

บ้านครูมด
BAANKRUMOD

≡ สรุปข้อสอบ ≡
๑

ม. 3 เข้า ม. 4

(5 วิชา)



คณิตศาสตร์



วิทยาศาสตร์



ภาษาต่างประเทศ



ภาษาไทย



สังคมศึกษา ศาสนา
และวัฒนธรรม



ฟิสิกส์



เคมี



ชีววิทยา



วิทยาศาสตร์
กายภาพ

คำนำ ● ● ● ●

หนังสือเล่มนี้ กลั่นกรองมาจากประสบการณ์ทางวิชาการที่สถาบัน บ้านครูมดสั่งสมมาเป็นเวลา 15 ปี โดยเนื้อหาแยกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน เล่มนี้คือ สรุปข้อสอบ ม. 3 เข้า ม. 4 เพื่อให้สอดคล้องกับการใช้ในการทบทวนเนื้อหา และนำไปต่อยอดสู่การสอบเข้าในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งใครไม่มีถือว่าพลาด เพราะเป็นการจัดทำเนื้อหาโดยอ้างอิงสถิติการออกข้อสอบเก่า ระดับ ความยาก และแนวข้อสอบจริง

ในตลอดระยะเวลา 15 ปีที่ผ่านมาเราขึ้นเป็นอันดับ 1 ทางด้านการสอบเข้าและเพิ่มเกรดได้ ไม่เพียงแต่แนวทางการสอนที่เป็นเอกลักษณ์ มีการปรับพฤติกรรมน้อง ๆ ความสำเร็จเพียงเท่านั้น แต่ในแง่หลักสูตร เราได้มีการปรับปรุงอย่างหนัก เน้น และให้เป็นมาตรฐานทางการเรียน การสอน ซึ่งหนังสือชุดนี้ตอบโจทย์ดังกล่าวของสถาบันได้เป็นอย่างดี

ใครที่อยากสอบเข้าในโรงเรียนในเครือรัฐบาล เตรียมอุดมศึกษา มทิดล จุฬารัตน์ หรือกำเนตวิทย์ หนังสือชุดนี้คือพื้นฐานที่จำเป็นต้องรู้ ในการต่อยอดที่ต้องฝึกฝนและทำให้ได้ 100% ถ้าทำไม่ได้ถือว่าพลาด

ส่วนใครที่อยากเพิ่มเกรด หนังสือชุดนี้เป็นแนวทางในการเพิ่มเกรดแบบก้าวกระโดดได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้ทั้งนั้น ต่อให้หนังสือดีแค่ไหนหาก เราไม่ได้ตั้งใจก็ไม่มี ความหมาย ขอให้ทุกคนมีพลัง มีปัญญา และประสบความสำเร็จทุกคนครับ

ดร. ภัฏฐวร พันธ์วงษ์
ผู้อำนวยการสถาบันบ้านครูมด



สารบัญ ● ● ● ●

คณิตศาสตร์

6

พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ ระบบสมการเชิงเส้น	7
กรณีที่สองและที่สาม ความคล้าย	24
ระบบสมการ สมการกำลังสอง อสมการ	33
พาราโบลา	52
ความน่าจะเป็น	63
สถิติ	74
การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	87
วงกลม	105
เศษส่วนของพหุนาม	120

วิทยาศาสตร์

133

ฟิสิกส์	134
เคมี	152
ปฏิกิริยาเคมี	170
ชีววิทยา 1	181
ชีววิทยา 2	189
วิทยาศาสตร์กายภาพ	200

ภาษาต่างประเทศ

208

Vocabulary	209
Reading Comprehension	222
Conversation	246
Grammar Part 1	261
Grammar Part 2	270

ภาษาไทย

278

การอ่าน	279
การเขียน	284
การฟัง การดู และการพูด	286
หลักภาษาไทยและการใช้ภาษา	288
วรรณคดีและวรรณกรรม	293

สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม

316

ภูมิศาสตร์	317
ประวัติศาสตร์	329
เศรษฐศาสตร์	334
หน้าที่พลเมือง วัฒนธรรม และการดำเนินชีวิตในสังคม	344
พระพุทธศาสนา	355

ข้อสอบ คณิตศาสตร์

- พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ ระบบสมการเชิงเส้น
- กรณีสองและที่สาม ความคล้าย
- การแยกตัวประกอบของพหุนาม
- ระบบสมการ สมการกำลังสอง อสมการ
- พาราโบลา
- ความน่าจะเป็น
- สถิติ
- การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม
- วงกลม
- เศษส่วนของพหุนาม

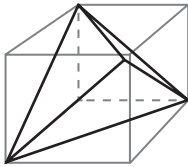
แบบทดสอบ

พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ ระบบสมการเชิงเส้น

1. จงหาปริมาตรของรูปทรงที่มีเจ็ดหน้าที่ประกอบไปด้วย รูปหกเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ $54\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร ความยาวรอบรูปเท่ากับ 36 เซนติเมตร และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีพื้นที่ 15 ตารางเซนติเมตร ระยะห่างจากฐานรูปหกเหลี่ยมเมื่อวัดจากด้านหนึ่งไปอีกด้านหนึ่ง มีค่าเท่ากับ 6 เซนติเมตร

1. 72 ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. $72\sqrt{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. 108 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. $108\sqrt{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

2.



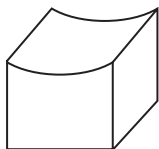
ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีปริมาตร 729 ลูกบาศก์หน่วย ถ้าลากเส้นจุดยอดมุมทั้ง 4 จุดรวมกันดังรูป จะได้เป็นรูปพีระมิดฐานสามเหลี่ยม จงหาพื้นที่ผิวของรูปพีระมิดรูปนั้น

1. $27\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
2. $81\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
3. $162\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
4. $324\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

3. ช่างปูนหลอมปูนทรงกรวยตัดยอดที่ระนาบด้านบนและด้านล่างขนานกัน ถ้ารัศมีด้านบนมีความยาว 6 เซนติเมตร และรัศมีของฐานยาว 10 เซนติเมตร เมื่อวัดระยะห่างของด้านบนกับด้านล่างพบว่ามีความยาว 3 เซนติเมตร จงหาปริมาตรที่ช่างปูนทำการหลอม

1. 616 ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. 479 ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. 342 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. 205 ลูกบาศก์เซนติเมตร

4.



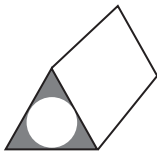
ช่างไม้ทำลูกบาศก์ที่มีความยาวด้านละ 8 เซนติเมตร มาฝนออกเป็นส่วนหนึ่งของวงกลมโค้งดังรูป ซึ่งส่วนโค้งของแท่งไม้ที่ฝนออกเป็นส่วนหนึ่งของวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ 8 เซนติเมตร ปริมาตรของแท่งไม้หลังฝนออกมีค่าประมาณกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร ($\sqrt{3} \approx 1.73$)

1. 265 ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. 365 ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. 465 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. 565 ลูกบาศก์เซนติเมตร

5. จงหาความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยม ABCD โดยสี่เหลี่ยมนี้เกิดจากคู่อันดับ $A(5, 5)$, $B(15, 5)$, $C(20, -7)$ และ $D(-30, -7)$ ลากต่อกันตามลำดับ

1. 44 หน่วย 2. 70 หน่วย 3. 96 หน่วย 4. 110 หน่วย

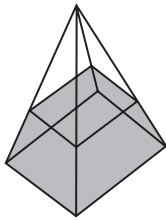
6.



ปริซึมหน้าสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวด้านละ 12 เซนติเมตร และมีความสูง 14 เซนติเมตร จงหาค่าประมาณของปริมาตรของปริซึม ถ้าเจาะรูวงกลมตรงกลางดังรูป ($\sqrt{3} \approx 1.73$)

1. 345 ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. 436 ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. 456 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. 634 ลูกบาศก์เซนติเมตร

7.



ข้อใดคือปริมาตรของน้ำจากการนำขวดน้ำทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีอัตราส่วนพื้นที่ผิวข้างต่อพื้นที่ฐานเท่ากับ $5 : 3$ มาเติมน้ำให้มีความสูงครึ่งหนึ่งของความสูงพีระมิด เมื่อให้ a คืออัตราส่วนที่หายไป

1. $5.25a^2$ ลูกบาศก์หน่วย
2. $5.25a^3$ ลูกบาศก์หน่วย
3. $3.75a^2$ ลูกบาศก์หน่วย
4. $3.75a^3$ ลูกบาศก์หน่วย

8.

ตัดกระดาษรูปวงกลมที่มีรัศมี 15 นิ้ว จากนั้นนำพื้นที่ส่วนหนึ่งมาทากาวเพียงด้านเดียวเพื่อนำมาม้วนให้เป็นรูปทรงกรวยสูง 12 นิ้ว จงหาพื้นที่ส่วนที่ทากาวมีขนาดกี่ตารางนิ้ว

1. 225π ตารางนิ้ว 2. 135π ตารางนิ้ว
3. 120π ตารางนิ้ว 4. 90π ตารางนิ้ว

9.

กำหนดให้เส้นตรง $12x + 5y - 9 = 0$ ขนานกับเส้นตรง $4x - ay + 10 = 0$ โดยเส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นสัมผัสของวงกลมวงหนึ่ง จงหารัศมีของวงกลมนั้น

1. 5 หน่วย 2. 3 หน่วย
3. 2.5 หน่วย 4. 1.5 หน่วย

10.

เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-6, 1)$ และ $(0, a)$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $3x + 4y = 12$ จงหาค่า a

1. 7 2. 8 3. 9 4. 10

11. จากระบบสมการ $\frac{1}{2}x + 3y = 4\frac{1}{2}$ และ $\frac{2}{3}x - 5y = 33$ จงหาว่า $x - 2xy + y^2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 198 2. 189 3. 180 4. -126

12. วงกลมสองวงมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ถ้าทั้งสองวงมีเส้นรอบรูปต่างกัน 18π หน่วย และมีพื้นที่วงแหวน 225π ตารางหน่วย ข้อใดคือเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมใหญ่

1. 8 หน่วย 2. 16 หน่วย 3. 17 หน่วย 4. 34 หน่วย

13. จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมที่เกิดจากเส้นตรง $4x + 3y = 22$, $5x + 2y = 10$ และ $6x - 2y = 20$ ลากตัดกัน

1. $15\frac{6}{11}$ ตารางหน่วย 2. $16\frac{6}{11}$ ตารางหน่วย
3. $15\frac{9}{11}$ ตารางหน่วย 4. $16\frac{9}{11}$ ตารางหน่วย

14. กราฟของสมการ $5x + 3y = -17$ และ $15x - 4y = 14$ ตัดกันที่จุดภาคใด

1. จุดภาคที่ 1 2. จุดภาคที่ 2
3. จุดภาคที่ 3 4. จุดภาคที่ 4

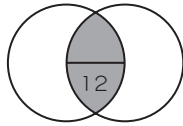
15. ในวันหยุดสุดสัปดาห์ เมย์และมายวางแผนไปเยี่ยมคุณยาย โดยเมืองที่คุณยายอยู่นั้นอยู่ระหว่างทางจากเมืองทั้งสองขับรถไปหากัน



ถ้าเมืองของทั้งสองห่างกัน 280 กิโลเมตร และระยะทางจากบ้านเมย์ไปบ้านคุณยายไกลกว่าบ้านมายไปบ้านคุณยาย 40 กิโลเมตร ถ้าทั้งคู่ออกเดินทางพร้อมกันเวลา 08.45 น. และเดินทางถึงบ้านคุณยายพร้อมกันเวลา 10.05 น. จงหาอัตราความเร็วของรถที่มายขับ

1. 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง 2. 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
3. 110 กิโลเมตรต่อชั่วโมง 4. 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

16.



จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

1. $96\pi - 72\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
2. $48\pi - 72\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
3. $48\pi - 36\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
4. $24\pi - 36\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

17.

ถ้าผู้ใหญ่ 6 คนและเด็ก 10 คนใช้เวลาในการทำงานหนึ่งงานเป็นเวลา 3 วัน แต่ถ้าใช้ผู้ใหญ่ 10 คนและเด็ก 12 คน จะสามารถทำงานเสร็จได้ไวขึ้น 1 วัน อยากทราบว่าถ้าต้องการทำงานชิ้นนี้ให้เสร็จภายในเวลา 1 วัน จะจัดผู้ใหญ่และเด็กมาทำงานได้กี่รูปแบบ ถ้าเด็กในหมู่บ้านนี้มีไม่เกิน 20 คน

1. 5 รูปแบบ
2. 6 รูปแบบ
3. 7 รูปแบบ
4. 8 รูปแบบ

18.

แม่ค้าซื้อข้าวมา 2 ชนิด ชนิดแรกราคา กิโลกรัมละ 50 บาท ชนิดที่สองราคา กิโลกรัมละ 60 บาท จากนั้นแม่ค้านำข้าวทั้งสองชนิดมาผสมกัน แล้วนำไปขาย กิโลกรัมละ 65 บาท พบว่าแม่ค้าได้กำไรร้อยละ 20 ถ้าต้นทุนของข้าวชนิดแรกสูงกว่าชนิดที่สอง 500 บาท จงหาว่าแม่ค้าได้กำไรกี่บาท

1. 1,200 บาท
2. 1,300 บาท
3. 1,400 บาท
4. 1,500 บาท

19.

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนมีค่าเท่ากับ 35 ถ้าจำนวนที่มากกว่า มากกว่าจำนวนน้อยอยู่ 65 จงหาจำนวนที่มากคือจำนวนใด

1. 15
2. 30
3. 50
4. 100

20.

รถยนต์คันหนึ่งมีความยาว 5 เมตร วิ่งเทียบทางเดียวกับรถไฟขบวนหนึ่งที่มีความยาว 700 เมตร ถ้าวัดรถไฟขบวนนี้วิ่งในอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าวัดรถยนต์วิ่งผ่านรถไฟจากท้ายขบวนไปต้นขบวนในระยะเวลา 50.76 วินาที จงหาอัตราความเร็วของรถยนต์วิ่งกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

1. 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
2. 110 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
3. 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
4. 130 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เฉลยแบบทดสอบ

พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ
ระบบสมการเชิงเส้น

1.	2.	2.	3.	3.	1.	4.	3.	5.	4.
6.	1.	7.	2.	8.	4.	9.	4.	10.	3.
11.	1.	12.	4.	13.	2.	14.	3.	15.	4.
16.	1.	17.	3.	18.	2.	19.	3.	20.	4.

1. เฉลยข้อ 2. $72\sqrt{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิด

โจทย์ต้องการหาปริมาตรของรูปทรงที่มีเจ็ดหน้าที่ประกอบไปด้วยรูปหกเหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วซึ่งเป็นรูปทรงของรูปพีระมิดฐานหกเหลี่ยม

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

โจทย์กำหนดพื้นที่ฐานหกเหลี่ยม = $54\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร

การหาความสูงของพีระมิด

เนื่องจากความยาวรอบรูปของรูปหกเหลี่ยม = 36 เซนติเมตร

ด้านแต่ละด้านจึงมีความยาว $36 \div 6 = 6$ เซนติเมตร

และพื้นที่ของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว = 15 ตารางเซนติเมตร

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \text{สูง (สูงเอียงของพีระมิด)} = 15$$

$$\text{สูงเอียง} = \frac{15 \times 2}{6} = 5 \text{ เซนติเมตร}$$

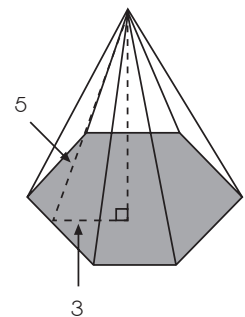
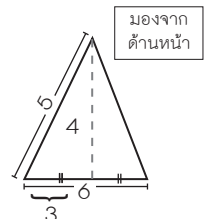
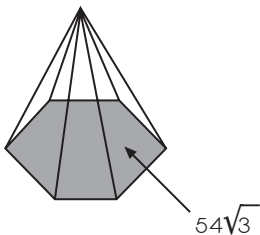
$$\text{ดังนั้น สูงตรงของพีระมิด} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 4 = 72\sqrt{3} \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ระยะห่างจากฐานรูปหกเหลี่ยมเมื่อวัดจากด้านหนึ่ง

ไปอีกด้านหนึ่งมีค่าเท่ากับ 6 เซนติเมตร

$$\therefore \text{ระยะห่างจากด้านไปยังจุดกึ่งกลาง} = 6 \div 2 = 3 \text{ เซนติเมตร}$$



2. เฉลยข้อ 3. $162\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

แนวคิด

เนื่องจากลูกบาศก์ลูกนี้มีปริมาตรเท่ากับ 729 ลูกบาศก์หน่วย

ปริมาตรของลูกบาศก์ = ด้าน $\times$ ด้าน $\times$ ด้าน

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

ดังนั้น ลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 9 หน่วย

ด้านของรูปสามเหลี่ยมภายในเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สามเหลี่ยมที่เกิดขึ้นจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

และด้านแต่ละด้านจะมีความยาว

$$= \sqrt{9^2 + 9^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2} \text{ หน่วย}$$

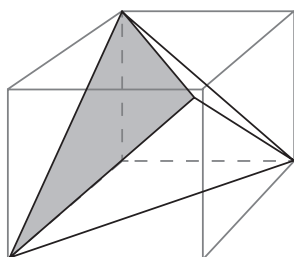
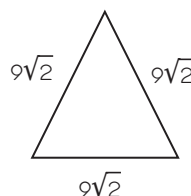
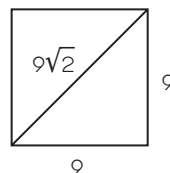
$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9\sqrt{2} \times 9\sqrt{2}$$

$$= \frac{81\sqrt{3}}{2} \text{ ตารางหน่วย}$$

มีพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าทั้งหมด 4 ด้าน ดังนั้น พื้นที่ผิวของรูป

$$\text{พีระมิด} = \frac{81\sqrt{3}}{2} \times 4 = 162\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$



3. เฉลยข้อ 1. 616 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิด

$$\text{ปริมาตรของกรวยตัดยอด} = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$

โจทย์กำหนดระยะห่างระหว่างด้านบนกับฐานเท่ากับ 3 เซนติเมตร ดังนั้น $h = 3$ A_1 เป็นรูปวงกลมที่มีรัศมี = 10 จึงมีพื้นที่ = $\pi r^2 = \pi \times 10 \times 10 = 100\pi$ A_2 เป็นรูปวงกลมที่มีรัศมี = 6 จึงมีพื้นที่ = $\pi r^2 = \pi \times 6 \times 6 = 36\pi$

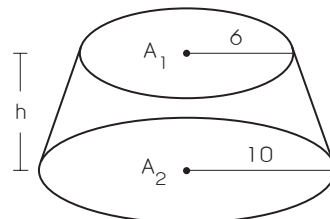
$$\text{ปริมาตรของกรวยตัดยอด} = \frac{3}{3} (100\pi + 36\pi + \sqrt{3,600\pi^2})$$

$$= 136\pi + 60\pi$$

$$= 196\pi$$

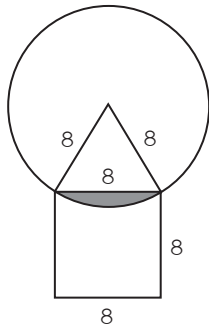
$$= 196 \times \frac{22}{7}$$

$$= 616 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$



4. เฉลยข้อ 3. 465 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิด



เนื่องจากรัศมีของวงกลมและแท่งไม้มีความยาวเท่ากัน จึงเกิดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขึ้น ส่วนของวงกลมที่เกิดขึ้น จึงมีขนาดเท่ากับ 60°



$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนของวงกลมที่เกิดขึ้น} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \\ &= \frac{704}{21}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 8 \\ &= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$



$$\triangle - \triangle = \text{—} \quad \text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่ถูกฝนออกไป} = \frac{704}{21} - 16\sqrt{3}$$

$$\text{ส่วนที่เหลือเกิดจากพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส - ส่วนที่ถูกฝน} = (\text{ด้าน} \times \text{ด้าน}) - \left(\frac{704}{21} - 16\sqrt{3} \right)$$



$$\begin{aligned}\square - \text{—} &= \square = (8 \times 8) - \left(\frac{704}{21} - 16\sqrt{3} \right) \\ &= 64 - \frac{704}{21} + 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$= \frac{1,344}{21} - \frac{704}{21} + 16\sqrt{3}$$

$$= \frac{640}{21} + 16\sqrt{3}$$

$$\text{ปริมาตรของแท่งไม้หลังฝนออก} = \text{พื้นที่หน้าตัด} \times \text{ความยาว}$$

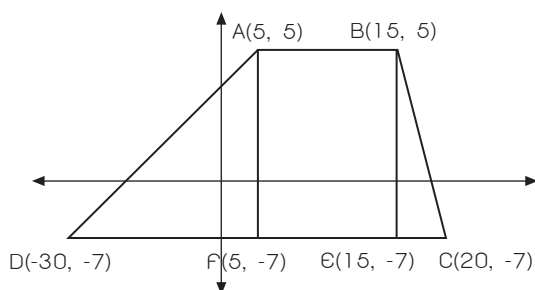
$$= \left(\frac{640}{21} + 16\sqrt{3} \right) \times 8$$

$$= \frac{5,120}{21} + 128\sqrt{3}$$

$$\approx 465 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

5. เฉลยข้อ 4. 110 หน่วย

แนวคิด



รูปที่เกิดจากคู่อันดับ ABCD ลากต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

ความยาวรอบรูป = ผลบวกของด้านทุกด้าน

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

$$\overline{AB} = |15 - 5| = 10$$

$$\overline{CD} = |-30 - 20| = 50$$

การทำ $\overline{BC}$ และ $\overline{DA}$ ต้องใช้เรื่องสามเหลี่ยมพีทาโกรัสเข้ามาช่วย โดยลากเส้นตรงจากจุด B และจุด A ลงมาตั้งฉากกับเส้นตรง $\overline{CD}$ จะได้ $\overline{BE}$ และ $\overline{AF}$

$$\overline{AF} = |5 - (-7)| = 12$$

$$\overline{BE} = |5 - (-7)| = 12$$

และ $\overline{DF} = |-30 - 5| = 35$

$$\overline{EC} = |15 - 20| = 5$$

ดังนั้น $\overline{DA} = \sqrt{12^2 + 35^2}$

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{1,369}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= 37$$

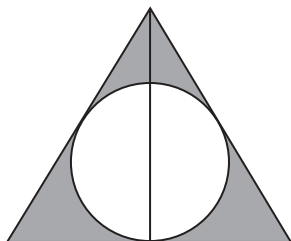
$$= 13$$

ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยม ABCD = $10 + 13 + 50 + 37 = 110$ หน่วย

6. เฉลยข้อ 1. 345 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิด

$$\begin{aligned} \text{ความสูงของสามเหลี่ยมด้านเท่า} &= \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} \\ &= 6\sqrt{3} = 6 \times 1.732 = 10.392 \end{aligned}$$



ดังนั้น รัศมีของวงกลม = $\frac{1}{3} \times \text{ความสูงของสามเหลี่ยม}$

$$= \frac{1}{3} \times 10.392$$

$$\approx 3.464$$

พื้นที่ที่แรเงา = $\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12\right) - (3.14 \times 3.464 \times 3.464)$

$$\triangle - \bigcirc = 62.352 - 37.678$$

$$= 24.674$$

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= 24.674 \times 14 \approx 345 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}\end{aligned}$$

7. เฉลยข้อ 2. $5.25a^3$ ลูกบาศก์หน่วย

แนวคิด

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยมมี 4 ด้าน $= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \times 4$

พื้นที่ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} = \text{ฐาน} \times \text{ฐาน}$ (ด้านของสี่เหลี่ยม $=$ ฐานของสามเหลี่ยม)

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้าง : พื้นที่ฐาน

$$2 \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} : \text{ฐาน} \times \text{ฐาน}$$

$$2 \times \text{สูง} : \text{ฐาน}$$

โจทย์กำหนดให้ a เป็นอัตราส่วนที่หายไป

ดังนั้น $2 \times \text{สูง} : \text{ฐาน} = 5a : 3a$

$$\text{สูง} = \frac{5a}{2}$$

$$\text{และ } \text{ฐาน} = 3a$$

ความสูงของสามเหลี่ยม คือ สูงเอียงของพีระมิด

$$\text{สูงตรง} = \sqrt{\left(\frac{5a}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25a^2}{4} - \frac{9a^2}{4}} = \sqrt{\frac{16a^2}{4}} = 2a$$

ปริมาตรของน้ำในพีระมิดที่มีความสูงเป็นครึ่งหนึ่งของสูงตรง คือ ปริมาตรของรูปพีระมิดตัดยอด

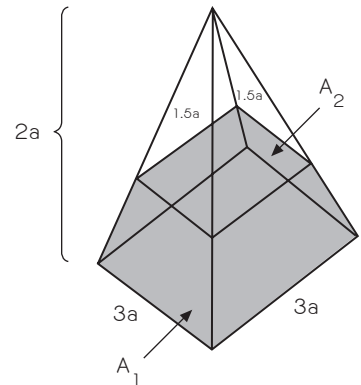
$$= \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$

$$= \frac{a}{3} [(3a \times 3a) + (1.5a \times 1.5a) + \sqrt{(3a \times 3a)(1.5a \times 1.5a)}]$$

$$= \frac{a}{3} (9a^2 + 2.25a^2 + \sqrt{20.25a^4})$$

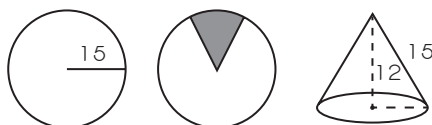
$$= \frac{a}{3} (11.25a^2 + 4.5a^2)$$

$$= \frac{a}{3} \times 15.75a^2 = 5.25a^3 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$



8. เฉลยข้อ 4. 90π ตารางนิ้ว

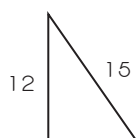
แนวคิด



เมื่อพิจารณาจากรูป

พื้นที่ทากาว = พื้นที่วงกลม -

พื้นที่ผิวข้างของกรวย



กรวยสูงตรง 12 นิ้ว สูงเอียง 15 นิ้ว รัศมีของกรวย = $\sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

พื้นที่ผิวข้างของกรวย = $\pi rl = \pi \times 9 \times 15 = 135\pi$

พื้นที่วงกลม = $\pi r^2 = \pi \times 15 \times 15 = 225\pi$

พื้นที่ทากาว = $225\pi - 135\pi = 90\pi$ ตารางนิ้ว

9. เฉลยข้อ 4. 1.5 หน่วย

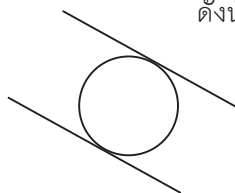
แนวคิด

เส้นตรงที่ขนานกัน ความชันจะมีขนาดเท่ากัน

สมการเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ จะมีความชัน = $-\frac{A}{B}$

$$\left. \begin{array}{l} 12x + 5y - 9 = 0 \quad \text{ความชัน} = -\frac{12}{5} \\ 4x - ay + 10 = 0 \quad \text{ความชัน} = -\frac{4}{-a} = \frac{4}{a} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{12}{5} = \frac{4}{a} \\ a = -\frac{4 \times 5}{12} = -\frac{5}{3} \end{array}$$

ดังนั้น เส้นตรง $4x - ay + 10 = 0$ จึงมีค่า $4x - \left(-\frac{5}{3}\right)y + 10 = 0$



$$4x + \frac{5}{3}y + 10 = 0$$

$$12x + 5y + 30 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ระยะห่างของเส้นตรงทั้งสองเส้น} &= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{|-9 - 30|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{39}{13} = 3 \end{aligned}$$

ระยะห่างของเส้นตรง นั่นคือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม = 3

ดังนั้น รัศมีของวงกลม = 1.5 หน่วย

10. เฉลยข้อ 3. 9

แนวคิด

หาความชันของเส้นตรง $3x + 4y = 12$: $m = -\frac{3}{4}$

ดังนั้น ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง

$$3x + 4y = 12 : -\frac{3}{4} \times m_x = -1$$

$$m_x = \frac{4}{3}$$

เส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุด จะมีความชันเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-6, 1)$ และ $(0, a)$ จึงมีความชัน $\frac{1-a}{-6-0} = \frac{1-a}{-6}$

ดังนั้น

$$\frac{1-a}{-6} = \frac{4}{3}$$

$$1-a = \frac{4}{3} \times (-6)$$

$$-a = -8 - 1$$

$$a = 9$$

11. เฉลยข้อ 1. 198

แนวคิด

กำหนดให้ $\frac{1}{2}x + 3y = 4\frac{1}{2}$ เป็นสมการที่ ①

และ $\frac{2}{3}x - 5y = 33$ เป็นสมการที่ ②

① $\times 2$: $x + 6y = 9$ ①'

② $\times 3$: $2x - 15y = 99$ ②'

①' $\times 2$: $2x + 12y = 18$ ①''

②' - ①'' : $-27y = 81$
 $y = -3$

แทน $y = -3$ ในสมการที่ ①' จะได้ $x + 6(-3) = 9$
 $x - 18 = 9$

$$x = 27$$

แทน $x = 27$ และ $y = -3$ ใน $x - 2xy + y^2$
 จะได้ $27 - 2(27)(-3) + (-3)^2 = 198$

12. เฉลยข้อ 4. 34 หน่วย

แนวคิด

กำหนดให้ วงกลมใหญ่มีรัศมี = R

วงกลมเล็กมีรัศมี = r

โจทย์กำหนดว่าวงกลมทั้งสองมีเส้นรอบรูปต่างกัน 18π หน่วย

ดังนั้น $2\pi R - 2\pi r = 18\pi$ เป็นสมการที่ ① และมีพื้นที่วงแหวน 225π ตารางหน่วย

ดังนั้น $\pi R^2 - \pi r^2 = 225\pi$ เป็นสมการที่ ②

จากสมการที่ ①: $2\pi R - 2\pi r = 18\pi$

$$2\pi(R - r) = 18$$

$$R - r = 9$$

$$R = 9 + r$$

..... ①'

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการที่ } ② : \quad \pi R^2 - \pi r^2 &= 225\pi \\
 \pi(R^2 - r^2) &= 225\pi \\
 \pi(R - r)(R + r) &= 225\pi \\
 (R - r)(R + r) &= 225 \quad \dots\dots\dots ②'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทน } ①' \text{ ในสมการที่ } ②' : (9 + r - r)(9 + r + r) &= 225 \\
 9(9 + 2r) &= 225 \\
 9 + 2r &= 25 \\
 2r &= 16 \\
 r &= 8
 \end{aligned}$$

$$\text{แทน } r = 8 \text{ ใน } ①' \text{ จะได้ : } R = 9 + 8 = 17$$

$$\text{เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมใหญ่} = 17 \times 2 = 34 \text{ หน่วย}$$

13. เฉลยข้อ 2. $16\frac{6}{11}$ ตารางหน่วย

แนวคิด

ในขั้นแรกเราต้องหาว่าเส้นตรงแต่ละเส้นตัดกันที่จุดใด

$$\begin{aligned}
 \text{กำหนดให้} \quad 4x + 3y &= 22 && \text{เป็นสมการที่ } ① \\
 5x + 2y &= 10 && \text{เป็นสมการที่ } ② \\
 6x - 2y &= 20 && \text{เป็นสมการที่ } ③
 \end{aligned}$$

หาจุดตัดระหว่างสมการ ① และ ②

$$\begin{aligned}
 ① \times 2 \quad : \quad 8x + 6y &= 44 && \dots\dots\dots ①' \\
 ② \times 3 \quad : \quad 15x + 6y &= 30 && \dots\dots\dots ②' \\
 ①' - ②' \quad : \quad -7x &= 14 \\
 x &= -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทน } x = -2 \text{ ใน } ② : 5(-2) + 2y &= 10 \\
 -10 + 2y &= 10 \\
 2y &= 20 \\
 y &= 10
 \end{aligned}$$

จุดตัดระหว่างสมการ ① และ ② คือ $(-2, 10)$

หาจุดตัดระหว่างสมการ ② และ ③

$$\begin{aligned}
 ② + ③ \quad : \quad 11x &= 30 \\
 x &= \frac{30}{11}
 \end{aligned}$$

$$\text{แทน } x = \frac{30}{11} \text{ ใน } ② : 5\left(\frac{30}{11}\right) + 2y = 10$$

$$\begin{aligned}
 2y &= 10 - \frac{150}{11} \\
 y &= -\frac{40}{11 \times 2} = -\frac{20}{11}
 \end{aligned}$$

จุดตัดระหว่างสมการ ② และ ③ คือ $(\frac{30}{11}, -\frac{20}{11})$

หาจุดตัดระหว่างสมการ ① และ ③

$$\textcircled{3} \times 3 \quad : \quad 18x - 6y = 60 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{3}' \quad : \quad 26x = 104$$

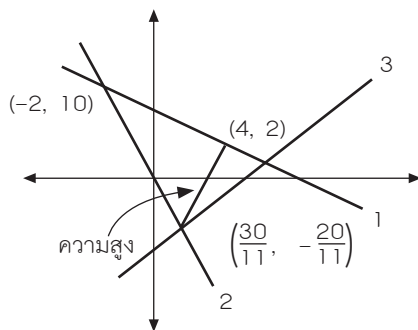
$$x = 4$$

แทน $x = 4$ ในสมการที่ ③ : $6(4) - 2y = 20$

$$-2y = 20 - 24$$

$$y = \frac{-4}{-2} = 2$$

จุดตัดระหว่างสมการ ① และ ③ คือ $(4, 2)$



ระยะห่างระหว่างจุด $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ระยะห่างระหว่างจุด $(-2, 10)$ กับ $(4, 2)$ คือ

$$\begin{aligned} \sqrt{(4 - (-2))^2 + (2 - 10)^2} &= \sqrt{6^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{36 + 64} \\ &= 10 \end{aligned}$$

ฐานของสามเหลี่ยมหาจากระยะห่างระหว่างจุดตัด ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10 หน่วย

จากนั้นหาความสูงระหว่างจุด $(\frac{30}{11}, -\frac{20}{11})$ กับเส้นตรง $4x + 3y - 22 = 0$

$$\begin{aligned} \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} &= \frac{|4(\frac{30}{11}) + 3(-\frac{20}{11}) + (-22)|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|\frac{120}{11} - \frac{60}{11} - \frac{242}{11}|}{5} \\ &= \frac{182}{11 \times 5} = \frac{182}{55} \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่} = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{182}{55} = 16 \frac{6}{11} \text{ ตารางหน่วย}$$

14. เฉลยข้อ 3. จตุภาคที่ 3

แนวคิด

ให้สมการ

$$5x + 3y = -17 \quad \text{เป็นสมการที่ } ①$$

$$15x - 4y = 14 \quad \text{เป็นสมการที่ } ②$$

$$① \times 3 \quad : \quad 15x + 9y = -51 \quad \dots\dots\dots ①'$$

$$② - ①' \quad : \quad -13y = 65$$

$$y = -5$$

$$\text{แทน } y = -5 \text{ ในสมการที่ } ② : 15x - 4(-5) = 14$$

$$15x + 20 = 14$$

$$15x = -6$$

$$x = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$$

คำตอบของระบบสมการคือ $(-\frac{2}{5}, -5)$ ตรงกับจตุภาคที่ 3

15. เฉลยข้อ 4. 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แนวคิด

กำหนดให้ x : เป็นอัตราเร็วรถของเมย์ x กิโลเมตรต่อชั่วโมง y : เป็นอัตราเร็วรถของมาย y กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ทั้งคู่ใช้เวลาในการเดินทาง 1 ชั่วโมง 20 นาที = $1\frac{20}{60}$ ชั่วโมง = $1\frac{1}{3}$ ชั่วโมง

$$= \frac{4}{3} \text{ ชั่วโมง}$$

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา} \quad \text{ระยะทางของเมย์} = \frac{4}{3}x$$

$$\text{ระยะทางของมาย} = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y = 280 \quad \text{นำ 3 คูณตลอด จะได้ } 4x + 4y = 840 \quad \text{เป็นสมการที่ } ①$$

$$\frac{4}{3}y - \frac{4}{3}x = 40 \quad \text{นำ 3 คูณตลอด จะได้ } 4y - 4x = 120 \quad \text{เป็นสมการที่ } ②$$

$$① + ② : \quad 8y = 960$$

$$y = 120$$

$$\text{แทนค่า } y = 120 \text{ ในสมการที่ } ② : 4(120) - 4x = 120$$

$$480 - 4x = 120$$

$$-4x = -360$$

$$x = 90$$

ดังนั้น เมย์ขับรถอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และมายขับรถด้วยความเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง