนแทนที่รองรับ (Supports) ซึ่งจะทราบได้ว่าโครงสร้างนั้นมีลักษณะการยึดเป็นอย่างไร เพื่อสะดวกในการคิดหรือวิเคราะห์ หาค่าแรงปฏิกิริยา (Reaction) ที่เกิดขึ้นตรงฐานรองรับ (Supports) หรือส่วนของโครงสร้างมีหลายกรณีดังนี้ :-

4.1 การยึดแบบบานพับหรือการยึดหมุนแบบเคลื่อนที่ไม่ได้ (Hinge Support)

ตามฐานรองรับหรือส่วนของโครงสร้างที่เป็นบานพับ (Hinged) ที่รองรับแบบนียอมให้มีการหมุนได้รอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบที่จุดรองรับนั้น แต่ไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ไม่ว่าในแนวนอนหรือในแนวตั้งฉากกับฐานรองรับ ฉะนั้นแรงปฏิกิริยาจึงมี 2 ตัวคือ แรงปฏิกิริยาในแนวนอนกับฐานรองรับ และแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับฐานรองรับ

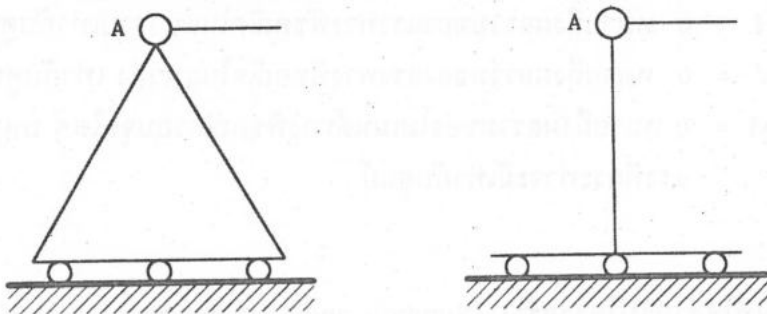


เงื่อนไขสำหรับการยึดแบบบานพับ (Hinged) เป็นการยึดของ Support ให้อยู่กับที่ แต่มีการเคลื่อนที่หรือหมุนรอบจุด A ได้ เช่นการยึดของสะพานเป็นต้น ส่วนที่เป็นบานพับ หรือ Hinge ซึ่งสามารถหมุนได้รอบตัว ดังนั้นค่าของโมเมนต์รอบจุดนั้นเท่ากับศูนย์

$$\Sigma M = 0$$

4.2 การยึดแบบเคลื่อนที่ได้ (Roller Support)

ที่รองรับชนิดนี้สามารถให้หมุนได้รอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบที่จุดรองรับ และยังสามารถเคลื่อนที่ในแนวขนานกับฐานรอง แต่ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับฐานรอง ดังนั้นแรงปฏิกิริยาจึงอยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับฐานรองเพียงตัวเดียวเท่านั้น



เงื่อนไขสำหรับการยึดแบบ Rollers ส่วนที่เป็น Rollers ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้บนระนาบนั้น ดังนั้นค่าแรงตามแนวราบหรือบนระนาบนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์

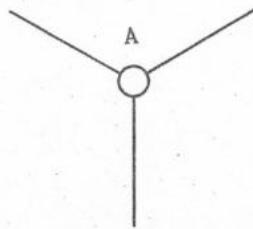
$$\Sigma H = 0$$

4.3 การยึดแบบข้อต่อ (Link Support)

การยึดแบบข้อต่อนี้ เป็นการยึดโครงสร้างโดยการนำเอาปลายของแต่ละส่วนของโครงสร้างมาต่อยึดกัน เป็นการยึดที่กระทำเหมือนกับ Rollers โดยมีการเคลื่อนที่ได้ในแนวขนานกับระนาบที่ยึดเท่านั้น และแรงกระทำในส่วนข้อต่อจะอยู่ในแนวของข้อต่อเสมอ การยึดแบบข้อต่อนี้ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดคือ :

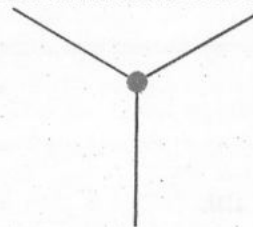
4.3-1 ข้อต่อแบบยึดหมุน (Pinned joint)

ข้อต่อแบบยึดหมุนนี้ไม่มีการถ่ายโมเมนต์จากโครงสร้างหนึ่งไปยังอีกโครงสร้างหนึ่ง ดังนั้นผลรวมของโมเมนต์ที่จุดต่อไปนี้จะจึงเป็นศูนย์



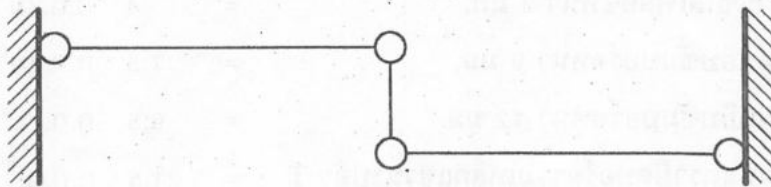
4.3-2 ข้อต่อแบบยึดตรึง (Rigid Joint)

ข้อต่อแบบยึดตรึงนี้ จะมีการถ่ายโมเมนต์ จากโครงสร้างหนึ่งไปยังอีกโครงสร้างหนึ่ง โดยที่ส่วนของโครงสร้างอันใดอันหนึ่งตรงจุดต่อหมุนไปเป็นมุมเท่าใด โครงสร้างส่วนอื่น ๆ ที่นำมาต่อกันตรงจุดนั้นจะหมุนไปในทิศทางเดียวกัน และเป็นมุมเท่ากันด้วย



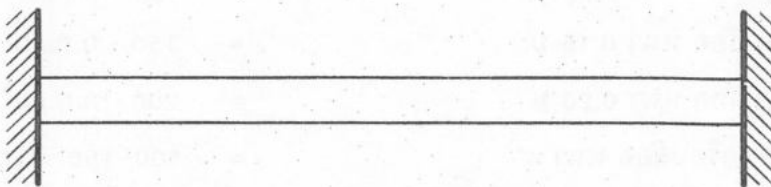
เงื่อนไขโดยทั่วๆ ไปสำหรับการยึดแบบข้อต่อ ส่วนที่เป็นห่วงหรือ Links สามารถหมุนได้รอบตัวเช่นกัน ดังนั้นค่าผลรวมของโมเมนต์รอบจุดนั้นเท่ากับศูนย์

$$\sum M = 0$$



4.4 การยึดแบบยึดแน่น (Fixed Support)

การยึดแบบนี้ไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ทั้งสิ้น ดังนั้นจึงมีแรงปฏิกิริยาอยู่ 3 ตัว คือ แรงปฏิกิริยาในแนวขนานกับฐานรอง 1 ตัว และในแนวตั้งฉากกับฐานรองอีก 1 ตัว และอีก 1 ตัว คือโมเมนต์ต้านทานต่อการหมุน



เงื่อนไขสำหรับการยึดแน่น ส่วนที่ยึดติดไม่สามารถเคลื่อนหมุนได้ ดังนั้นจะมีค่าโมเมนต์ต้านทานแรงภายนอกเกิดขึ้นที่จุดนั้นเสมอ

5. น้ำหนักตายตัว (Dead Loads) ของวัสดุก่อสร้างต่าง ๆ

5.1 วัสดุผนังหลังคา

1. กระเบื้องลอนคู่	=	14 ก.ก./ม ²
2. กระเบื้องลูกฟูกลอนเล็ก	=	12 ก.ก./ม ²
3. กระเบื้องลูกฟูกลอนใหญ่	=	17 ก.ก./ม ²
4. กระเบื้องรางขนาด 0.98 x 5.00 ม.	=	18 ก.ก./ม ²
5. สังกะสี	=	5 ก.ก./ม ²

5.2 แป้นไม้ (สำหรับบ้านพักอาศัยทั่วไป)	=	5 ก.ก./ม ²
--	---	-----------------------

5.3 โครงหลังคาไม้ (สำหรับบ้านพักอาศัยทั่วไป)	=	10-20 ก.ก./ม ²
--	---	---------------------------

5.4 ฝ้า

1. เกร้าไม้ระยะ 0.40 ม.	=	15 ก.ก./ม ²
2. เกร้าไม้ระยะ 0.60 ม.	=	10 ก.ก./ม ²
3. กระเบื้องแผ่นเรียบหนา 4 มม.	=	7 ก.ก./ม ²
4. กระเบื้องแผ่นเรียบหนา 6 มม.	=	11 ก.ก./ม ²
5. แผ่นแอสเบสโตไลท์หนา 6 มม.	=	4.5 ก.ก./ม ²
6. แผ่นแอสเบสโตไลท์หนา 4 มม.	=	3 ก.ก./ม ²
7. แผ่นซีโลเฟลคซ์หนา 3 มม.	=	4 ก.ก./ม ²
8. แผ่นยิปซัมบอร์ดหนา 9 มม.	=	7.5 ก.ก./ม ²
9. แผ่นยิปซัมบอร์ดหนา 12 มม.	=	9.5 ก.ก./ม ²
10. แผ่นสตรามิตบอร์ดรวมเหล็กแขวนรูปตัว T	=	21.5 ก.ก./ม ²

5.5 กำแพง ฝ้า

1. อิฐมอญ หนา 0.10 ม.	=	180 ก.ก./ม ²
2. อิฐมอญ หนา 0.15 ม.	=	310 ก.ก./ม ²
3. อิฐมอญ หนา 0.20 ม.	=	360 ก.ก./ม ²
4. อิฐบล็อด หนา 0.10 ม.	=	100 ก.ก./ม ²
5. อิฐบล็อด หนา 0.15 ม.	=	150 ก.ก./ม ²
6. อิฐบล็อด หนา 0.20 ม.	=	200 ก.ก./ม ²
7. คอนกรีตบล็อด หนา 4"	=	100-150 ก.ก./ม ²
8. คอนกรีตบล็อด หนา 6"	=	170-180 ก.ก./ม ²
9. คอนกรีตบล็อด หนา 8"	=	220-240 ก.ก./ม ²

10. ฝ้าไม้หนา $\frac{1}{2}$ " รวมคร่าว	=	20	ก.ก./ม ²
11. ฝ้าไม้อัด ชิบบอร์ด ด้านเดียวรวมคร่าว	=	12	ก.ก./ม ²
12. ฝ้าไม้อัด ชิบบอร์ด 2 ด้านรวมคร่าว	=	15	ก.ก./ม ²
13. กระเบื้องแผ่นเรียบ ด้านเดียว รวมคร่าว	=	20	ก.ก./ม ²
14. กระเบื้องแผ่นเรียบ 2 ด้าน รวมคร่าว	=	30	ก.ก./ม ²
15. กระจก	=	15	ก.ก./ม ²
5.6 พื้น			
ฝ้าไม้หนา 1" รวมตง	=	30	ก.ก./ม ²
5.7 น้ำหนักคอนกรีต			
1. คอนกรีตเสริมเหล็ก	=	2400	ก.ก./ม ³
2. คอนกรีตไม่เสริมเหล็ก	=	2000	ก.ก./ม ³

บทที่ 2

แรงปฏิกิริยา (REACTIONS)

ลักษณะของโครงสร้างโดยทั่วๆ ไปนั้น แบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่ๆ คือ โครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structure) และโครงสร้างแบบยาก (Indeterminate Structure) ในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะโครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structure) เท่านั้น สำหรับแรงที่กระทำต่อโครงสร้างนั้นมีอยู่ 2 ชนิดคือ :-

1. แรงกระทำ (Active force) หมายถึงน้ำหนักของโครงสร้างเอง หรือจากน้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง

2. แรงต้านตรงที่รองรับ (Supporting force) เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล (Equilibrium) ซึ่งเราเรียกกันว่าแรงปฏิกิริยา (Reactive force) เพราะเป็นแรงที่ตอบโต้แรงที่มากระทำ

สำหรับโครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structure) ใช้สมการสมดุลเพียงสามสมการเท่านั้น ดังนั้นในการหาค่าของแรงปฏิกิริยาของโครงสร้างจะมีตัวที่ไม่ทราบค่า (Unknown) ได้ไม่เกิน 3 ตัว แต่ถ้ามีตัวที่ไม่ทราบค่า (Unknown) เกินกว่า 3 ตัวขึ้นไป โครงสร้างนั้นจะเป็นโครงสร้างแบบยาก (Indeterminate Structure) ซึ่งผู้เขียนจะได้กล่าวไว้ในบทของเรื่อง Three Moments Equation ต่อไป

หลักทั่วไปในการหาค่าของแรงปฏิกิริยา อันเนื่องมาจากแรงกระทำต่อโครงสร้าง เราใช้กฎของสถิตศาสตร์ (Law of Statics) ดังนี้

$$\sum H = 0$$

$$\sum V = 0$$

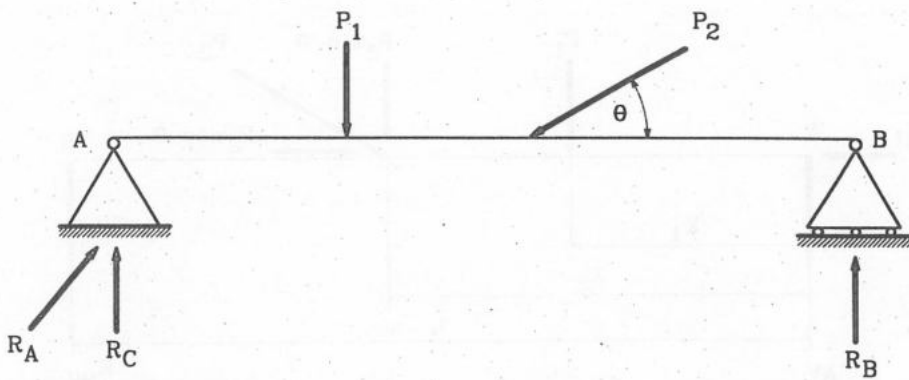
$$\sum M = 0$$

ในการหาค่าของแรงปฏิกิริยานี้ มีวิธีทำอยู่ 2 วิธีคือ

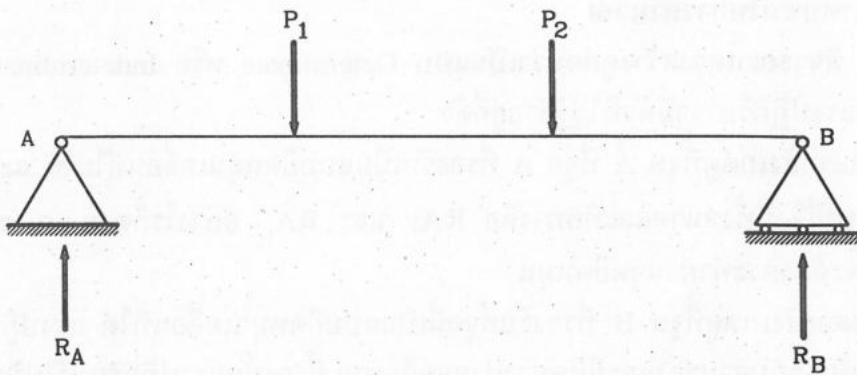
1. วิธีคำนวณ (Analytical method)
2. วิธีเขียนรูป (Graphical method)

1. วิธีคำนวณ (Analytical method)

ดังได้กล่าวมาข้างต้นแล้วว่า โครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structure) ใช้สมการสมดุลเพียง 3 สมการ ฉะนั้นในการหาค่าของแรงปฏิกิริยาของโครงสร้าง จะมีตัวที่ไม่ทราบค่า (Unknown) ได้ไม่เกิน 3 ตัวดังรูป

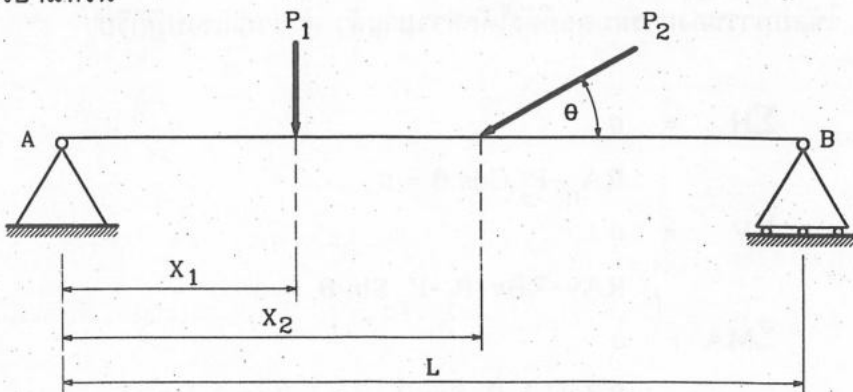


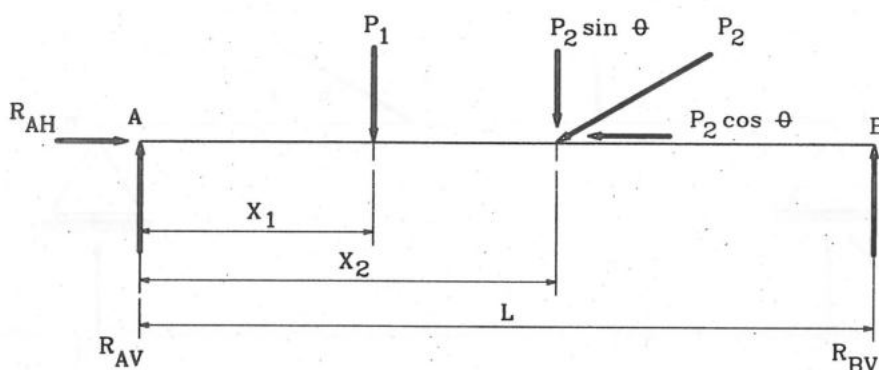
จากรูป ตัวที่ไม่ทราบค่ามี R_A , R_B และ R_C ใช้สมการทั้ง 3 หาค่าได้



จากรูป ตัวที่ไม่ทราบค่ามี R_A , R_B เราสามารถหาค่าได้โดยใช้สมการ $\sum V = 0$ และ $\sum M = 0$

การพิจารณาโครงสร้างประเภทคานช่วงเดียวโดยกำหนดให้ช่วงคาน A-B ยาวเท่ากับ L น้ำหนักลงบนคานมีอยู่ 2 จุด คือ P_1 และ P_2 ดังรูป ขั้นตอนในการคำนวณเพื่อหาค่าของแรงปฏิกิริยามีดังนี้





หลักและลำดับขั้นในการคำนวณ

1. พิจารณาโครงสร้างดูก่อนว่าเป็นแบบ Determinate หรือ Indeterminate โดยสังเกตจากแรงปฏิกิริยามีตัวที่ไม่รู้ค่าอยู่ที่ตัว

ขั้นแรกสังเกตดูที่จุด A ที่จุด A ที่รองรับเป็นแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ไม่ได้ ฉะนั้นแรงปฏิกิริยาที่จุดนี้จึงมีทั้งขนาดและทิศทางคือ R_{AV} และ R_{AH} อย่างไรก็ตาม แนวของแรงปฏิกิริยานี้จะต้องกระทำผ่านจุดยึดหมุน

ขั้นสองสังเกตดูที่จุด B ที่รองรับที่จุดนี้เป็นแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ได้ แรงปฏิกิริยาที่จุด B ตั้งฉากกับฐานรองและมีทิศทางผ่านจุดยึดหมุนนี้ ฉะนั้นแรงปฏิกิริยาที่ไม่รู้ค่า จึงมีแต่ขนาดของแรงเพียงอย่างเดียวคือ R_{BV}

ดังนั้นสิ่งที่เราไม่รู้ค่าของโครงสร้างนี้จึงมีเพียง 3 ตัวคือ R_{AV} , R_{AH} และ R_{BV} ฉะนั้นโครงสร้างนี้จึงเป็นแบบ Determinate

2. เลือกแกนตั้งฉาก 2 แกน โดยให้แกน H เป็นแกนนอน และแกน V เป็นแกนตั้ง
3. แดกแรงต่างๆ ให้อยู่ในแกน H และแกน V
4. ใช้สมการของการสมดุลย์ดังได้กล่าวมาแล้ว คำนวณแรงปฏิกิริยา

$$\sum H = 0$$

$$R_{AH} - P_2 \cos \theta = 0$$

$$\sum V = 0$$

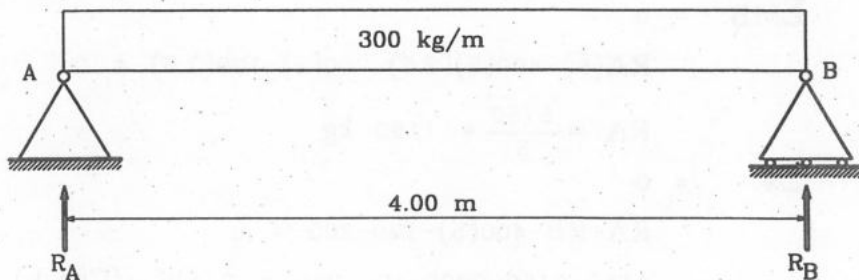
$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 - P_2 \sin \theta = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{BV}(L) - P_2 \sin \theta (x_2) - P_1(x_1) = 0$$

ตัวอย่างที่ 1

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B ของคานช่วงเดียวซึ่งรับน้ำหนักตามรูป



$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_B(4) - 300(4)(2) = 0$$

$$R_B = \frac{2400}{4} = 600 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A(4) - 300(4)(2) = 0$$

$$R_A = \frac{2400}{4} = 600 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_A + R_B - 300(4) = 0$$

$$600 + 600 - 1200 = 0 \quad \text{OK (Check)}$$

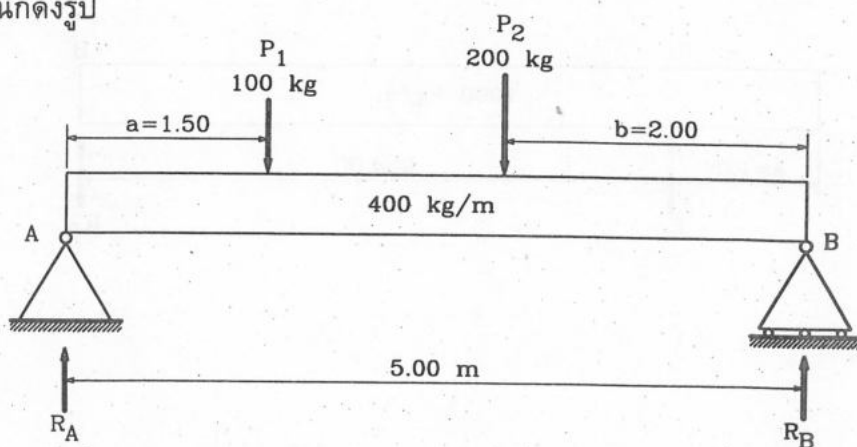
จากสูตร A.I.S.C.

$$R_A = R_B = V(\text{shear}) = \frac{WL}{2}$$

$$\therefore R_A = R_B = \frac{300(4)}{2} = 600 \text{ kg}$$

ตัวอย่างที่ 2

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B ของคานช่วงเดียวรับน้ำหนักดังรูป



$$\Sigma M_A = 0$$

$$RB(5) - 400(5)(2.5) - 200(3) - 100(1.5) = 0$$

$$RB = \frac{5750}{5} = 1150 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$RA(5) - 400(5)(2.5) - 200(2) - 100(3.5) = 0$$

$$RA = \frac{5750}{5} = 1150 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$RA + RB - 400(5) - 100 - 200 = 0$$

$$1150 + 1150 - 2000 - 100 - 200 = 0 \text{ OK. (Check)}$$

จากสูตร A.I.S.C.

Uniformly Distributed load

$$RA = RB = \frac{WL}{2} = \frac{400(5)}{2} = 1000 \text{ kg}$$

Two Unequal Concentrated loads

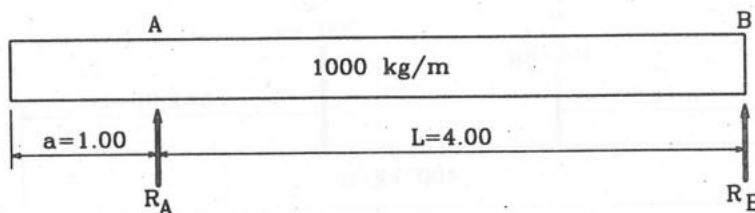
$$RA = \frac{P_1(L-a) + P_2b}{L} = \frac{100(3.5) + 200(2)}{5} = 150 \text{ kg}$$

$$RB = \frac{P_1(a) + P_2(L-b)}{L} = \frac{100(1.5) + 200(3)}{5} = 150 \text{ kg}$$

$$RA = RB = 1000 + 150 = 1150 \text{ kg}$$

ตัวอย่างที่ 3

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B ของคานซึ่งมีปลายยื่นรับน้ำหนักดังรูป



$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A(4) - 1000(5)(2.5) = 0$$

$$R_A = \frac{12500}{4} = 3125 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_B(4) - 1000(4)(2) + 1000(1)(.5) = 0$$

$$R_B = \frac{7500}{4} = 1875 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_A + R_B - 1000(5) = 0$$

$$3125 + 1875 - 5000 = 0 \quad \text{OK (Check)}$$

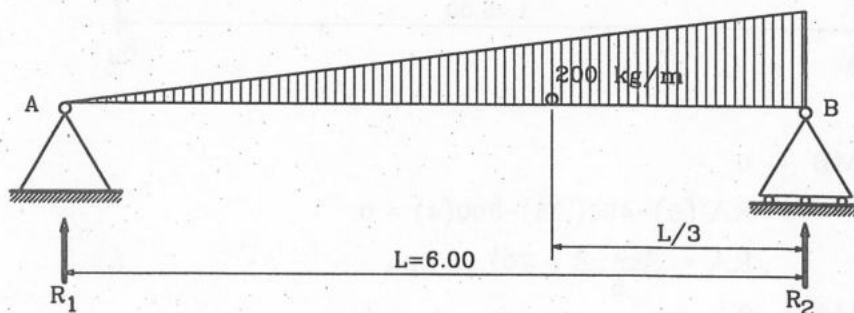
จากสูตร A.I.S.C

$$R_A = \frac{W}{2L} (L+a)^2 = \frac{1000}{8} (25) = 3125 \text{ kg}$$

$$R_B = \frac{W}{2L} (L^2 - a^2) = \frac{1000}{8} (15) = 1875 \text{ kg}$$

ตัวอย่างที่ 4

จงหาค่าของแรงปฏิกิริยา ที่จุดรองรับ R_1 และ R_2 ซึ่งมีน้ำหนักลงดังรูป



$$W = \frac{WL(L)}{2} = \frac{WL^2}{2} = \frac{200(6)^2}{2} = 3600 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_1(6) - 3600(2) = 0$$

$$R_1 = \frac{7200}{6} = 1200 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_2(6) - 3600(4) = 0$$

$$R_2 = \frac{14400}{6} = 2400 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_1 + R_2 - W = 0$$

$$1200 + 2400 - 3600 = 0 \quad \text{OK (Check)}$$

จากสูตร A.I.S.C.

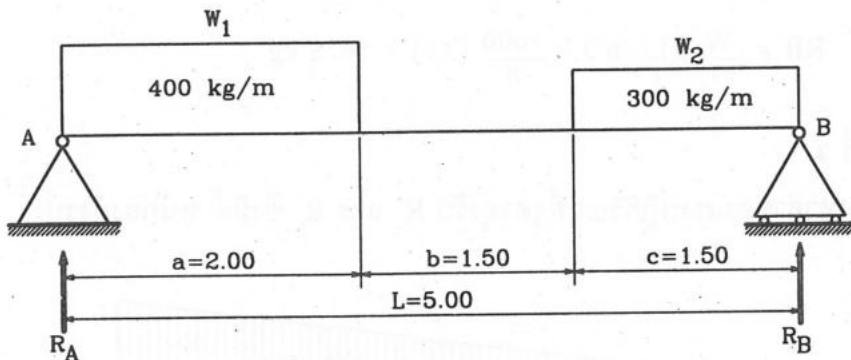
$$R_1 = \frac{W}{3} = \frac{3600}{3} = 1200 \text{ kg}$$

$$R_2 = \frac{2W}{3} = \frac{2(3600)}{3} = 2400 \text{ kg}$$

ตัวอย่างที่ 5

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยา R_A และ R_B ของคานช่วงเดียวซึ่งมีน้ำหนักลง

ดังรูป



$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A (5) - 450(7.5) - 800(4) = 0$$

$$R_A = \frac{3537.5}{5} = 707.50 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_B (5) - 800(1) - 450(4.25) = 0$$

$$R_B = \frac{2712.5}{5} = 542.5 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_A + R_B - 400(2) - 300(1.5) = 0$$

$$707.50 + 542.50 - 800 - 450 = 0 \quad \text{OK (Check)}$$

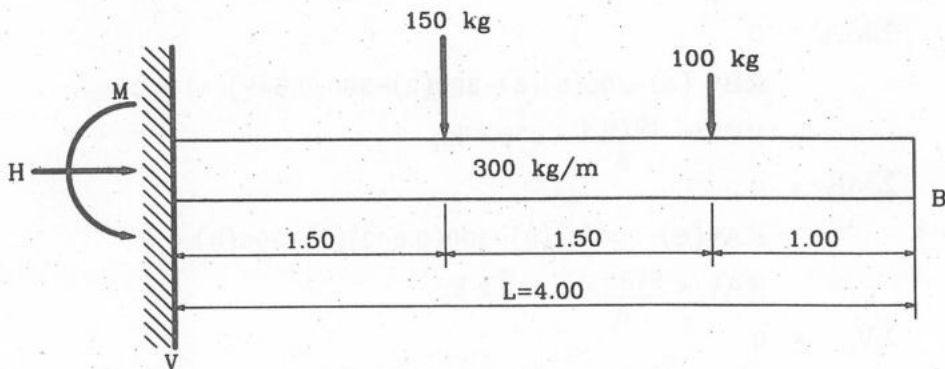
จากสูตร A.I.S.C.

$$R_A = \frac{w_1 a (2L - a) + w_2 C^2}{2L} = \frac{800(8) + 300(1.5)^2}{10} = 707.5 \text{ kg}$$

$$R_B = \frac{w_2 C (2L - C) + w_1 a^2}{2L} = \frac{450(8.5) + 400(4)}{10} = 542.5 \text{ kg}$$

ตัวอย่างที่ 6

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยา สำหรับคานปลายยื่น (Cantilever beam) ซึ่งมีลักษณะและการรับน้ำหนักตามรูป



$$\sum H = 0$$

$$H = 0$$

$$\sum V = 0$$

$$V - 150 - 100 - 1200 = 0$$

$$V = 1450 \text{ kg}$$

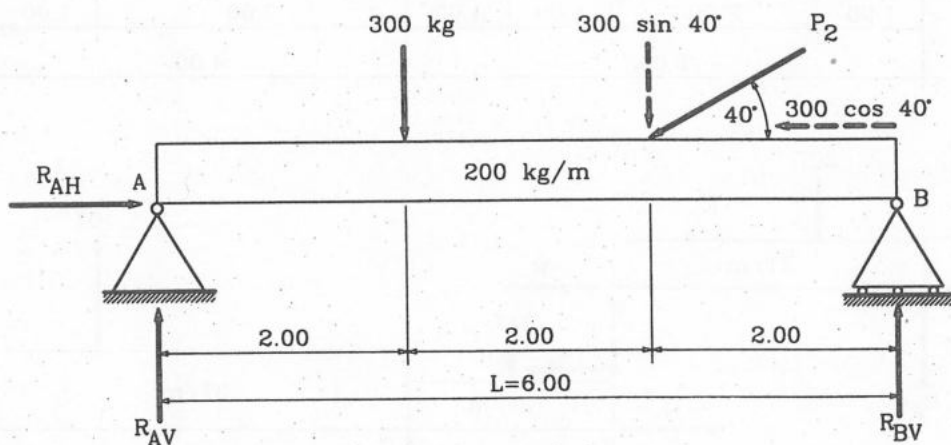
$$\sum M_A = 0$$

$$-M + 150(1.5) + 100(3) + 1200(2) = 0$$

$$M = 2925 \text{ kg-m}$$

ตัวอย่างที่ 7

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B ของคานช่วงเดียวรับน้ำหนักดังรูป



$$\Sigma H = 0$$

$$R_{A_H} - 300(0.766) = 0$$

$$R_{A_H} = 229.81 \text{ kg.}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_{B_V}(6) - 200(6)(3) - 300(2) - 300(0.642)(4) = 0$$

$$R_{B_V} = \frac{4970.4}{6} = 828.4 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_{A_V}(6) - 200(6)(2) - 300(0.642)(2) - 300(4) = 0$$

$$R_{A_V} = \frac{5185.2}{6} = 864.2 \text{ kg}$$

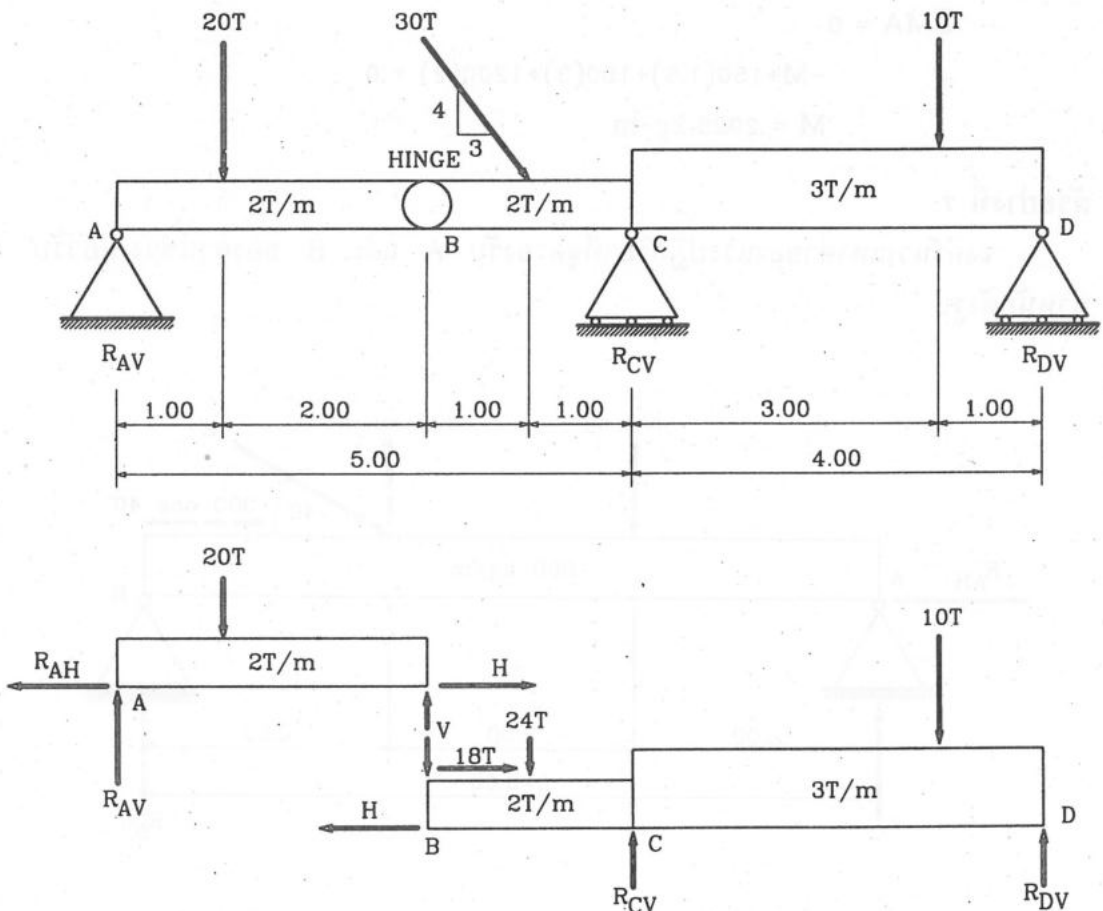
$$\Sigma V = 0$$

$$R_{A_V} + R_{B_V} - 200(6) - 300 - 300(0.642) = 0$$

$$864.2 + 828.4 - 1200 - 300 - 192.6 = 0 \text{ OK (Check)}$$

ตัวอย่างที่ 8

จงคำนวณหาค่าของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A, C และ D ของคานต่อเนื่อง ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกดังรูป



$$\sin \theta = 30 \left(\frac{4}{5} \right) = 24 \text{ T}$$

$$\cos \theta = 30 \left(\frac{3}{5} \right) = 18 \text{ T}$$

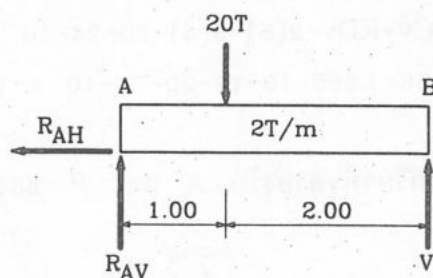
หมายเหตุ

ก่อนอื่นต้องพิจารณาสูญเสียก่อนว่า ลักษณะของคานที่กำหนดให้ตามโจทย์นี้เป็นลักษณะของโครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structure) หรือเป็นโครงสร้างแบบยาก (Indeterminate Structure) ถ้าเราดูโดยผิวเผิน จะเห็นว่า คานในลักษณะนี้ต้องเป็นคานชนิด Indeterminate แต่เนื่องจากว่าลักษณะของคานเป็น 2 ช่วง มีแรงปฏิกิริยาที่เราไม่รู้ค่าถึง 4 ตัว คือ R_{AH} , R_{AV} , R_{CV} และ R_{DV} (รูปที่ 2) ซึ่งสมการของการสมดุล ยอมให้ไม่รู้ค่าได้เพียง 3 ตัวเท่านั้น สำหรับคานในลักษณะของ Determinate แต่เมื่อสังเกตดูให้ดี จะเห็นว่า ในช่วงของคาน A-B (ดูรูปที่ 1) ที่จุด B จะเป็นจุดยึดหมุนชนิด Hinge ซึ่งเป็นตัวเพิ่มสมการในเงื่อนไขของการสมดุล อีก 1 สมการ ฉะนั้นเมื่อเราแยกรูปให้ดูโดยกระจ่างชัดดังรูปที่ 2 จะเห็นว่า คานที่กำหนดให้นี้เป็นคานแบบ Determinate

วิธีทำ

ก่อนอื่นต้องพิจารณาแยกคานออกเป็นส่วนๆ ดังรูปที่ 2 โดยแต่ละส่วนที่แยกออกมา จะต้องเป็นแบบ Determinate ฉะนั้นจากรูปที่ 1 ตามที่โจทย์กำหนดให้ เราสามารถแยกคานออกได้เป็น 2 ส่วน คือแยกคาน A-B ออกมา 1 ส่วน และคาน B-D ออกมาอีก 1 ส่วน โดยเอาจุดยึดหมุนที่ B ออกไป แต่หลักเกณฑ์ของจุดยึดหมุนแบบนี้สามารถส่งถ่ายแรงผ่านจุดกึ่งกลางของตัวมันได้ทุกทิศทางดังนั้นจึงสมมุติว่าแรงในแนวตั้ง (V) และแรงในแนวนอน (H) กระทำตรงจุดยึดหมุน ในส่วนของ A-B ตามรูปที่ 2 ซึ่งแรงในแนวตั้ง (V) และแรงในแนวนอน (H) ในส่วนของคาน B-D จะกระทำในทิศทางตรงกันข้ามกับส่วนของคาน A-B ตามสภาวะสมดุล

ส่วนของคาน A-B



$$\sum M_B = 0$$

$$R_{AV} (3) - 2 (3) (1.5) - 20 (2) = 0$$

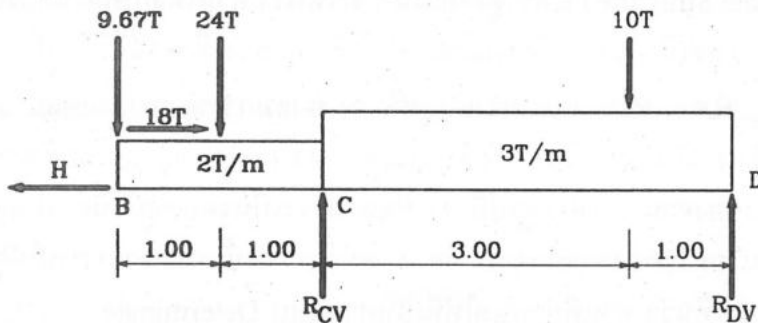
$$R_{AV} = \frac{49}{3} = 16.33 \text{ T}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$v(3) - 2(3)(1.5) - 20(1) = 0$$

$$v = \frac{29}{3} = 9.67 \text{ T}$$

ส่วนของคาน B-D



$$\Sigma M_D = 0$$

$$R_{Cv}(4) - 9.67(6) - 24(5) - 10(1) - 3(4)(2) - 2(2)(5) = 0$$

$$R_{Cv} = \frac{232}{4} = 58 \text{ T}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$R_{Dv}(4) - 10(3) - 3(4)(2) + 24(1) + 9.67(2) + 2(2)(1) = 0$$

$$R_{Dv} = \frac{6.66}{4} = 1.665 \text{ T}$$

$$\Sigma H = 0$$

$$R_{Ah} - 18 = 0$$

$$R_{Ah} = 18 \text{ T}$$

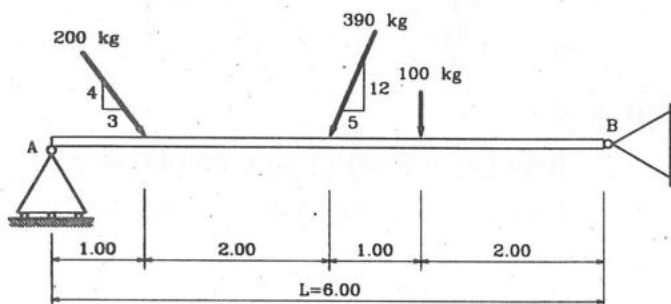
$$\Sigma V = 0$$

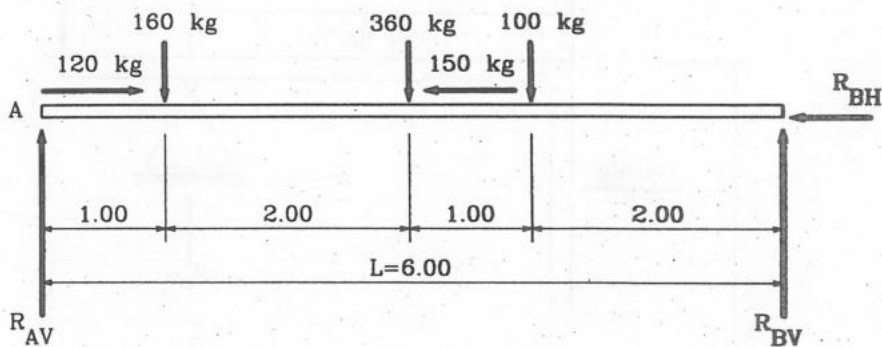
$$R_{Av} + R_{Cv} + R_{Dv} - 2(5) - 3(4) - 20 - 24 - 10 = 0$$

$$16.333 + 58 + 1.665 - 10 - 12 - 20 - 24 - 10 = 0 \text{ OK (Check)}$$

ตัวอย่างที่ 9

จงคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B ของคานช่วงเดียว ซึ่งรับน้ำหนักดังรูป





$$\sin \theta = 200 \left(\frac{5}{4} \right) = 160 \text{ kg}$$

$$\cos \theta = 200 \left(\frac{3}{5} \right) = 120 \text{ kg}$$

$$\sin \theta = 390 \left(\frac{12}{13} \right) = 360 \text{ kg}$$

$$\cos \theta = 390 \left(\frac{5}{13} \right) = 150 \text{ kg}$$

$$\sum H = 0$$

$$R_{B_H} + 150 - 120 = 0$$

$$R_{B_H} = 150 - 120 = -30 \text{ kg}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$R_{A_V} (6) - 100(2) - 360(3) - 160(5) = 0$$

$$R_{A_V} = \frac{2080}{6} = 346.666 \text{ kg}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{B_V} (6) - 160(1) - 360(3) - 100(4) = 0$$

$$R_{B_V} = \frac{1640}{6} = 273.333 \text{ kg}$$

$$\sum V = 0$$

$$R_{A_V} + R_{B_V} - 160 - 360 - 100 = 0$$

$$346.67 + 273.33 - 160 - 360 - 100 = 0 \text{ OK (Check)}$$

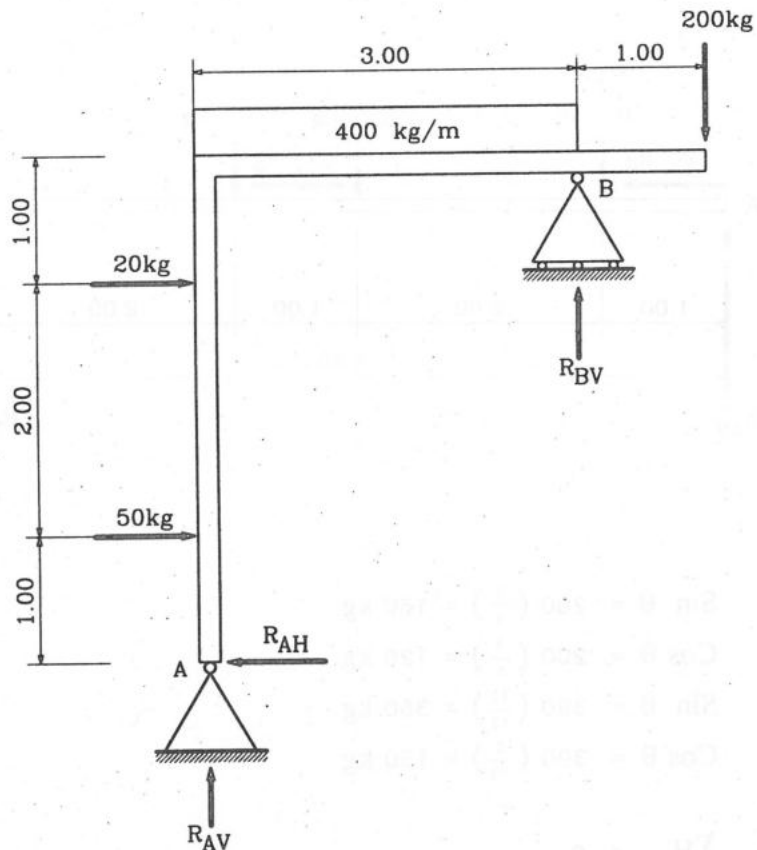
$$\sum H = 0$$

$$R_{B_H} + 150 - 120 = 0$$

$$-30 + 150 - 120 = 0 \text{ OK (Check)}$$

ตัวอย่างที่ 10

จงหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงสร้างรูป



$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_{Bv} (3) - 200(4) - 400(3)(1.5) - 20(3) - 50(1) = 0$$

$$R_{Bv} = \frac{2710}{3} = 903.333 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_{Av} + 903.333 - 1200 - 200 = 0$$

$$R_{Av} = 496.67 \text{ kg}$$

$$\Sigma H = 0$$

$$R_{A_H} - 20 - 50 = 0$$

$$R_{A_H} = 70 \text{ kg}$$

Check :-

$$\Sigma V = 0$$

$$R_{Av} + R_{Bv} - 1200 - 200 = 0$$

$$496.67 + 903.33 - 1200 - 200 = 0 \text{ OK}$$

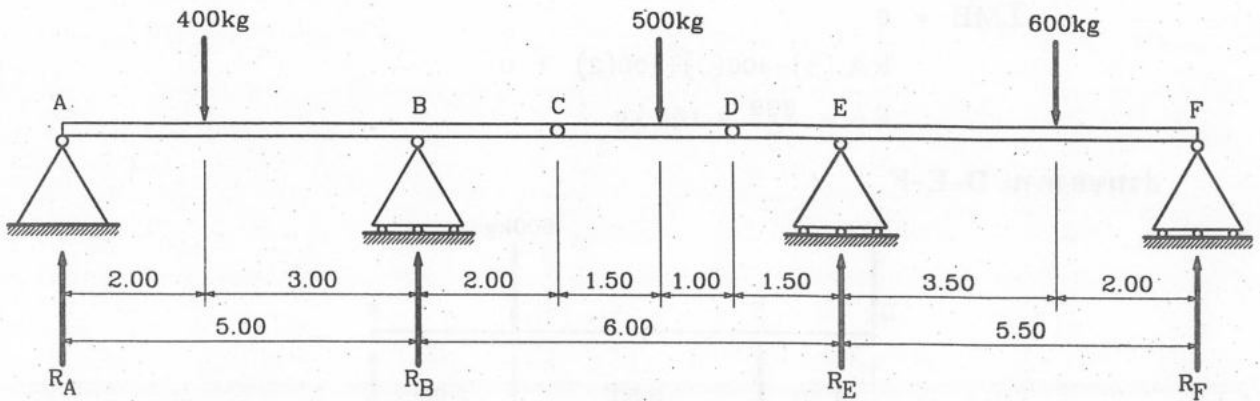
$$\Sigma H = 0$$

$$R_{A_H} - 20 - 50 = 0$$

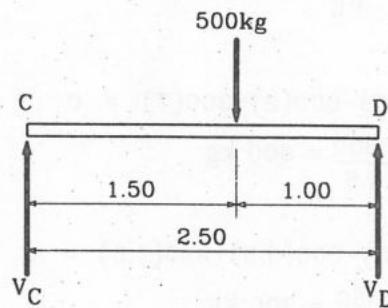
$$70 - 20 - 50 = 0 \text{ OK}$$

ตัวอย่างที่ 11

จงหาแรงปฏิกิริยาที่มีน้ำหนักกระทำต่อคาน AB EF โดยที่จุด C และจุด D ยึดแบบบานพับ (Hinged)



ส่วนของคาน C-D



$$\sum M_D = 0$$

$$V_C (2.5) - 500(1) = 0$$

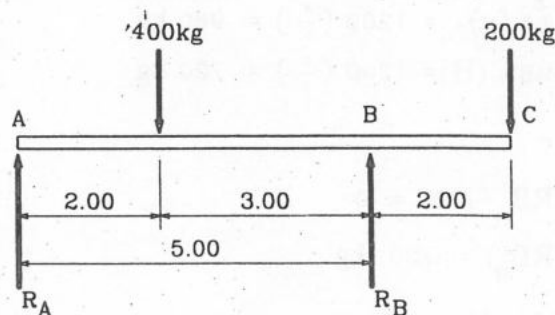
$$V_C = \frac{500}{2.5} = 200 \text{ kg}$$

$$\sum M_C = 0$$

$$V_D (2.5) - 500(1.5) = 0$$

$$V_D = \frac{750}{2.5} = 300 \text{ kg}$$

ส่วนของคาน A-B-C



$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_B (5) - 400(2) - 200(7) = 0$$

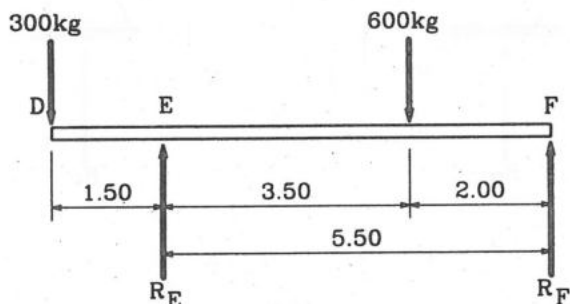
$$R_B = \frac{2200}{5} = 440 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A (5) - 400(3) + 200(2) = 0$$

$$R_A = \frac{800}{5} = 160 \text{ kg}$$

ส่วนของคาน D-E-F



$$\Sigma M_F = 0$$

$$R_E (5.5) - 600(2) - 300(7) = 0$$

$$R_E = \frac{3300}{5.5} = 600 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_F (5.5) - 600(3.5) + 300(1.5) = 0$$

$$R_F = \frac{1650}{5.5} = 300 \text{ kg}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$R_A + R_B + R_E + R_F - 400 - 500 - 600 = 0$$

$$160 + 440 + 600 + 300 - 400 - 500 - 600 = 0 \text{ OK (Check)}$$

ตัวอย่างที่ 12

จงหาค่าแรงปฏิกิริยาของโครงสร้างหลังคา ซึ่งมีแรงกระทำดังรูป

$$\text{แรงในแนวตั้ง (V)} = 1200 \left(\frac{4}{5} \right) = 960 \text{ kg}$$

$$\text{แรงในแนวนอน (H)} = 1200 \left(\frac{3}{5} \right) = 720 \text{ kg}$$

$$\Sigma H = 0$$

$$R_{B_H} - 720 = 0$$

$$R_{B_H} = 720 \text{ kg}$$