ชื่อหนังสือ ดิจิตอลเบื้องต้น (ภาคทฤษฎี)
บาร์โค้ด 9789743890093
ISBN 974-389-009-2

ตรงตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2538 ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม กรมอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

DIGITAL

(ภาคทฤษฎี)

ดิจิตอล

รหัส 2104-2105

เบื้องต้น

นภัทร วัจนเทพินทร์

ดิจิตอลเบื้องต้น

2104-2105

(ภาคทฤษฎี)

โดย

นภัทร วัจนเทพินทร์

SKYBOOK

สกายบุ๊กส์

หมู่บ้านรัตนโกสินทร์ 200 ปี (รังสิต)

SKYBOOK COMPANY LIMITED

515/276-8 ถ.รังสิต-ปทุมธานี ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130

โทร. 958-1125-7, 567-5119 โทรสาร. 567-5105

" ดิจิตอลเบื้องต้น (ภาคทฤษฎี) "

พิมพ์ครั้งที่ 1 กันยายน 2543

ราคา 100 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

นภัทร วัจนเทพินทร์

ดิจิตอลเบื้องต้น (ภาคทฤษฎี) -- กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์, 2543

240 หน้า

1. ดิจิตอลอิเล็กทรอนิกส์ I. ชื่อเรื่อง

621 . 3815

ISBN: 974-389-009-2

S7901-30-09-00

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

สกายบุ๊กส์
หมู่บ้านรัตนโกสินทร์ 200 ปี (รังสิต)
SKYBOOK COMPANY LIMITED
515/276-8 ถ.รังสิต-ปทุมธานี ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130
โทร. 958-1125-7, 567-5118 โทรสาร. 567-5105

"เรามุ่งหวังให้เด็กเด็กรุ่นหลังรักการอ่าน"

พิมพ์ที่ บริษัท สยามสปอร์ต ซินดิเคท จำกัด
459 ซอยพิบูลย์อุปถัมภ์ (ลาดพร้าว 48) แขวงสามเสนนอก เขตห้วยขวาง กรุงเทพฯ 10310
โทรศัพท์: 6943010

คำนำ

หนังสือประกอบการเรียน **วิชาดิจิตอลเบื้องต้น** สำหรับนักศึกษาในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) ตรงตามหลักสูตรกรมอาชีวศึกษาและหลักสูตรสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล มีเนื้อหารายละเอียดที่ชัดเจน อธิบายหลักการของลอจิกเกตด้วยสวิตช์ มีตัวอย่างประกอบคำอธิบายเรื่องที่ซับซ้อนสำหรับนักศึกษาระดับ ปวช. เช่น พีชคณิตบูลีน อย่างละเอียดทุกขั้นตอนและมีความชัดเจนวางแนวทางการเรียนรู้ตามลำดับความสัมพันธ์ของเนื้อหา มีคำถามท้ายบทเรียนที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การสอน และมีเนื้อหาทุก ๆ บทครอบคลุมหลักสูตรดังกล่าว จึงเหมาะที่จะนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาดิจิตอลเบื้องต้น ซึ่งเป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญของนักศึกษาในสาขาช่างไฟฟ้า ช่างอิเล็กทรอนิกส์ และช่างคอมพิวเตอร์ ซึ่งหากผู้เรียนให้ความสนใจและมีความเข้าใจแล้ว จะทำให้การเรียนในวิชาที่เกี่ยวข้อง เช่น วิชาไมโครโพรเซสเซอร์ จะมีความต่อเนื่องและมีความรู้พื้นฐานอย่างเพียงพอในการเข้าศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นในอนาคต

หนังสือเล่มนี้สำเร็จได้ด้วยกำลังใจอันแข็งแกร่งจากครอบครัวของผู้เขียนอันประกอบไปด้วยคุณภณภัทร คุณภัทราภรณ์ และคุณวัชราภรณ์ ผู้มอบความรักอันมั่นคงแก่ผู้เขียนตลอดมา

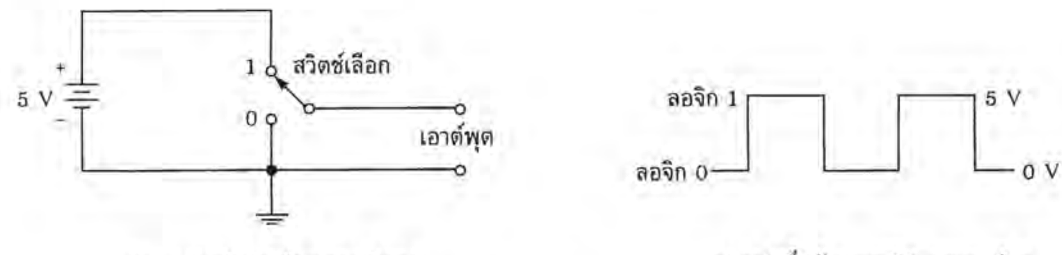
(นภัทร วัจนเทพินทร์)

สารบัญ

1 ระบบเลขฐาน

1.1 บทนำ

ในวิชาดิจิตอลเบื้องต้น หรือส่วนที่เกี่ยวกับวงจรดิจิตอล จะต้องใช้สัญญาณดิจิตอลที่รู้จักกันในชื่อของสัญญาณ "0" กับ "1" หรือสัญญาณที่มีแรงดันสองระดับ คือระดับลอจิกสูง (ลอจิก 1 หรือ H) และระดับลอจิกต่ำ (ลอจิก 0 หรือ L) ลักษณะของสัญญาณดิจิตอลที่สร้างโดยสวิตช์เลือก ดังรูปที่ 1.1 เมื่อเลือกสวิตช์ตำแหน่ง 1 จะเกิดสัญญาณลอจิก 1 และเมื่อเลือกสวิตช์ตำแหน่ง 0 จะเกิดสัญญาณลอจิก 0 ซึ่งที่ระดับลอจิก 1 จะมีแรงดัน 5 โวลต์ และที่ระดับลอจิกจะมีแรงดัน 0 โวลต์



(ก) วงจรกำเนิดสัญญาณดิจิตอล *(ข) รูปคลื่นสัญญาณดิจิตอลเอาต์พุต*

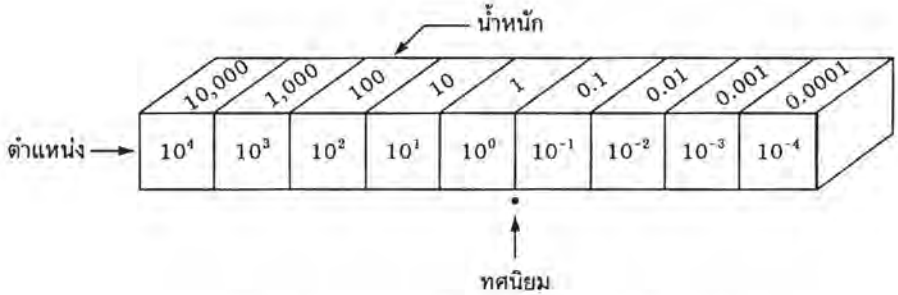
รูปที่ 1.1

เนื่องจากสัญญาณดิจิตอลนั้นมีระดับของลอจิกเพียง 2 ระดับคือ "0" และ "1" ดังที่อธิบายไว้ตอนต้น จึงมีความสัมพันธ์โดยตรงกับเลขฐานสอง (Binary Number) เพราะว่าเลขฐานสองมีตัวเลขเพียงสองตัวคือ 0 และ 1 เช่นกัน

1.2 เลขฐานสิบ

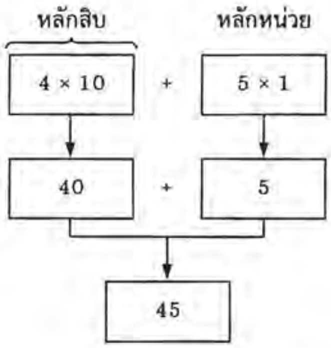
เลขฐานสิบ (Decimal Number) เป็นระบบเลขที่ประกอบด้วยตัวเลขจำนวน 10 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 เลขฐานสิบ 1 ตัว เรียกว่า 1 หลัก (Digit) หลักที่มีค่าต่ำสุดหน้าจุด

ทศนิยมคือเลขหลักหน่วย มีน้ำหนัก (Weight) เท่ากับ 1 (10^0) และเลขหลักที่มีค่ามากกว่าหลักหน่วยคือเลขหลักสิบมีน้ำหนักเท่ากับ 10 (10^1) และเลขหลักร้อยมีน้ำหนักเท่ากับ 100 (10^2) ดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 *แสดงค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบตำแหน่งต่าง ๆ*

ดังนั้นเลขฐานสิบ 2 ตัวคือ 45 เมื่อนำมารวมกันตามน้ำหนักของแต่ละหลัก จึงมีค่าเท่ากับรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 *แสดงการรวมค่าหลักของเลขฐานสิบ ค่า 45*

ตัวอย่างที่ 1.1 เลขฐานสิบ 3 หลักคือ 256 จงหาค่าของเลขแต่ละหลัก

วิธีทำ

$$256 = (2 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (6 \times 10^0)$$
$$= 200 + 50 + 6$$

ตัวอย่างที่ 1.2 เลขฐานสิบ 5 หลักคือ 158.25 จะมีค่าของเลขแต่ละหลักเท่าไร

วิธีทำ

$$158.25 = (1 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (8 \times 10^0) \,.\, (2 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2})$$
$$= (100) + (50) + (8) \,.\, (0.2) + (0.05)$$

1.3 เลขฐานสอง

การศึกษาเลขฐานสองให้เข้าใจได้นั้นไม่ยาก หากเข้าใจหลักการของเลขฐานสิบ เพราะว่าเลขฐานใด ๆ ก็ใช้หลักการนับ ค่าน้ำหนัก และค่าหลักแบบเดียวกันทั้งสิ้น แต่เนื่องจากเลขฐานสองมีตัวเลขเพียง 2 ตัวคือ 0 และ 1 ดังนั้นเมื่อนับเลขฐานสองจำนวนมาก ๆ มักเกิดคำถามขึ้นว่า เลขฐานสองนั้นจะมีค่าเท่าไร เช่น เลขฐานสองที่มีค่าเท่ากับ 12 จะประกอบด้วย เลข 0 และ 1 ที่ตำแหน่งใดบ้าง และจะมีเลขฐานสองกี่หลัก จึงจะมีค่าเท่ากับ 12 ย้อนกลับไปในการเขียนและนับเลขฐานสิบ เมื่อนับ 0 ถึง 9 ให้เขียนแทนด้วยเลข 0 ถึง 9 แต่เมื่อนับสิบจะเขียนแทนหลักหน่วยด้วย 0 และหลักสิบด้วย 1 นั่นคือเมื่อนับเลขฐานใด ๆ จนเต็มค่าหลักแล้ว ให้เขียนแทนเลขลำดับถัดไปด้วย 0 ทด 1 เสมอ การนับเลขฐานสองจากค่า 0 ถึง 15 แสดงในรูปที่ 1.4 เปรียบเทียบกับเลขฐานสิบ

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง			
	หลักที่ 4	หลักที่ 3	หลักที่ 2	หลักที่ 1
0				0
1				1
2			1	0
3			1	1
4		1	0	0
5		1	0	1
6		1	1	0
7		1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

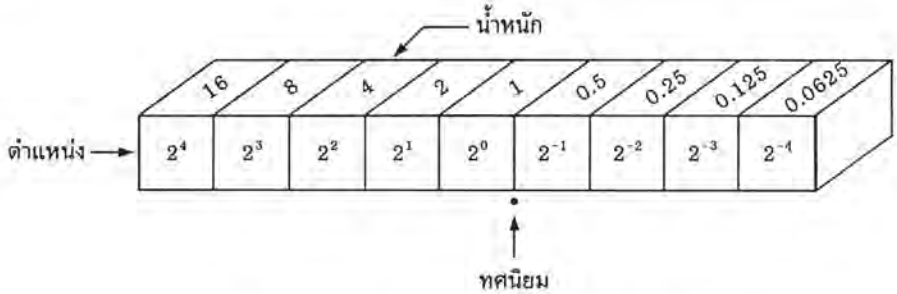
เต็มหลักที่ 1 ทดไป 1 ที่หลักถัดไป

เต็มหลักที่ 2 ทดไป 1 ในหลักที่ 3

เต็มหลักที่ 3 ทดไป 1 ในหลักที่ 4

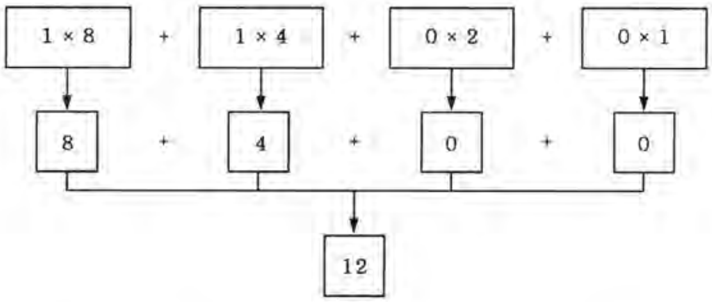
รูปที่ 1.4 *ตารางเปรียบเทียบการนับเลขฐานสิบและเลขฐานสอง*

เลขฐานสองแต่ละหลักเรียกว่า 1 บิต (Bit) ดังนั้นเลขฐานสองขนาด 4 บิต ที่มีค่าเท่ากับ 12 คือ 1100 ทำไมเลขฐานสองที่เขียนว่า 1100 จึงมีค่าเท่ากับ 12 หากเข้าใจค่าของน้ำหนักแต่ละหลักแล้วจะได้คำตอบดังกล่าว น้ำหนักของเลขฐานสองแต่ละหลัก ดังรูปที่ 1.5



รูปที่ 1.5 *แสดงค่าน้ำหนักของเลขฐานสองตำแหน่งต่าง ๆ*

นั่นแสดงว่าเลขฐานสอง 1100 มีค่าเท่ากับ 12 ฐานสิบ ดังรูปที่ 1.6



รูปที่ 1.6 *แสดงการรวมกันของค่าหลักเลขฐานสอง 1100*

ตัวอย่างที่ 1.3 เลขฐานสอง 11001.10 มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
11001.00 &= (1 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1) . \\
&\quad (1 \times 0.5) + (0 \times 0.25) \\
&= 25.05
\end{aligned}
$$

ตัวอย่างที่ 1.4 เลขฐานสอง 101011 มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
101011 &= (1 \times 32) + (0 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) \\
&\quad + (1 \times 1) \\
&= 43
\end{aligned}
$$

1.4 การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง

หลักการแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสองทำได้ 2 วิธีคือ วิธีรวมค่าน้ำหนัก และวิธีการหารด้วยสอง ซึ่งแต่ละวิธีจะมีหลักการดังต่อไปนี้

วิธีรวมค่าน้ำหนัก

วิธีการนี้ต้องเขียนตารางกำหนดค่าน้ำหนักของเลขฐานสองแต่ละหลักได้ และใช้กับเลขฐานสองที่มีจำนวนบิตไม่มากนัก ตารางค่าน้ำหนักของเลขฐานสองแสดงในรูปที่ 1.7

บิตที่	n	6	5	4	3	2	1	0
น้ำหนัก	2^n	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
ค่าน้ำหนัก	N	64	32	16	8	4	2	1

รูปที่ 1.7 *ตารางแสดงค่าน้ำหนักเลขฐานสอง*

เมื่อต้องการแปลงเลขฐานสิบค่า 9 เป็นเลขฐานสอง ให้นำค่า 9 ไปเขียนลงในตำแหน่งของตารางค่าน้ำหนัก จะเห็นว่า 9 = 8 + 1 ดังนั้นค่า 8 อยู่ในช่อง 2^3 และค่า 1 อยู่ในช่อง 2^0 ดังนั้น

น้ำหนัก	2^3	2^2	2^1	2^0
(9) ฐานสิบ	8	0	0	1
เลขฐานสอง	1	0	0	1

นั่นคือ 9 ฐานสิบ = 1001 ฐานสอง

หรือ $(9)_{10} = (1001)_2$

ตัวอย่างที่ 1.5 จงแปลงเลขฐานสิบ 82 และ 25 เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ (ก)

$$\begin{aligned} 82 &= 64 + 16 + 2 \\ &= (1 \times 2^6) + (0 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) \\ &\quad + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) \\ &= 1010010 \end{aligned}$$

$$\therefore (82)_{10} = (1010010)_2$$

(ข)

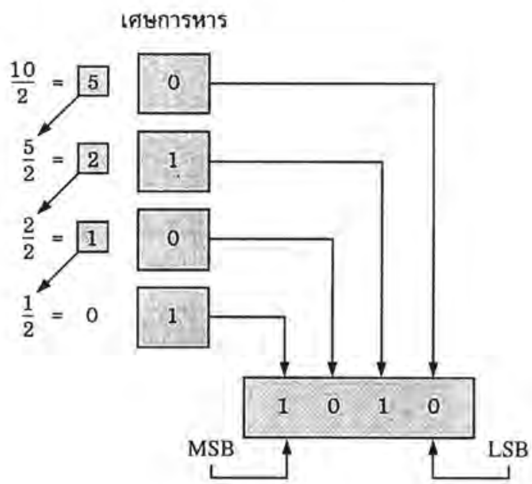
$$25 = 16 + 8 + 1$$
$$= (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$
$$= 11001$$
$$\therefore (25)_{10} = (11001)_2$$

วิธีหารด้วยสอง

วิธีหารด้วยสอง คือการนับเลขฐานสิบมาหารด้วย 2 ด้วยวิธีตั้งหาร และหารจนกระทั่งผลลัพธ์เป็นศูนย์ แล้วให้นำเศษที่ได้จากการหารแต่ละครั้งมาเป็นคำตอบ เศษการหารตัวแรกคือ บิตต่ำสุดของเลขฐานสอง (LSB = Least Significant Bit) และเศษการหารตัวสุดท้ายคือ บิตสูงสุดของเลขฐานสอง (MSB = Most Significant Bit) ดังตัวอย่างที่ 1.6

ตัวอย่างที่ 1.6 เลขฐานสิบ 10 มีค่าเท่ากับเลขฐานสองเท่าไร

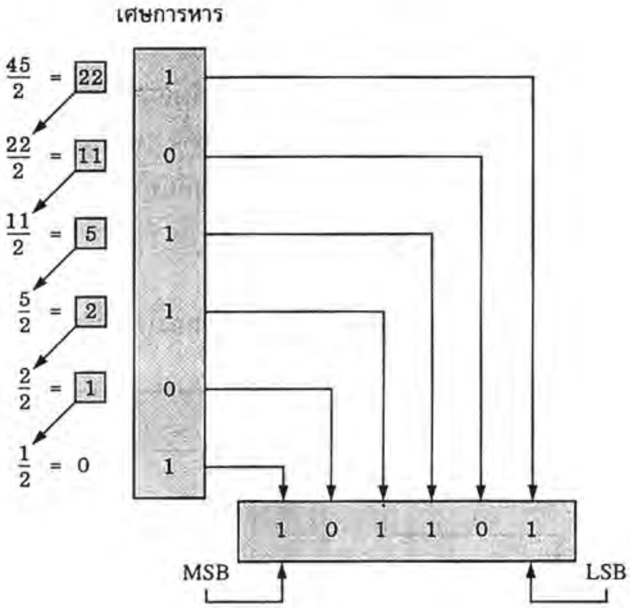
วิธีทำ



$$\therefore \quad (11)_{10} = (1010)_2$$

ตัวอย่างที่ 1.7 เลขฐานสิบ 45 มีค่าเท่ากับเลขฐานสองเท่าไร

วิธีทำ



$$\therefore \quad (45)_{10} = (101101)_2$$

สำหรับเลขฐานสิบที่เป็นทศนิยม สามารถแปลงเป็นเลขฐานสองได้เช่นกัน โดยวิธีรวมค่าน้ำหนัก เช่น เลขฐานสิบ 0.625 แปลงเป็นเลขฐานสองได้ดังนี้

ทศนิยม

น้ำหนัก	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}
ค่าน้ำหนัก	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125

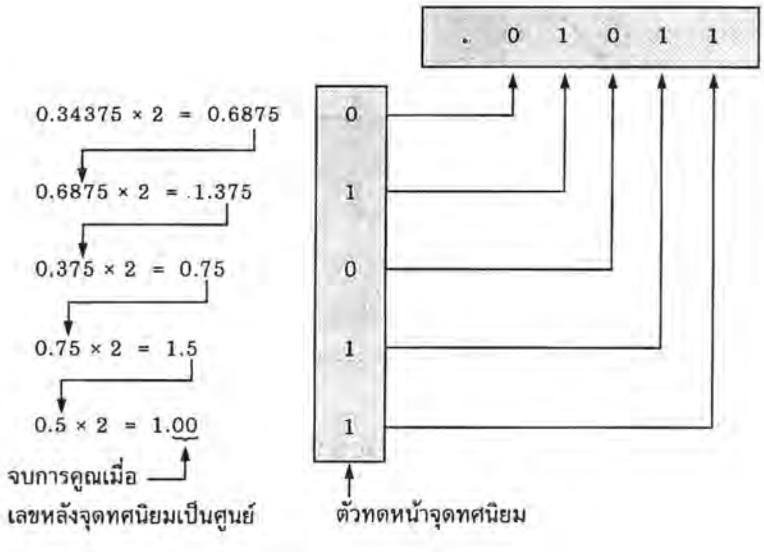
$$(0.625)_{10} = 0.5 + 0.125$$
$$= (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3})$$
$$\therefore \quad (0.625)_{10} = (0.101)_2$$

เมื่อทำการรวมค่าน้ำหนักหลังจุดทศนิยมและเขียนคำตอบแล้ว จะต้องใส่ตำแหน่งของจุดทศนิยมเสมอ

อีกวิธีการหนึ่งที่สามารถแปลงเลขฐานสิบที่เป็นเลขทศนิยมให้เป็นเลขฐานสองคือ วิธีนำเลขฐานสิบมาคูณด้วยสอง ซึ่งการคูณนี้ต้องคูณจนกระทั่งได้ผลคูณหลังจุดทศนิยมเป็นศูนย์จึงจะจบการคูณ และคำตอบคือค่าตัวทดที่ได้จากการคูณแต่ละครั้ง แต่บิตที่มีค่าสูงสุด (MSB) ของเลขฐานสองที่ได้คือ ตัวทดที่ได้จากการคูณครั้งแรก และบิตที่มีค่าต่ำสุด (LSB) ของเลขฐานสองคือตัวทดที่ได้จากการคูณครั้งสุดท้าย ดังตัวอย่างที่ 1.8

ตัวอย่างที่ 1.8 เลขฐานสิบ 0.34375 แปลงเป็นเลขฐานสองได้เท่าไร

วิธีทำ



$\therefore \ (0.34375)_{10} = (0.01011)_2$

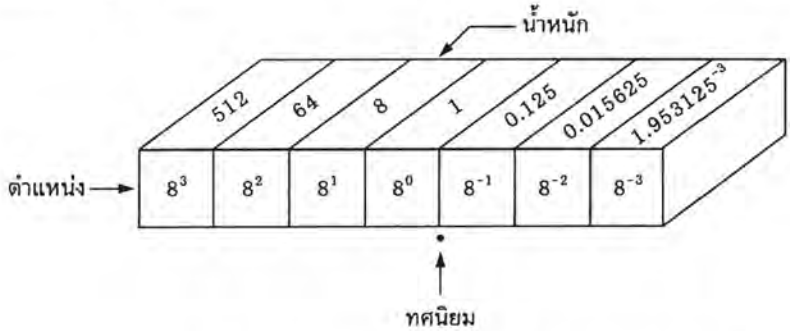
1.5 เลขฐานแปด

เลขฐานแปด (Octal Numbers) ประกอบไปด้วยเลขจำนวน 8 ตัวคือ เลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ดังนั้นเลขฐานแปดที่มีค่าเท่ากับ 8 คือ เลข 0 ทด 1 หรือ 10 ในทำนองเดียวกันเลขฐานแปดที่มีค่าเท่ากับ 9 คือ 11 เป็นต้น จะเห็นว่าในหลักหน่วยเลขฐาน 8 จะมีค่าสูงสุดคือเลข 7 เท่านั้น หากมากกว่า 7 จะต้องเขียนหลักต่อไปเริ่มต้นด้วย 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21... ดังตารางเปรียบเทียบเลขฐานแปด และเลขฐานสิบในรูปที่ 1.8

ฐานสิบ	ฐานแปด	ฐานสอง	
0	0		000
1	1		001
2	2		010
3	3		011
4	4		100
5	5		101
6	6		110
7	7		111
8	10	01	000
9	11	01	001
10	12	01	010
11	13	01	011
12	14	01	100
13	15	01	101
14	16	01	110
15	17	01	111
16	20	10	000
17	21	10	001
18	22	10	010

รูปที่ 1.8 *ตารางเปรียบเทียบเลขฐานแปด ฐานสิบ และฐานสอง*

จากรูปที่ 1.8 การเปรียบเทียบเลขฐานแปด ฐานสิบ และฐานสอง จะเห็นว่าเลขฐานแปด 1 หลักจะแทนค่าด้วยเลขฐานสองจำนวน 3 บิต เลขฐานแปดมีค่าน้ำหนักเหมือนกับเลขฐานสิบและเลขฐานสอง ดังรูปที่ 1.9



รูปที่ 1.9 *แสดงค่าน้ำหนักของเลขฐานแปดตำแหน่งต่าง ๆ*

ตัวอย่างที่ 1.9 เลขฐานแปด 2104 มีค่าน้ำหนักเท่าไร

วิธีทำ

$$(2104)_8 = (2 \times 8^3) + (1 \times 8^2) + (0 \times 8^1) + (4 \times 8^0)$$
$$= (2 \times 512) + (1 \times 64) + (0 \times 8) + (4 \times 1)$$
$$= 1024 + 64 + 0 + 4$$
$$\therefore \quad (2104)_8 = 1092$$

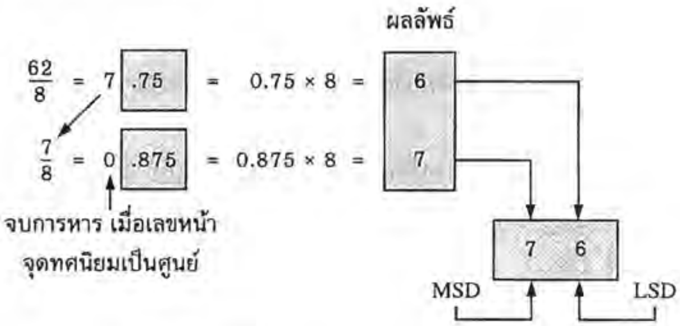
จากตัวอย่างที่ 1.9 เป็นวิธีการแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบ เพราะค่าน้ำหนักรวมของเลขฐานแปดทั้งหมดคือเลขฐานสิบนั่นเอง ดังนั้น

$$(2104)_8 = (1092)_{10}$$

ในทำนองเดียวกัน การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานแปดสามารถทำได้โดยการนำเลขฐานสิบมาหารด้วยแปด และนำผลหารหลังจุดทศนิยมไปคูณด้วยแปด และนำผลหารหน้าจุดทศนิยมไปหารด้วยแปด จนกระทั่งผลลัพธ์จากการหารหน้าจุดทศนิยมเป็นศูนย์ คำตอบคือ ผลคูณของเลขหลังจุดทศนิยมทุกตัวโดยผลการคูณตัวแรกจะเป็นบิตต่ำสุดของเลขฐานแปด ดังตัวอย่างที่ 1.10

ตัวอย่างที่ 1.10 จงแปลงเลขฐานสิบ 62 เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ



$$\therefore \quad (62)_{10} = (67)_8$$

เลขฐานแปดสามารถแปลงเป็นเลขฐานสองได้เช่นเดียวกัน และหลักการแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสองคือนำเลขฐานแปดมาแยกออกแต่ละหลัก และให้แปลงเลขฐานแปดแต่ละหลักนั้นเป็นเลขฐานสองขนาด 3 บิต หากเลขฐานแปดจำนวน 2 หลักจะแปลงเป็นเลขฐานสองจำนวน 6 บิต เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.11 จงแปลงเลขฐานแปดต่อไปนี้เป็นเลขฐานสอง

(ก) $(25)_8$ (ข) $(756)_8$

วิธีทำ (ก)

$$(25)_8 = \begin{array}{cc} 2 & 5 \\ \downarrow & \downarrow \\ 010 & 101 \end{array}$$

$$\therefore (25)_8 = (010101)_2$$

(ข)

$$(756)_8 = \begin{array}{ccc} 7 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 111 & 101 & 110 \end{array}$$

$$\therefore (756)_8 = (111101110)_2$$

ในทางกลับกันหากต้องการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด ให้นำเลขฐานสองมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 บิต และแปลงเลข 3 บิตนั้นให้เป็นเลขฐานสอง ผลลัพธ์คือเลขฐานแปดที่ต้องการ ดังตัวอย่างที่ 1.12

ตัวอย่างที่ 1.12 จงแปลงเลขฐานสอง (101111) และ (100000011) เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ (ก)

$$(101111)_2 = \begin{array}{cc} \underbrace{101} & \underbrace{111} \\ \downarrow & \downarrow \\ 6 & 7 \end{array}$$

$$\therefore (101111)_2 = (67)_8$$

(ข)

$$(100000011)_2 = \begin{array}{ccc} \underbrace{100} & \underbrace{000} & \underbrace{011} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$= \begin{array}{ccc} 4 & 0 & 3 \end{array}$$

$$\therefore (100000011)_2 = (403)_8$$

1.6 เลขฐานสิบหก

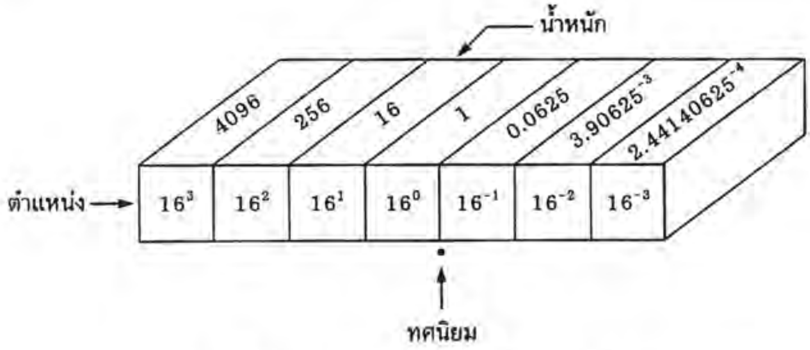
ในระบบของเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Numbers) ประกอบไปด้วยตัวเลขและตัวอักษรรวมกันจำนวน 16 ตัว จากเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F นั่นคือตัว A แทนเลข 10 ตัว B แทนเลข 11 และตัว F แทนเลข 15 เมื่อนำมาเขียนเลขฐานสิบหกเปรียบเทียบกับเลขฐานสิบจะได้ดังรูปที่ 1.10 จะเห็นว่าเลขฐานสิบหก 1 หลัก จะเขียนแทนได้ด้วยเลขฐานสองขนาด 4 บิต

ฐานสิบ	ฐานสิบหก	ฐานสอง
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

รูปที่ 1.10 *ตารางเปรียบเทียบเลขฐานสิบ ฐานสิบหก และฐานสอง*

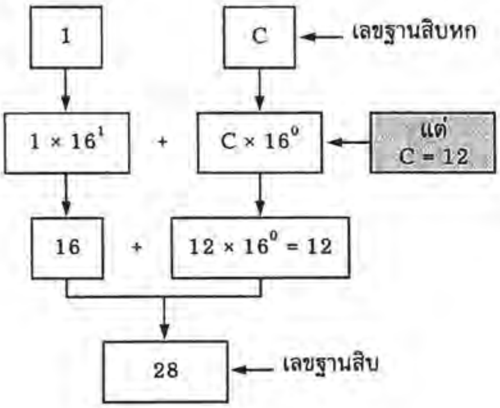
ดังนั้นเมื่อนับลำดับเลขฐานสิบหกหลักต่อไปจาก F คือ 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 1A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 2A, 2B, 2C, 2D, 2E, 2F, 30, 31, 32,....

เลขฐานสิบหกสามารถเปลี่ยนกลับมาเป็นเลขฐานสิบได้ง่าย โดยการแทนค่าน้ำหนัก สำหรับค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบหกมีค่าดังรูปที่ 1.10



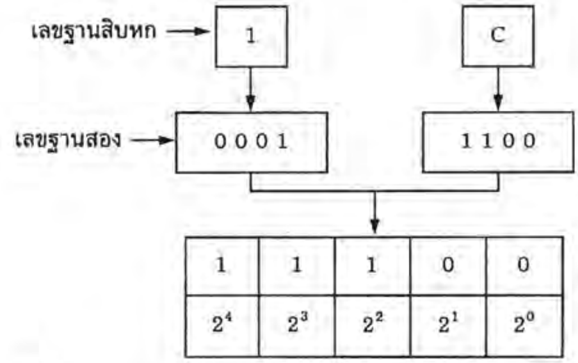
รูปที่ 1.11 *แสดงค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบหกตำแหน่งต่าง ๆ*

ดังนั้นการแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบจึงต้องใช้ตารางค่าน้ำหนักเป็นตัวกำหนด เช่น $(1C)_{16}$ แปลงเป็นเลขฐานสิบได้ดังนี้



นั่นคือ $(1C)_{16} = (28)_{10}$

อีกวิธีหนึ่งอาจแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบได้โดยการแปลงผ่านเลขฐานสอง โดยแยกเลขฐานสิบหก 1 หลักเป็นเลขฐานสองขนาด 4 บิต แล้วจึงรวมค่าน้ำหนักของเลขฐานสองทั้งหมด จะได้เลขฐานสิบตามต้องการดังนี้



$= (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2)$

$= (28)_{10}$

ดังนั้น $(1C)_{16} = (28)_{10}$ เช่นกัน

ตัวอย่างที่ 1.13 เลขฐานสิบหก 2FA จงแปลงเป็นเลขฐานสิบและเลขฐานสอง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 2FA &= (0010\ 1111\ 1010)_2 \\ &= (1 \times 2^9) + (1 \times 2^7) + (1 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) \\ &\quad + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^1) \\ &= 512 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 \\ \therefore\ 2FA &= (764)_{10} \end{aligned}$$

การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหกจะทำได้โดยการจัดกลุ่มของเลขฐานสองออกเป็นกลุ่มละ 4 บิต และแปลง 4 บิตที่แบ่งออกมาเป็นเลขฐานสิบหก ดังตัวอย่างที่ 1.14

ตัวอย่างที่ 1.14 จงแปลงเลขฐานสองต่อไปนี้เป็นเลขฐานสิบหก

(ก) 10101010101011 (ข) 1111111011

วิธีทำ

(ก) $\underbrace{10}_{\downarrow \atop 2}\quad \underbrace{1010}_{\downarrow \atop A}\quad \underbrace{1010}_{\downarrow \atop A}\quad \underbrace{1011}_{\downarrow \atop B}$

$\therefore\ (10101010101011)_2 = (2AAB)_{16}$

(ข) $\underbrace{11}_{\downarrow \atop 3}\quad \underbrace{1111}_{\downarrow \atop F}\quad \underbrace{1011}_{\downarrow \atop B}$

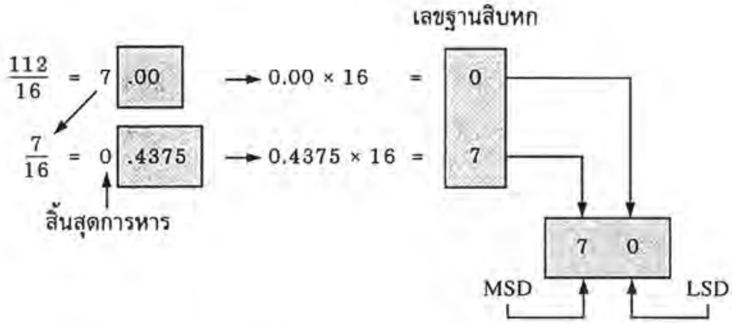
$\therefore\ (1111111011)_2 = (3FB)_{16}$

สำหรับการแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสิบหกจะทำได้โดยการนำเลขฐานสิบมาตั้งและหารด้วยสิบหก ผลของการหารที่เป็นเลขหลังจุดทศนิยมให้นำไปคูณด้วยสิบหก และนำไปเป็นคำตอบ ส่วนผลการหารที่เป็นเลขหน้าจุดทศนิยม ถ้าไม่เท่ากับศูนย์ให้นำไปหารด้วยสิบหกอีก และถ้าเท่ากับศูนย์ให้สิ้นสุดการหาร คำตอบที่ได้คือเลขฐานสิบหก ดังตัวอย่างที่ 1.15

ตัวอย่างที่ 1.15 จงแปลงเลขฐานสิบต่อไปนี้เป็นเลขฐานสิบหก

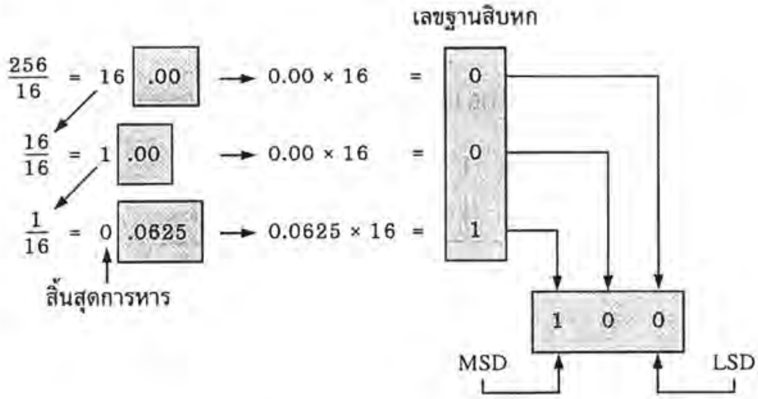
(ก) 112 (ข) 256

วิธีทำ (ก)



$\therefore (112)_{10} = (70)_{16}$

(ข)



$\therefore (256)_{10} = (100)_{16}$

ตัวอย่างที่ 1.16 จงแปลงเลขฐานสอง 100110011101 ให้เป็นเลขฐานแปด ฐานสิบ และฐานสิบหก

วิธีทำ

(ก) $\underbrace{100}_{\substack{\downarrow\\4}}\ \underbrace{110}_{\substack{\downarrow\\6}}\ \underbrace{011}_{\substack{\downarrow\\3}}\ \underbrace{101}_{\substack{\downarrow\\5}}$

$$\therefore\ (100110011101)_2 = (4635)_8$$

(ข)

$$\begin{aligned} 100110011101 &= (1\times2^{11})+(1\times2^{8})+(1\times2^{7})+(1\times2^{4}) \\ &\quad +(1\times2^{3})+(1\times2^{2})+(1\times2^{0}) \\ &= 2048+256+128+16+8+4+1 \\ \therefore\ (100110011101)_2 &= (2461)_{10} \end{aligned}$$

(ค) $\underbrace{1001}_{\substack{\downarrow\\9\\\downarrow\\9}}\ \underbrace{1001}_{\substack{\downarrow\\9\\\downarrow\\9}}\ \underbrace{1101}_{\substack{\downarrow\\13\\\downarrow\\D}}$

$$\therefore\ (100110011101)_2 = (99D)_{16}$$

ตัวอย่างที่ 1.17 จงแปลงเลขฐานสิบหกต่อไปนี้เป็นเลขฐานสองและเลขฐานแปด 19FA

วิธีทำ

(ก) $\overbrace{0001}^{\substack{1\\\downarrow}}\ \overbrace{1001}^{\substack{9\\\downarrow}}\ \overbrace{1111}^{\substack{F\\\downarrow}}\ \overbrace{1010}^{\substack{A\\\downarrow}}$

$$\therefore\ (19FA)_{16} = (1100111111010)_2$$

(ข)

$$\begin{aligned} 19FA &= \underbrace{1}_{\downarrow}\ \underbrace{100}_{\downarrow}\ \underbrace{111}_{\downarrow}\ \underbrace{111}_{\downarrow}\ \underbrace{010}_{\downarrow} \\ &= 1\quad 4\quad 7\quad 7\quad 2 \\ \therefore\ (19FA)_{16} &= (14772)_8 \end{aligned}$$

1.7 การบวกลบเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง (Binary Addition) มีกฎของการบวกที่เป็นพื้นฐานอยู่ 4 กรณีคือ

0 + 0 = 0 (ผลรวมเป็น 0 ตัวทดเป็น 0)

0 + 1 = 1 (ผลรวมเป็น 1 ตัวทดเป็น 0)

1 + 0 = 1 (ผลรวมเป็น 1 ตัวทดเป็น 0)

1 + 1 = 10 (ผลรวมเป็น 0 ตัวทดเป็น 1)

กฎพื้นฐานทั้งสี่นี้ใช้สำหรับบวกเลขฐานสองขนาด 1 บิต หรือมากกว่า พิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.18 จงบวกเลขฐานสอง 2 จำนวนต่อไปนี้

$(11)_2 + (101)_2$

วิธีทำ

$$
\begin{array}{cccc}
 & \boxed{1} & \boxed{1} & \text{ตัวทด} \\
 & 0 & 1 & 1 \\
 & 1 & 0 & 1 \; + \\
\hline
\boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

จากตัวอย่างที่ 1.18 จะเห็นว่าเมื่อนำเลขฐานสอง 11 และ 101 มาบวกกันในแบบของเลขฐานสิบ $(11)_2 = (3)_{10}$ และ $(101)_2 = (5)_{10}$ ดังนั้นผลรวมของ $(11)_2 + (101)_2 = 3 + 5 = (8)_{10}$ และ $(8)_{10} = (1000)_2$ แสดงว่าผลลัพธ์ของการบวกถูกต้อง ในการบวกเลขฐานสองควรต้องตรวจสอบคำตอบโดยการบวกเลขฐานสิบด้วยเสมอ

ตัวอย่างที่ 1.19 จงบวกเลขฐานสอง (100 + 110 + 010)

วิธีทำ

$$
\begin{array}{cccccc}
 & \boxed{1} & \boxed{0} & & & \\
 & 1 & 0 & 0 & & 4 \\
 & 1 & 1 & 0 \; + & & 6 \; + \\
 & 0 & 1 & 0 & & 2 \\
\hline
\boxed{1} & 1 & 0 & 0 & & 12 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

การลบเลขฐานสอง (Binary Subtraction) การลบเลขที่สำคัญต้องเข้าใจหลักการยืม ในกรณีที่ตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบขอให้นึกถึงวิธีการลบเลขฐานสิบ เพราะวิธีการลบเลขฐานสิบนั้นเป็นที่เข้าใจกันอย่างแพร่หลาย หลักการยืมคือ เมื่อหลักต่ำกว่ายืมหลักที่สูงกว่ามา 1 จะมีค่าเท่ากับ 10 ในเลขฐานสิบ แต่ในระบบเลขฐานสอง ให้ระลึกเสมอว่า ในการยืมหลักที่สูงกว่ามา 1 นั้น จะมีค่าเท่ากับค่าฐานเท่านั้นคือ มีค่าเท่ากับ 2 กฎเบื้องต้นของการลบเลขฐานสอง ขนาด 1 บิต มีดังนี้

0 - 0 = 0 (ผลต่าง 0 ตัวยืม 0)
1 - 1 = 0 (ผลต่าง 0 ตัวยืม 0)
1 - 0 = 1 (ผลต่าง 1 ตัวยืม 0)
10 - 1 = 1 (ผลต่าง 1 ตัวยืม 1)

ตัวอย่างที่ 1.20 จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้

(ก) 11 - 10 (ข) 11 - 01

วิธีทำ

(ก)
$$\begin{array}{r} 11 \\ - \\ \underline{01} \\ \underline{\underline{10}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ - \\ \underline{1} \\ \underline{\underline{2}} \end{array}$$

(ข)
$$\begin{array}{r} 11 \\ - \\ \underline{10} \\ \underline{\underline{01}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ - \\ \underline{2} \\ \underline{\underline{1}} \end{array}$$