

การวิเคราะห์การตัดสินใจสำหรับงานวิศวกรรม

Decision Analysis for Engineering

การวิเคราะห์การตัดสินใจสำหรับงานวิศวกรรม

Decision Analysis for Engineering

กสิน รังสีกรรพม

กลิน รั้งสิกรรพม

การวิเคราะห์การตัดสินใจสำหรับงานวิศวกรรม / กลิน รั้งสิกรรพม

1. การตัดสินใจแบบพหุเกณฑ์. 2. วิศวกรรมศาสตร์ -- การตัดสินใจ. 3. การตัดสินใจ.

658.4033

ISBN (e-book) 978-974-03-4079-9

สพจ. 2526



asskunคำวิชาการสู่สังคม
Knowledge to All
www.cupress.chula.ac.th

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยแต่ผู้เดียว
การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น
ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จัดพิมพ์โดย สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2565

www.cupress.chula.ac.th [CUB6502-011]

โทร. 0-2218-3562-3

บรรณาธิการอำนวยการ : นางอรทัย นันทนาดิษฐ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อรรณู หาญสืบสาย

กองบรรณาธิการฝ่ายวิชาการ : ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ปิยนาด บุญนาค

รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์

รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ชัชณ พันธ์เจริญ

รองศาสตราจารย์ ดร.วิมลวรรณ พิมพ์พันธุ์

ผู้ประสานงาน : วาสนา ชำเซ็น

พิสูจน์อักษร : ทศนีย์ ผิวขำ

ออกแบบปกและรูปเล่ม : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้จัดจำหน่าย ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

โทร. 0-2218-7000-3, 0-2218-9872 โทรสาร 0-2254-9495

Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) 0-2255-4433, 0-2218-9872 <http://www.chulabook.com>

แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก โทร. 0-2374-1375-6 โทรสาร 0-2374-1375

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณเจ้าของผลงานหนังสือ เอกสารวิชาการ รวมถึงตำราต่าง ๆ ที่นำมาสู่การค้นคว้าและการอ้างอิงที่เป็นประโยชน์ทางด้านวิชาการและสำหรับการเขียนหนังสือเล่มนี้ นอกจากนี้ผู้เขียนได้รับกำลังใจตลอดช่วงเวลาในการเขียนหนังสือเล่มนี้เป็นอย่างดีจากทั้งภรรยาและลูกสาว - This book is dedicated to Arunee and Alin Ransikarbum

กสิณ รังสิกรรพุม

คำนำ

หนังสือเล่มนี้ ผู้เขียนจัดทำขึ้นเพื่ออธิบายทฤษฎีและการประยุกต์ใช้งานเครื่องมือการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย (Multi-Criteria Decision Making: MCDM) สำหรับใช้ในการวิเคราะห์การทำการตัดสินใจซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในงานหลากหลายด้าน โดยเน้นที่งานทางด้านวิศวกรรม การบริหารจัดการในโรงงานอุตสาหกรรม และงานบริหารอื่น ๆ ที่ในหลาย ๆ ครั้งเกี่ยวข้องกับการทำการตัดสินใจที่สลับซับซ้อน สำหรับหลายระดับของผู้ตัดสินใจ โดยเครื่องมือการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยเป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิชาการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์การทำการตัดสินใจ (Decision Science) และวิชาการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) ทั้งนี้เนื้อหาในหนังสือครอบคลุมเครื่องมือทาง MCDM ต่าง ๆ ที่ได้มีการพัฒนาและประยุกต์ใช้กับปัญหาที่หลากหลาย โดยเกี่ยวข้องกับการปัญหาหลัก 3 รูปแบบในการทำการตัดสินใจ นั่นคือ 1) กรณีปัญหาที่มีทางเลือกในการตัดสินใจจำกัด และไม่มีค่าความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง 2) กรณีปัญหาที่มีทางเลือกในการตัดสินใจจำกัดและมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง และ 3) กรณีปัญหาที่มีทางเลือกในการตัดสินใจไม่จำกัดและมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง โดยได้อธิบายเครื่องมือต่าง ๆ อย่างเป็นขั้นเป็นตอน รวมถึงการสอดแทรกตัวอย่างการใช้งาน และกรณีศึกษาจริงที่มีการประยุกต์ใช้เครื่องมือในงานวิจัยในหนังสือ ซึ่งเหมาะกับผู้อ่านที่ต้องการนำตัวอย่างในหนังสือไปประยุกต์ใช้เพื่อการเรียนการสอนในระดับมหาวิทยาลัยทั้งในระดับปริญญาตรีและระดับบัณฑิตศึกษา การประยุกต์ใช้กรณีศึกษาในการตัดสินใจระดับภาคอุตสาหกรรมและการบริหารจัดการ รวมถึงการประยุกต์ใช้งานในงานวิจัยสำหรับนักวิจัยที่สนใจ

กสิณ รังสิกรพุม

สารบัญ

หน้า

กิตติกรรมประกาศ

คำนำ

สารบัญ

บทที่ 1	บทนำเรื่องการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย (MCDM)	1
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1	8
บทที่ 2	ความรู้พื้นฐานในหนังสือ	9
	2.1 ความรู้พื้นฐานเรื่องโปรแกรมเชิงเส้นตรง	9
	2.2 การใช้โปรแกรม Excel Solver	27
	2.3 การใช้โปรแกรม Lindo	44
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2	55
บทที่ 3	เทคนิคการประมาณค่าและการจัดอันดับ	59
	3.1 การจัดอันดับแบบง่าย	62
	3.2 การจัดอันดับแบบการนับของ Borda	67
	3.3 การจัดอันดับแบบ ideal normalization	73
	3.4 การจัดอันดับแบบ linear normalization	78
	3.5 การจัดอันดับแบบ vector normalization	83
	3.6 บทสรุปเทคนิคการประมาณค่าและการจัดอันดับ	93
	3.7 การประยุกต์ใช้งานเทคนิคการประมาณค่าและการจัดอันดับในกรณีศึกษาจริง	96
	กรณีศึกษา ก	98
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 3	103
บทที่ 4	วิธีกระบวนการวิเคราะห์เชิงลำดับชั้น (AHP)	107
	4.1 การเปรียบเทียบข้อมูลแบบเป็นคู่และสร้างตารางเมทริกซ์ตัดสินใจ	110
	4.2 การทำ normalization และคำนวณค่าน้ำหนัก	114
	4.3 การคำนวณอัตราส่วนความสอดคล้อง	116
	4.4 จำนวนเมทริกซ์การตัดสินใจ	119
	4.5 ตัวอย่างปัญหา 4-1 การแก้ปัญหาการเลือกมหาวิทยาลัยโดยใช้ AHP	120
	4.6 ตัวอย่างปัญหา 4-2 การเลือกการลงทุนในกองทุน	128

4.7	บทสรุปของวิธีกระบวนการวิเคราะห์เชิงลำดับชั้น (AHP)	135
4.8	การประยุกต์ใช้งาน AHP ในกรณีศึกษาจริง	136
	กรณีศึกษา ข	139
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4	143
บทที่ 5	วิธีการวิเคราะห์แบบล้อมกรอบข้อมูล (DEA)	147
5.1	แบบจำลองโมเดล DEA แบบ CCR	149
5.2	แบบจำลองโมเดล DEA แบบ BCC	168
5.3	บทสรุปของวิธีการวิเคราะห์แบบล้อมกรอบข้อมูล (DEA)	178
5.4	การประยุกต์ใช้งาน DEA ในกรณีศึกษาจริง	179
	กรณีศึกษา ค	182
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5	185
บทที่ 6	วิธีเทคนิคเรียงลำดับตามอุดมคติ (TOPSIS)	187
6.1	ตัวอย่างปัญหาการเลือกซื้อรถยนต์โดยใช้ TOPSIS	192
6.2	การหาคำตอบปัญหาของ TOPSIS ด้วยโปรแกรม Excel	201
6.3	บทสรุปของวิธีเทคนิคเรียงลำดับตามอุดมคติ (TOPSIS)	207
6.4	การประยุกต์ใช้งาน TOPSIS ในกรณีศึกษาจริง	209
	กรณีศึกษา ง	211
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6	215
บทที่ 7	วิธีเทคนิคการกระจายหน้าที่เชิงคุณภาพ (QFD)	219
7.1	การสร้างบ้านคุณภาพ	221
7.2	ตัวอย่างปัญหาการวิเคราะห์ผลิตภัณฑ์หลอดยาสีฟันด้วย QFD	233
7.3	บทสรุปของวิธีเทคนิคการกระจายหน้าที่เชิงคุณภาพ (QFD)	245
7.4	การประยุกต์ใช้งาน QFD ในกรณีศึกษาจริง	246
	กรณีศึกษา จ	249
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7	253
บทที่ 8	การทำการตัดสินใจกรณีมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง	255
8.1	ปัจจัยสำหรับการวิเคราะห์ความไม่แน่นอน	258
8.2	เทคนิคแผนภูมิการตัดสินใจต้นไม้	272
8.3	บทสรุปของการทำการตัดสินใจกรณีมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง	287
8.4	การประยุกต์ใช้การตัดสินใจกรณีมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง	288
	ในกรณีศึกษาจริง	

กรณีศึกษา ฉ	289
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 8	292
บทที่ 9 การหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับ 2 เป้าหมาย	297
9.1 ปัญหาการหาคำตอบที่ดีที่สุดแบบ 2 ฟังก์ชันเป้าหมาย	301
9.2 การวิเคราะห์ Pareto Frontier แบบ non-preemptive	316
9.3 บทสรุปของการหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับ 2 เป้าหมาย	337
9.4 การประยุกต์ใช้การหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับ 2 ฟังก์ชันเป้าหมาย ในกรณีศึกษาจริง	338
กรณีศึกษา ช	340
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 9	343
บทที่ 10 การหาคำตอบจากโปรแกรมเป้าหมาย (GP)	349
10.1 การสร้างปัญหาโปรแกรมเป้าหมาย	350
10.2 การแก้ปัญหโปรแกรมเป้าหมายโดยใช้วิธี non-preemptive	354
10.3 การแก้ปัญหโปรแกรมเป้าหมายโดยใช้วิธี preemptive	364
10.4 บทสรุปของการหาคำตอบจากโปรแกรมเป้าหมาย (GP)	374
10.5 การประยุกต์ใช้การหาคำตอบจากโปรแกรมเป้าหมาย (GP) ในกรณีศึกษาจริง	375
กรณีศึกษา ซ	377
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 10	380
บรรณานุกรม	385
ประวัติผู้เขียน	399



บทนำเรื่องการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย

Introduction for Multi-Criteria Decision Making

การวิจัยดำเนินงานและการทำการตัดสินใจ

ศาสตร์ด้านการวิจัยการดำเนินงาน (หรือ operations research - OR) เป็นสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องมือในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ขั้นสูงเพื่อช่วยในการตัดสินใจที่ดีขึ้น ซึ่งตามปกติแล้ว OR ถูกพิจารณาเป็นสาขาวิชาหนึ่งภายใต้การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ (applied mathematics) โดยที่ OR ถูกเรียกด้วยชื่อต่าง ๆ กัน เช่น วิทยาศาสตร์การจัดการ (management science - MS) และวิทยาศาสตร์การตัดสินใจ (decision science - DS) เป็นต้น ในขณะที่เดียวกันทำการตัดสินใจ (decision making) เกี่ยวข้องกับการพิจารณาทางเลือก (alternative) หรือตัวแปร (decision variable) ที่ดีที่สุด โดยมีความเกี่ยวข้องกับหลาย ๆ ปัจจัย (multiple criteria) ที่ต้องพิจารณาพร้อม ๆ กัน ภายใต้เงื่อนไขที่ วัตถุประสงค์ และเป้าหมายต่าง ๆ มีความขัดแย้งกัน ซึ่งถูกเรียกรวมว่าเป็นการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย (multi-criteria decision making - MCDM) ทั้งนี้มีชื่อเรียกที่คล้ายกัน

เช่น multi-attribute decision making - MADM หรือ multi-criteria mathematical programming (MCMP) เป็นต้น

ทั้งนี้ปัญหา MCDM ถูกแบ่งเป็น 2 ประเภทหลัก คือ ปัญหาแบบทำการเลือก (selection problem) หรือปัญหาแบบการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (mathematical programming problem) โดยในขณะที่ปัญหาแบบทำการเลือกที่มีหลายปัจจัย (multi-criteria selection problem - MCSP) เกี่ยวข้องกับการเลือกคำตอบที่ดีที่สุดจากทางเลือกที่มีหรือที่สนใจ ซึ่งมีข้อมูลของทางเลือกที่สนใจอยู่แล้ว (เรียกว่าแบบ know a priori) ดังนั้น เครื่องมือทาง MCDM ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแบบ MCSP ช่วยในการวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบหรือทางเลือกที่ดีที่สุด ทั้งนี้บางครั้งพบว่ามีกรเรียกปัญหาแบบ MCSP ว่าเป็นแบบ MADM ด้วยเช่นกัน โดยมีการสร้างปัญหาในลักษณะที่เป็นตารางเมทริกซ์ผลตอบแทน (payoff matrix) ในทางตรงกันข้าม ปัญหาแบบการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่มีหลายปัจจัย (multi-criteria mathematical programming - MCMP) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทางเลือกที่มีจำนวนมากหรือไม่จำกัด โดยที่ไม่มีข้อมูลที่แน่ชัดเกี่ยวกับทางเลือกหรือตัวแปรเหล่านั้นที่เป็นไปได้ทั้งหมด (เรียกว่าแบบ not known a priori) โดยปัญหาแบบ MCMP อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรที่สนใจหลายตัว ซึ่งเกี่ยวข้องกับข้อจำกัดต่าง ๆ (constraints) และฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) ที่สนใจ ดังนั้น เครื่องมือทาง MCDM ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแบบ MCMP ช่วยในการวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด ทั้งนี้พบว่ามีกรเรียกปัญหาแบบนี้ว่าการทำการตัดสินใจสำหรับหลายวัตถุประสงค์ (multi-objective decision making - MODM)

ลักษณะปัญหาการทำการตัดสินใจกรณีมีทางเลือกจำกัด

ปัญหาในชีวิตประจำวันรวมถึงปัญหาทางวิศวกรรมต่าง ๆ ทั้งในและนอกโรงงาน และทั้งในระดับการตัดสินใจของพนักงานและของหัวหน้างาน มีความสลับซับซ้อนในสเกลที่แตกต่างกัน และในรูปแบบของปัญหาต่าง ๆ มากมาย ที่สามารถจัดอยู่ในหมวดหมู่ปัญหาของการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยแบบทางเลือกจำกัด เช่น ปัญหาทางการดำเนินการธุรกิจเกี่ยวข้องกับการเลือกซื้อเครื่องจักร การเลือกผู้ผลิต (supplier) การเลือกที่ตั้งโรงงาน และการเลือกแผนการลงทุนและพัฒนา เป็นต้น ซึ่งต้องทำการพิจารณาปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น เรื่องของราคา คุณภาพ เวลา และอื่น ๆ นอกจากนี้ ปัญหาทางด้านการลงทุนทางการเงินสามารถถูกมองเป็นปัญหาการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยเช่นเดียวกัน เช่น การเลือกซื้อหน่วยลงทุนที่หลากหลาย ทั้งหุ้น กองทุน สหกรณ์ และอื่น ๆ ซึ่งต้องทำการพิจารณาปัจจัยต่าง ๆ ด้านราคาขาย ค่าเฉลี่ยผลตอบแทน ความเสี่ยง และอื่น ๆ เป็นต้น เป็นที่แน่ชัดว่านอกจากปัญหาทางด้านวิศวกรรมและปัญหาการบริหารจัดการต่าง ๆ ปัญหาในชีวิตประจำวันต่าง ๆ สามารถถูกมองเป็นการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยได้เช่นเดียวกัน เช่น ปัญหาการเลือกซื้อรถ การเลือกสถานที่ทำงาน การเลือกมหาวิทยาลัยเพื่อเข้าเรียน การเลือกโครงการบ้านจัดสรร การ



เลือกคู่ชีวิต และอื่น ๆ ดังแสดงในตารางที่ 1 ซึ่งแสดงรูปแบบปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย ลักษณะของทางเลือกที่เป็นไปได้ในกรณีที่ทางเลือกมีจำกัด และลักษณะของปัจจัยต่าง ๆ ที่มักมีความขัดแย้งกันและถูกนำมาพิจารณาพร้อม ๆ กัน ในการทำการตัดสินใจ สังเกตว่าปัญหาในลักษณะนี้มีลักษณะที่มีทางเลือกจำกัดโดยไม่มีสมการข้อจำกัดชัดเจน

ตารางที่ 1-1 ปัญหา ทางเลือก และปัจจัยต่าง ๆ ในกรณีทางเลือกจำกัด

ปัญหา	ทางเลือก	ปัจจัย
การเลือกมหาวิทยาลัยเพื่อเข้าเรียน	รายชื่อมหาวิทยาลัยที่พิจารณา เช่น - มหาวิทยาลัยมหิดล - มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี - มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี - จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย - มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์	- ระยะทางในการเดินทาง - ชื่อเสียงของมหาวิทยาลัย - ค่าใช้จ่าย - ชื่อเสียงของอาจารย์ - อัตราการรับเข้า - อัตราการได้งานทำ
การเลือกสถานที่ตั้งโรงงาน	รายชื่อสถานที่ในแต่ละอำเภอ	- เส้นทางคมนาคม - ค่าใช้จ่ายการซื้อที่ดิน - สิ่งแวดล้อม - ระยะทางระหว่างโรงงานกับผู้ผลิต - แหล่งแรงงาน
การเลือกหัวข้องานวิจัย	รายชื่อหัวข้องานวิจัยที่สนใจ	- ค่าใช้จ่ายในการทำวิจัย - ความน่าสนใจ - ระยะเวลาที่ใช้ - แหล่งเงินทุน
การเลือกบริษัทเข้าทำงาน	รายชื่อบริษัทที่สนใจ	- เงินเดือน - สวัสดิการ - ระยะทางการเดินทาง - ความสนใจส่วนตัว - ชื่อเสียงของบริษัท



ลักษณะปัญหาการทำการตัดสินใจกรณีมีทางเลือกไม่จำกัด

นอกจากปัญหาที่เกี่ยวข้องกรณีที่ทางเลือกไม่จำกัดแล้ว ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกรณีที่ทางเลือกไม่จำกัดเองมีหลากหลายเช่นกัน โดยสังเกตว่าปัญหาเหล่านี้มีลักษณะที่มีทางเลือกไม่จำกัดแต่มีสมการข้อจำกัดชัดเจน เช่น ปัญหาการวางแผนการผลิตซึ่งเกี่ยวข้องกับการหาคำตอบที่ดีที่สุดในการผลิตสินค้าแต่ละประเภทว่าควรเป็นเท่าไร โดยที่จำนวนสินค้าที่สั่งผลิตเป็นเท่าไรก็ได้ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ จึงถูกเรียกว่าทางเลือกไม่จำกัด โดยขึ้นอยู่กับข้อจำกัดต่าง ๆ โดยวัตถุประสงค์ของการผลิตมีหลากหลายที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าไรที่สุด การลดต้นทุนให้มากที่สุด การกระจายภาระงานระหว่างเครื่องจักรให้มากที่สุด เป็นต้น นอกจากนี้ ปัญหาการจัดการขนส่งสามารถถูกมองให้เป็นปัญหาที่มีทางเลือกไม่จำกัดได้ เพราะปริมาณที่ใช้ขนส่งสามารถเป็นเท่าไรก็ได้ที่มากกว่าศูนย์ ภายใต้ข้อจำกัดต่าง ๆ เช่น เรื่องของขนาดรถที่นำมาใช้ โดยมีหลายวัตถุประสงค์ เช่น ต้องการให้ระยะทางในการขนส่งน้อยที่สุด ต้องการให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดน้อยที่สุด ในขณะเดียวกันต้องการให้การบรรจุสินค้าในแต่ละรถบรรทุกมากที่สุด เป็นต้น

คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย

คำศัพท์ (terminology) ที่เกี่ยวข้องกับการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยแสดงรายละเอียดได้ดังนี้ ทั้งนี้คำศัพท์เหล่านี้มีความหมายเฉพาะตัวและบางครั้งสามารถใช้แทนกันได้

- ทางเลือก (alternative) คือ ตัวแปรที่สนใจที่เป็นไปได้ ซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องการหาว่าตัวแปรหรือทางเลือกที่ดีที่สุดคืออะไร เช่น รถประเภทต่าง ๆ มหาวิทยาลัยหลาย ๆ แห่ง ร้านอาหารหลาย ๆ ร้าน หรือโครงการแผนการลงทุนต่าง ๆ ซึ่งแบ่งได้เป็นอีก 2 ส่วนคือแบบจำกัด (discrete) และแบบไม่จำกัด (infinite) โดยตัวอย่างของทางเลือกจำกัด (discrete alternative) เช่น การพิจารณาซื้อรถอะไรดี โดยมีตัวเลือก 4-5 ยี่ห้อที่ต้องการซื้อ เป็นต้น ในขณะที่ตัวอย่างของทางเลือกไม่จำกัด (infinite alternative) เช่น ผลิตเท่าไรให้กำไรสูงสุด ซึ่งมีแผนการผลิตนับไม่ถ้วน

- ตัวแปรตัดสินใจ (decision variable) คือ สิ่งที่น่าสนใจ โดยถูกนำมาใช้เพื่อแทนกรณีที่ทางเลือกที่น่าสนใจไม่จำกัดหรือไม่รู้มาก่อน (infinite alternative) ซึ่งพบได้ในปัญหาการหาคำตอบที่ดีที่สุด (optimization) ในการวิจัยการดำเนินงาน

- ผู้ตัดสินใจ (decision maker) คือ ผู้มีส่วนได้ส่วนเสีย (stakeholders) กับปัญหานั้น ๆ โดยอาจเป็นพนักงาน หัวหน้างาน ผู้ใช้งานโดยตรง ผู้ได้รับผลกระทบ หรือผู้กำหนดนโยบายในการใช้งาน เป็นต้น

- คุณลักษณะ (attribute) คือ ลักษณะของทางเลือกที่สนใจ เช่น หากทางเลือกคือรถยนต์ คุณลักษณะของรถยนต์เกี่ยวข้องกับ ราคา สีรถ ขนาดของรถยนต์ อัตราการกินน้ำมัน เป็นต้น



- **ปัจจัย (criteria)** คือ ลักษณะของปัจจัยที่ใช้เลือกทางเลือกใด ๆ ซึ่งวัดผลได้ โดยสามารถเข้าใจได้ว่าปัจจัย หรือ criteria คือการนำมาใช้อธิบายคุณลักษณะ หรือ attribute อีกทีในเชิงตัวเลขต่อ โดยแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ แบบปัจจัยจริง (true) และแบบปัจจัยแทน (surrogate) โดยตัวอย่างของปัจจัยจริง (true criteria) เช่น ราคาของรถยนต์ที่มีหน่วยวัดเป็นบาท ซึ่งสามารถวัดผลของราคาได้โดยตรงโดยใช้เงินสกุลบาท ส่วนปัจจัยแทน (surrogate criteria) เช่น การวัดความสะดวกสบายในการนั่งรถยนต์วัดได้ยาก ซึ่งแต่ละคนสามารถตีความได้ต่างกัน ดังนั้นจึงต้องหาค่าจำกัดความเพื่อมาใช้แทน ‘ความสะดวกสบายในการนั่งรถยนต์’ เช่น ใช้พื้นที่ที่ว่างในการวางขา หรือใช้พื้นที่ระหว่างศีรษะกับหลังคารถ เพื่อมาเป็นตัววัดที่วัดได้เพื่อแทน ‘ความสะดวกสบายในการนั่งรถยนต์’ เป็นต้น
- **วัตถุประสงค์ (objective)** คือ สิ่งที่ต้องการของปัญหาหนึ่ง ๆ ซึ่งพบได้ในปัญหาการหาคำตอบที่ดีที่สุด (optimization problem) เช่น วัตถุประสงค์ให้การกินน้ำมันของรถยนต์น้อยที่สุด (ปัญหา minimization) หรือวัตถุประสงค์ให้รถยนต์ขับได้ไกลมากที่สุด (ปัญหา maximization) เป็นต้น
- **เป้าหมาย (goal)** คือ วัตถุประสงค์หรือเป้าหมาย (target) ที่เป็นตัวเลข เช่น เป้าหมายคือราคาค่าใช้จ่ายเฉลี่ยอยู่ที่ 10,000 บาท เป้าหมายคือการกินน้ำมันเฉลี่ยอยู่ที่ไม่เกิน 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยลักษณะของเป้าหมายแบบ goal นี้ ไม่ได้เป็นในลักษณะที่ต้องการคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) ในลักษณะของปัญหาที่เป็น maximization หรือ minimization แต่เป็นการหาคำตอบที่ได้ตามที่ต้องการมากที่สุดในเรื่องที่สนใจหรือมองว่าดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ใด ๆ หรือตามนโยบายที่มี เป็นต้น

อธิบายเนื้อหาในหนังสือ

เครื่องมือต่าง ๆ ที่สามารถนำมาใช้เพื่อคำนวณแก้ปัญหาการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยมีหลากหลาย ซึ่งมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันไป โดยในส่วนแรกของหนังสือเป็นเครื่องมือที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการทำการตัดสินใจกรณีมีทางเลือกจำกัดและไม่มีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง คือ เทคนิคการประมาณค่าและการจัดอันดับแบบต่าง ๆ วิธีการระบุนการวิเคราะห์ตามลำดับชั้น (analytic hierarchy process - AHP) วิธีการวิเคราะห์แบบล้อมกรอบข้อมูล (data envelopment analysis - DEA) วิธีเทคนิคเรียงลำดับตามอุดมคติ (technique for order preference by similarity to the ideal solution - TOPSIS) และวิธีการกระจายหน้าที่เชิงคุณภาพ (quality deployment function - QFD) จากนั้นในส่วนที่สองของหนังสือเป็นการแนะนำเครื่องมืออื่น ๆ เพื่อการทำการตัดสินใจกรณีมีทางเลือกไม่จำกัดและความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง (uncertainty) โดยอธิบายถึงวิธีการเลือกใช้ปัจจัยสำหรับความไม่แน่นอนและเทคนิคแผนภูมิการตัดสินใจต้นไม้ (decision tree) นอกจากนี้ ในส่วนที่สามของหนังสือเกี่ยวข้องกับเครื่องมือเพื่อการทำการตัดสินใจกรณีมีทางเลือกไม่จำกัดและไม่มีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง นั่นคือการหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับ 2 เป้าหมาย (bi-objective optimization) และการหาคำตอบจากโปรแกรมเป้าหมาย (goal programming - GP)

ทั้งนี้เนื้อหาในแบบเรียนนี้เป็นการอธิบายทฤษฎีเบื้องต้นและแสดงตัวอย่างโดยละเอียด โดยผู้ที่สนใจสามารถศึกษาเนื้อหาเชิงลึกเพิ่มเติมจากหนังสือที่เกี่ยวข้อง เช่น จาก Taha (2003); Winston และ Goldberg (2004); Masud และ Ravindran (2008); Velasquez และ Hester (2013); และ Ravindran (2016) เป็นต้น

การประยุกต์ใช้งาน MCDM ในกรณีศึกษาจริง

เครื่องมือการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย (MCDM) ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในกรณีศึกษาจริงมากมายในวรรณกรรมวิจัยในหัวข้อที่แตกต่างกัน ดังแสดงตัวอย่างกรณีศึกษาที่พบได้ในตารางที่ 1-2 โดยแสดงรายละเอียดตัวอย่างของกรณีศึกษาต่าง ๆ ในงานวิจัยที่มีการประยุกต์ใช้เครื่องมือที่แตกต่างกันไปตามแต่ละบทในหนังสือเล่มนี้

ตารางที่ 1-2 ตัวอย่างกรณีศึกษาต่าง ๆ ของเครื่องมือการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัยทั่วไป

เครื่องมือ	นักวิจัย
เทคนิคการประมาณค่าและการจัดอันดับ (บทที่ 3)	จิราพร บุษภาพ และคณะ (2561); ศิวพร สุกสี และคณะ (2561); กสิณ รังสิกรรพุม (2562); กสิณ รังสิกรรพุม (2563); Ransikarbum และ Mason (2016a, 2016b); Qiu และคณะ (2016); Ponatong และคณะ (2018); Ransikarbum และคณะ (2020);
วิธีกระบวนการวิเคราะห์เชิงลำดับชั้น (AHP) (บทที่ 4)	มนัสชนก บริสุทธิญาณิ และบุษบา พุกษาพันธุ์รัตน์ (2559); กสิณ รังสิกรรพุม และนัมฮุน คิม (2560); ดวงดาว โหมตวัฒนะ และคณะ (2560); วัลลภา ศรีทองพิมพ์ และคณะ (2560); กสิณ รังสิกรรพุม (2563); ชาญณรงค์ ภูงคงวาริน และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); Kengpol และ Tuammee (2016); Chaiyaphan และ Ransikarbum (2020)
วิธีการวิเคราะห์แบบล้อมกรอบข้อมูล (DEA) (บทที่ 5)	พิชามญช์ ธนโรจน์วานิชกุล และอัครนันท์ คิตสม (2560); กิตติ วิเศษลา และคณะ (2561); จิราพร บุษภาพ และคณะ (2561); สุริยา สมนึก และคณะ (2561); กิตติ วิเศษลา และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); นิรุทธิ์ วัฒนะแสง และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); วัฒนา จันทะโคตร และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); Kengpol และ Tuammee (2016); Ransikarbum และคณะ (2019)



ตารางที่ 1-2 (ต่อ)

เครื่องมือ	นักวิจัย
เทคนิคเรียงลำดับตามอุดมคติ (TOPSIS) (บทที่ 6)	ธนพล เขียวพุ่มพวง และจันทร์จิรา พยัคฆ์เทศ (2559); กวินภพ ศรีพัฒนานุศาสตร์ และปณิทัศน์ สุริยธนาภาส (2560); ปัทมา บุตรศรี และคณะ (2560); กิตติ วิเศษลา และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); วัฒนา จันทะโคตร และกสิณ รังสิกรรพุม (2563); พีระพัฒน์ คำหงส์ และกสิณ รังสิกรรพุม (2564)
วิธีการกระจายหน้าที่เชิงคุณภาพ (QFD) (บทที่ 7)	เกียรติวิทย์ สมทอง และนลิน เพียรทอง (2559); ถนัดกิจ ศรีโชค และคณะ (2560); พัฒนา ปะทะกิจ และอัมพิกา ไกรฤทธิ์ (2560); ลลิตธร มะระกานนท์ (2560); ศันสนีย์ เลี้ยงพานิชย์ และคณะ (2560); สุรสิทธิ์ ระวังวงศ์ และคณะ (2563); ธยา ภิรมย์ และคณะ (2563)
การทำการตัดสินใจกรณีมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้อง (บทที่ 8)	Hamali และคณะ (2016); Ransikarbum และ Mason (2016a, 2016b); Ransikarbum และคณะ (2017); Van der Pol และคณะ (2017); Xidonas และคณะ (2017)
การหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับสองเป้าหมาย (บทที่ 9)	ศักรธร บุญทวีวัฒน์ (2559); พฤตพงศ์ เพ็งศิริ และคณะ (2563); Ransikarbum และ Mason (2016); Ransikarbum และคณะ (2017); Margolis และคณะ (2018); Ransikarbum และคณะ (2020)
การหาคำตอบจากโปรแกรมเชิงเป้าหมาย (GP) (บทที่ 10)	นิธิเดช คูหาทองสัมฤทธิ์ (2560); ปรางประเสริฐ น้อยสังข์ และชุมพล มณฑาทิพย์กุล (2560); กนกพร ศรีปฐมสวัสดิ์ (2562); Ighravwe และคณะ (2560); Ransikarbum และ Mason (2016)

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1

1. ให้อธิบายถึงปัญหาที่มีอยู่รอบตัวในจังหวัด ในประเทศไทย หรือในระดับประเทศ ที่คิดว่าสามารถนำเครื่องมือสำหรับการตัดสินใจกรณีที่มีหลายปัจจัย (MCDM) ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ในกรณีหน้ากระดาษ A4 ให้ระบุว่า

- ปัญหาคืออะไร มีความสำคัญอย่างไร
- ปัจจุบันมีการพยายามแก้ปัญหาบ้างหรือไม่ ทางเลือกที่เลือกใช้คืออะไร แล้วนักศึกษาเห็นด้วยกับทางเลือกที่ใช้อยู่หรือไม่
- มีทางเลือกอื่น ๆ ในการแก้ปัญหานี้หรือไม่
- มีปัจจัยอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้

2. ให้กำหนดทางเลือกและปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาด้านล่าง

- การเลือกซื้อโทรศัพท์มือถือ
- การเลือกซื้อบ้าน
- การเลือกคู่ชีวิต
- การเลือกหอพัก
- การเลือกพรรคการเมือง
- การเลือกซื้อรถจักรยานยนต์
- การเลือกร้านอาหาร
- การเลือกคณะที่ต้องการเรียน
- การเลือกภาพยนตร์
- การเลือกทางเลือกในการเดินทางกลับบ้าน
- การเลือกเครื่องจักร
- การเลือกบริษัทเข้าทำงาน
- การเลือกหนังสืออ่านเล่น
- การเลือกไปห้างสรรพสินค้า
- การเลือกสถานที่ท่องเที่ยว
- การเลือกพักโรงแรม





ความรู้พื้นฐานในหนังสือ

Basic Knowledge

2.1 ความรู้พื้นฐานเรื่องโปรแกรมเชิงเส้นตรง

เครื่องมือหลาย ๆ ตัวที่เกี่ยวกับการทำการตัดสินใจแบบหลายปัจจัย (multi-criteria decision making - MCDM) เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องโปรแกรมเชิงเส้นตรง (linear programming - LP) ทั้งนี้คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีดังนี้

- ตัวแปร (decision variable - DV) คือ ตัวแปรการตัดสินใจ มักถูกแทนด้วย x ซึ่งเป็นสิ่งแรกในการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่ควรหาว่าต้องการหาคำตอบของอะไร เช่น จำนวนที่ต้องการผลิต จำนวนสินค้าที่ขนส่ง จำนวนชั่วโมงที่ใช้ เป็นต้น
- ฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) คือ สิ่งที่ต้องการรู้ตามมาว่าวัตถุประสงค์ของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงคืออะไร มักถูกแทนด้วย Z หรือ $f(x)$ เพื่อแทนฟังก์ชันที่ขึ้นกับค่าของตัวแปร x โดยคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) อาจอยู่ในรูปแบบของยิ่งมกยิ่งดี (maximization) ในลักษณะ

ของผลกำไร (profit) หรือยิ่งน้อยยิ่งดี (minimization) ในลักษณะของต้นทุนค่าใช้จ่าย (cost) โดยสังเกตว่าฟังก์ชันเป้าหมายไม่ได้อยู่ในรูปของสมการ

- สมการข้อจำกัด (constraints) คือ ข้อจำกัดหรือความต้องการที่ถูกนำมาแปลงเป็นรูปแบบของสมการ (เท่ากับ =) หรือสมการ ($>$ หรือ $<$) ทางคณิตศาสตร์ โดยมักเขียนในรูปที่ฝั่งขวามือของสมการเป็นการคำนวณที่ขึ้นกับตัวแปร ส่วนฝั่งซ้ายมือของสมการเป็นตัวเลขที่แสดงถึงขีดจำกัดหรือความต้องการ

- พารามิเตอร์ (parameter) คือ ตัวเลขที่รู้ค่าอยู่แล้ว โดยส่วนใหญ่เป็นค่าคงที่ที่ให้มาในปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง เช่น จากการเก็บข้อมูลราคาขายต่อชิ้นงาน ค่าใช้จ่ายต่อคน จำนวนชั่วโมงแรงงานที่มีหรือจำนวนวัตถุดิบที่มี เป็นต้น ทั้งนี้พารามิเตอร์สามารถแบ่งย่อยได้เป็นหลายส่วน นั่นคือ 1) พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเป้าหมาย ในลักษณะของค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function coefficient) เช่น ราคาต่อชิ้นงานโดยชิ้นงานคือตัวแปร ระยะทางต่อเส้นทางโดยเส้นทางคือตัวแปร เป็นต้น 2) พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการข้อจำกัด ในลักษณะของค่าสัมประสิทธิ์ทางเทคนิค (technological coefficient) เช่น สำหรับสมการข้อจำกัดทางด้านแรงงานช่างไม้มีจำนวนชั่วโมงแรงงานที่ใช้ต่อจำนวนการผลิตชิ้นหนึ่ง ๆ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ทางเทคนิค และ 3) พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการข้อจำกัด ในลักษณะของเลขทางขวามือของสมการ (right-hand side - RHS) เช่น จำนวนแรงงานช่างไม้ทั้งหมดที่มีหรือนำมาพิจารณา

- ข้อกำหนดทางเครื่องหมาย (sign restriction) คือ ข้อกำหนดที่ระบุว่าตัวแปรใด ๆ ที่สนใจในโปรแกรมเชิงเส้นตรงไม่มีค่าเป็นลบ (negative) หรือควรอยู่ในช่วงระหว่างค่าใด ๆ ที่ไม่เป็นลบ โดยมักเขียนในรูปของตัวแปร ≥ 0 มีชื่อเรียกอื่น ๆ เช่น สมการข้อจำกัดที่ตัวแปรมีค่าไม่เป็นลบ (non-negativity constraint)

สังเกตว่าปัญหาทางโปรแกรมเชิงเส้นตรงส่วนใหญ่ที่มีการเรียนการสอนในวิชาการวิจัยการดำเนินงาน อยู่ในรูปที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเดียว (single objective function) โดยสาเหตุที่เรียกการสร้างปัญหาการตัดสินใจในลักษณะนี้ว่าเป็นโมเดลโปรแกรมเชิงเส้นตรง (LP) เพราะ 2 สาเหตุหลัก คือ 1) ฟังก์ชันเป้าหมายที่ถูกสร้างขึ้นอยู่ในรูปของฟังก์ชันเส้นตรง (linear function) และสมการข้อจำกัดอยู่ในรูปของสมการหรือสมการเชิงเส้นตรง (linear equation)

หลังจากที่มีการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์แบบโปรแกรมเชิงเส้นแล้ว สามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการกราฟ (graphical method) สองแกนสำหรับในกรณีที่มีสองตัวแปร หรือใช้วิธีตาราง simplex สำหรับกรณีที่ตัวแปรมีหลายตัว ซึ่งโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่สำหรับหาคำตอบโปรแกรมเชิงเส้นตรง (LP) ใช้หลักการของวิธี simplex ทั้งนี้ความรู้พื้นฐานที่อธิบายในบทนี้ เกี่ยวข้องกับกรณีที่ มีสองตัวแปรและใช้วิธีการกราฟ โดยสิ่งที่ต้องทำเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดมี 2 ขั้นตอนหลัก คือการสร้างพื้นที่ข้อจำกัด (feasible region) ซึ่งเป็นพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้จากการพิจารณาทุก ๆ สมการข้อจำกัด



รวมถึงสมการข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปรที่ค่าไม่เป็นลบ จากนั้นจึงพิจารณาจากทิศทางของฟังก์ชันเป้าหมาย เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

สมมุติฐาน (assumption) ที่เกี่ยวข้องกับ LP มี 4 ข้อหลัก ดังนี้

- สมมุติฐานการเป็นสัดส่วน (proportionality assumption) คือ ฟังก์ชันเป้าหมายเพิ่มมากขึ้นหรือน้อยลงโดยเป็นสัดส่วนที่ขึ้นกับตัวแปรตัดสินใจที่มากขึ้นหรือน้อยลง ซึ่งเป็นผลของความเป็นฟังก์ชันเส้นตรง

- สมมุติฐานการเพิ่มขึ้น (additivity assumption) คือ ผลรวมของสมการข้อจำกัดของฟังก์ชันเป้าหมายของสมการถูกนำมาพิจารณาเทียบกับฟังก์ชันเป้าหมายของสมการ ในลักษณะแบบสมการเส้นตรง

- สมมุติฐานการหาร (divisibility assumption) คือ ตัวแปรการตัดสินใจในโปรแกรมเชิงเส้นตรงเป็นเลขทศนิยมได้

- สมมุติฐานความแน่นอน (certainty assumption) คือ ค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องรู้ค่าแน่นอน

ตัวอย่างที่ 2-1 ปัญหาการผลิตแบบสองตัวแปรแบบยิ่งมกยิ่งดี (maximization)

ในปัญหาการผลิตนี้โรงงานผลิตชิ้นงาน 2 ชนิดคือชิ้นงาน A และชิ้นงาน B โดยมีข้อมูลว่าการผลิตชิ้นงาน A 1 ชิ้น แผนกขายตั้งราคาขายไว้ที่ 27 บาทต่อชิ้น ซึ่งต้องใช้วัตถุดิบคิดเป็นค่าใช้จ่ายราคา 10 บาทต่อชิ้น และมีค่าใช้จ่ายในการบริหารจัดการ 14 บาทต่อชิ้น ส่วนการผลิตชิ้นงาน B 1 ชิ้น มีราคาขายอยู่ที่ 21 บาทต่อชิ้น ค่าใช้จ่ายทางวัสดุ 9 บาทต่อชิ้น และมีค่าบริหารจัดการ 10 บาทต่อชิ้น (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลว่ามีตัวแปรสองตัวแปรและให้ข้อมูลพารามิเตอร์เกี่ยวกับฟังก์ชันเป้าหมาย) นอกจากนี้ ในกระบวนการผลิตต้องใช้ทักษะ 2 อย่างในการผลิตทั้งชิ้นงาน A และชิ้นงาน B นั่นคือการผลิตชิ้นงาน A ใช้ 1 แรงงานช่างเหล็ก 1 ชั่วโมงต่อชิ้น และใช้แรงงานช่างประกอบ 2 ชั่วโมงต่อชิ้น ในขณะที่การผลิตชิ้นงาน B ใช้แรงงานช่างเหล็ก 1 ชั่วโมงต่อชิ้น และใช้แรงงานช่างประกอบ 1 ชั่วโมงต่อชิ้น (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ทางซ้ายมือของสมการข้อจำกัด) ทั้งนี้โรงงานมีข้อมูลกำลังการผลิตทั้งหมด (capacity) คือ มีจำนวนชั่วโมงแรงงานของช่างเหล็กอยู่ที่ 800 ชั่วโมง และมีจำนวนชั่วโมงแรงงานของช่างประกอบอยู่ที่ 100 ชั่วโมง (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ทางขวามือของสมการข้อจำกัด) นอกจากนี้ แผนกการตลาดให้ข้อมูลว่าลูกค้าต้องการ (demand) ซื้อชิ้นงาน A มากสุดไม่เกิน 40 ชิ้น ส่วนชิ้นงาน B ที่ผลิตมาลูกค้ารับซื้อทั้งหมด (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลเกี่ยวกับข้อจำกัดของตัวแปรในสมการข้อจำกัด) ให้วางแผนการผลิตเพื่อให้มีกำไรสูงสุด

ดังนั้น สามารถแปลงปัญหาเชิงอธิบายให้เป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์แบบ LP ได้ โดยหาว่าตัวแปรการตัดสินใจคืออะไร ฟังก์ชันเป้าหมายคืออะไร และสามารถสร้างสมการข้อจำกัดแต่ละข้อจำกัดได้อย่างไร ดังนี้



ตัวแปร

จำนวนชิ้นงาน A ที่ผลิตแทนด้วยตัวแปรทางคณิตศาสตร์ X_1 หน่วยเป็น ชิ้นงาน

จำนวนชิ้นงาน B ที่ผลิตแทนด้วยตัวแปรทางคณิตศาสตร์ X_2 หน่วยเป็น ชิ้นงาน

ฟังก์ชันเป้าหมาย

ฟังก์ชันเป้าหมาย คือ ความต้องการให้มีกำไรสูงสุด (maximize กำไรจากการผลิต)

สมการข้อจำกัด

ข้อจำกัดเรื่องชั่วโมงที่ใช้สำหรับช่างเหล็กทั้งหมดในการการผลิต **ไม่เกิน** จำนวนชั่วโมงที่มี

ข้อจำกัดเรื่องชั่วโมงที่ใช้สำหรับช่างประกอบทั้งหมดในการการผลิต **ไม่เกิน** จำนวนชั่วโมงที่มี

ข้อจำกัดเรื่องความต้องการของลูกค้าสำหรับชิ้นงาน A **ไม่เกิน** จำนวนที่ลูกค้าต้องการซื้อ

ข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปรที่ไม่เป็นลบ

ทั้งนี้ จากประสบการณ์การสอน พบว่านักศึกษาบางส่วนมีปัญหาในการสร้างสมการข้อจำกัด ซึ่งควรสังเกตการคำนวณหน่วย (unit) ของฝั่งซ้ายมือของสมการข้อจำกัดใด ๆ และฝั่งขวามือที่ต้องเป็นหน่วยเดียวกัน นอกจากนี้ ต้องไม่ลืมสมการข้อจำกัดสำหรับตัวแปร (sign restriction) สำหรับตัวแปรในการแก้สมการด้วยกราฟ ซึ่งแสดงว่าตัวแปรที่สนใจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ นั่นคือไม่สามารถผลิตอะไรติดลบได้

ในกรณีนี้ สามารถเขียนเป็นโมเดล LP ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (สมการ (2-1)-(2-6))

$$\text{Maximize } Z = 3X_1 + 2X_2 \quad (2-1)$$

ขึ้นกับ (Subject to:)

$$2X_1 + X_2 \leq 100 \quad (\text{ข้อจำกัดชั่วโมงช่างเหล็ก}) \quad (2-2)$$

$$X_1 + X_2 \leq 80 \quad (\text{ข้อจำกัดชั่วโมงช่างประกอบ}) \quad (2-3)$$

$$X_1 \leq 40 \quad (\text{ข้อจำกัดความต้องการลูกค้า}) \quad (2-4)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (\text{ข้อจำกัดเครื่องหมายตัวแปร}) \quad (2-5)$$

$$X_2 \geq 0 \quad (\text{ข้อจำกัดเครื่องหมายตัวแปร}) \quad (2-6)$$

การหาคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) เป็นการพิจารณาฟังก์ชันเป้าหมายและสมการข้อจำกัดที่เกี่ยวข้อง โดยพิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ (feasible solution) จากพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (feasible region) ซึ่งคำตอบที่เป็นไปได้นี้คือคำตอบใด ๆ ที่เป็นจริงเมื่อพิจารณาสมการข้อจำกัด



ทุกสมการพร้อมกัน นอกจากนี้ คำตอบที่ดีที่สุดคือคำตอบที่ให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายดีที่สุดเมื่อพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาแทนคำตอบใด ๆ ในสมการข้อจำกัดทั้งหมดใน LP ว่ามีการละเมิด (violate) สมการข้อจำกัดใด ๆ หรือไม่ เช่น แทน $X_1 = 40$ และ $X_2 = 20$ ว่าอยู่ในพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้หรือไม่ โดยสมการข้อจำกัดแรก (2-2) คำนวณได้เป็น $2(40) + 20 = 100$ ซึ่งไม่เกิน 100 ดังนั้น สมการข้อจำกัดนี้เป็นจริง นอกจากนี้ เมื่อแทนในสมการข้อจำกัด (2-3) คำนวณได้เป็น $40 + 20 = 60$ ซึ่งไม่เกิน 80 และไม่ละเมิดสมการข้อจำกัดนี้ เช่นเดียวกันกับสมการข้อจำกัด (2-4) พบว่า $40 \leq 40$ เป็นจริง และเป็นจริงกับสมการข้อจำกัด (2-5) และ (2-6) ดังนั้น เรียกคำตอบที่ได้ คือ $(X_1, X_2) = (40, 20)$ ว่าเป็นคำตอบที่เป็นไปได้และอยู่ในพื้นที่ที่สมการข้อจำกัด โดยคำนวณค่าฟังก์ชันเป้าหมาย Z ได้เป็น $3(40) + 2(20) = 160$ คำถามต่อมาคือมีคำตอบใด ๆ ใน feasible region ที่ให้ค่า Z สูงกว่า 160 หรือไม่ ซึ่งถ้าพบว่าไม่มี แสดงว่าคำตอบ $(X_1, X_2) = (40, 20)$ เป็นคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) เช่นเดียวกันสามารถแทนค่าคำตอบอื่น ๆ ในโมเดลว่าอยู่ในพื้นที่ข้อจำกัดหรือไม่ และถ้าอยู่ เป็นคำตอบที่ดีที่สุดหรือไม่ เช่น แทนค่า $(X_1, X_2) = (15, 70)$ หรือ $(X_1, X_2) = (40, -30)$ หรือ $(X_1, X_2) = (20, 60)$ เป็นต้น ทั้งนี้วิธีการแทนค่าไปเรื่อย ๆ แบบนี้เรียกว่าวิธีการนับแบบ enumeration ซึ่งสังเกตว่าคำตอบที่เป็นไปได้นั้นไม่ถ้วน โดยในภายหลังสามารถวิเคราะห์ได้ว่าไม่จำเป็นต้องนับทุก ๆ ค่า แต่วิเคราะห์จากบางส่วนได้

วิธีการในการหาคำตอบสำหรับตัวอย่างที่ 2-1

การแทนค่าคำตอบของตัวแปรไปเรื่อย ๆ เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดใช้เวลาและอาจหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ยาก ซึ่งสามารถแก้ปัญหานี้ได้ด้วยวิธีการ (graphical method) ซึ่งใช้ได้กับกรณีปัญหาสองตัวแปร ซึ่งมีขั้นตอนอธิบายได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 : วาดกราฟตัวแปร โดยแกน X แทนตัวแปรแรก (X_1) และแกน Y แทนตัวแปรที่สอง (X_2)

ขั้นตอนที่ 2 : ใช้ทุกสมการข้อจำกัดในการวาดพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (feasible region)

- ขั้นตอนที่ 2.1 : ในแต่ละสมการข้อจำกัด ให้เปลี่ยนเป็นเครื่องหมายเท่ากับ (=)
- ขั้นตอนที่ 2.2 : หาจุดตัดกราฟของแกน X โดยแทนค่า $X_2 = 0$ เพื่อหาค่า X_1 เป็นเท่าไร
- ขั้นตอนที่ 2.3 : หาจุดตัดกราฟของแกน Y โดยแทนค่า $X_1 = 0$ เพื่อหาค่า X_2 เป็นเท่าไร
- ขั้นตอนที่ 2.4 : วาดเส้นสมการบนแกน X - Y จากจุดตัดกราฟที่ได้
- ขั้นตอนที่ 2.5 : หาทิศทางเส้นสมการ โดยแทนเครื่องหมายจริงของสมการข้อจำกัด แล้วใช้จุดกำเนิด $(0, 0)$ ในการพิจารณาว่าพื้นที่ฝั่งไหนในกราฟของสมการเป็นจริง ซึ่งเป็นการเปลี่ยนจากเส้นตรงเป็นพื้นที่ (region)
- ขั้นตอนที่ 2.6 : กลับไปที่ขั้นตอน 2.1-2.5 จนครบทุกสมการข้อจำกัด



ขั้นตอนที่ 3 : หาจุดมุม (เรียกว่า extreme point หรือ corner point) ของพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (feasible region) ที่ได้ ซึ่งได้มีการพิสูจน์แล้วว่าเนื่องจากพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้เป็นเซตคอนเวกซ์ (convex set) ดังนั้น คำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) อยู่ที่จุดมุมใดจุดมุมหนึ่ง นั่นคือคำตอบที่ดีที่สุดไม่ได้อยู่ภายในพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (หมายเหตุ : การพิสูจน์นี้เป็นประโยชน์มากเพราะช่วยให้ลดการคำนวณแบบการนับ (enumeration) ไปได้ เหลือเพียงการพิจารณาจุดมุมทุกจุดว่าคำตอบที่ดีที่สุดอยู่ตรงจุดไหนเท่านั้น)

ขั้นตอนที่ 4 : วาดเส้นฟังก์ชันเป้าหมาย (iso line) โดยเรียกว่าเส้น isoprofit สำหรับปัญหา maximization หรือเส้น isocost สำหรับปัญหา minimization ดังนี้

- ขั้นตอนที่ 4.1 : เลือกค่า Z ใด ๆ ที่เกิดจากการคำนวณของ (X_1, X_2) ที่อยู่ในพื้นที่ข้อจำกัดที่ได้ ซึ่งเป็นการเปลี่ยนค่าฟังก์ชันเป้าหมายในรูปสมการ
- ขั้นตอนที่ 4.2 : แทนค่าเพื่อหาจุดตัดกราฟแกน X โดยแทนค่า $X_2 = 0$ เพื่อหาค่า X_1 เป็นเท่าไร
- ขั้นตอนที่ 4.3 : แทนค่าเพื่อหาจุดตัดกราฟแกน Y โดยแทนค่า $X_1 = 0$ เพื่อหาค่า X_2 เป็นเท่าไร
- ขั้นตอนที่ 4.4 : วาดเส้น iso บนกราฟ

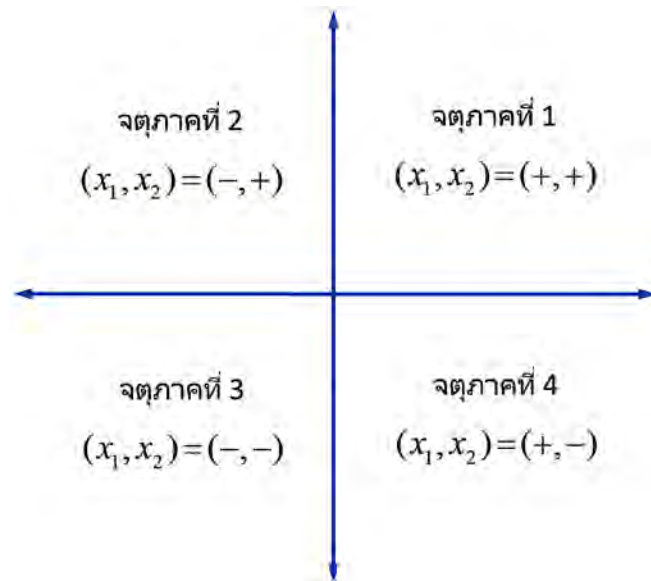
ขั้นตอนที่ 5 : จากเส้นตรงของสมการเป้าหมายที่ได้ หาทิศทางในการปรับปรุงค่า Z โดยพิจารณาจากจุดกำเนิด $(0, 0)$ ว่าเส้น iso ควรถูกเลื่อน (slide) ไปในทิศทางเข้าหาจุดกำเนิดหรือออกจากจุดกำเนิดแล้วทำให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายดีขึ้น ในกรณี maximization หรือ minimization ซึ่งไปติดกับขอบของ feasible region ที่จุดมุมจุดใดจุดหนึ่ง เรียกจุดนั้นว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

ขั้นตอนที่ 6 : พิจารณาจุดมุมที่ได้ว่าเกิดจากสมการข้อจำกัดสองสมการไหน เรียกทั้งสองสมการว่าเป็น binding constraints (จุดมูมอยู่บนทั้งสองสมการ มีเครื่องหมายเป็นเท่ากับ (=)) โดยแทนค่าสองสมการจับเท่ากันในลักษณะของสองตัวแปรสองสมการเพื่อหาค่า X_1, X_2 ที่ดีที่สุดแทนด้วย X^*, X_2^* จากนั้นนำค่า X^*, X_2^* แทนในฟังก์ชันเป้าหมายเพื่อหาค่า Z ที่ดีที่สุด เรียกว่า Z^*

สาเหตุที่การเลื่อน (slide) เส้น iso ของฟังก์ชันเป้าหมายไปในทิศทางที่ปรับปรุงค่า Z แล้วพบคำตอบที่ดีที่สุด เป็นเพราะการเลื่อนแต่ละครั้งคือการเปลี่ยนเส้นสมการเป้าหมายในลักษณะที่ขนานกันไปเรื่อย ๆ หรือความชันเท่ากันจนพบค่าคำตอบที่ดีที่สุด เช่น จากสูตรความชัน $Y = mX + b$ โดยที่ m คือความชัน (slope) และ b คือจุดตัดแกน Y (y-intercept) ถ้าฟังก์ชันเป้าหมายคือ $Z = 3X_1 + 2X_2$ โดยแทนค่า Z ด้วย 60 เป็น $3X_1 + 2X_2 = 60$ สามารถเขียนได้ว่า $X_2 = 30 - (3/2)X_1$ ซึ่งแสดงว่าความชันคือ $-(3/2)$ เช่นเดียวกันถ้าแทนค่า Z ด้วย 6 เป็น $3X_1 + 2X_2 = 6$ ซึ่งพบว่าความชันคือ $-(3/2)$ เท่าเดิม ทั้งนี้ การใช้วิธีการกราฟในการแก้ปัญหาเป็นการใช้พื้นที่จุดภาค (quadrant) เดียวเนื่องจากข้อจำกัดของตัวแปรคือไม่เป็นค่าติดลบ ดังแสดงในรูปที่ 2-1 นั่นคือในขณะที่ quadrant ที่ 2

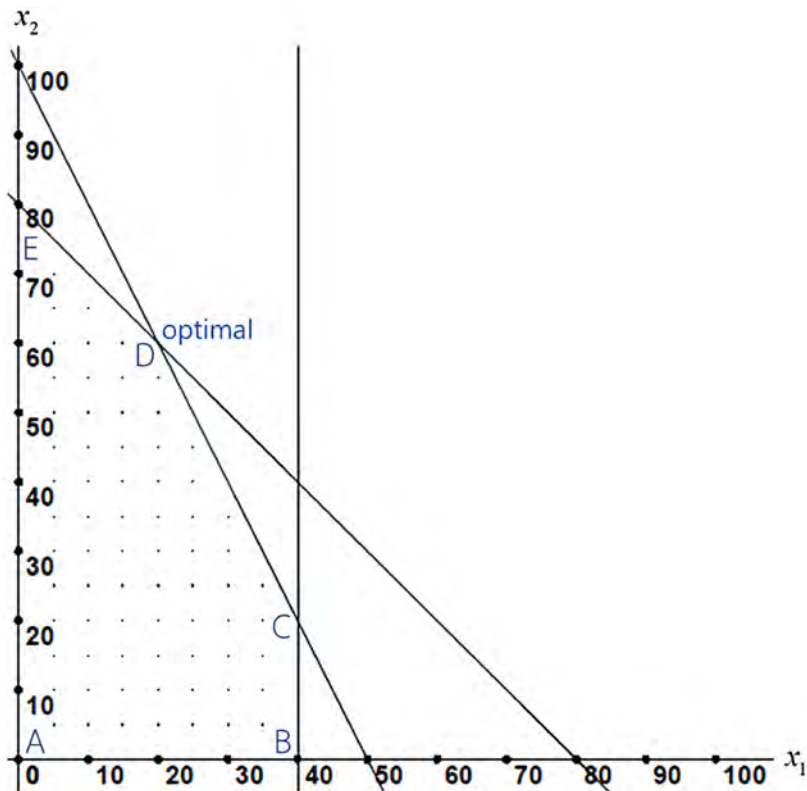


มีค่า X_1 ติดลบ quadrant ที่ 3 มีค่า X_1 และ X_2 ติดลบ และ quadrant ที่ 4 มีค่า X_2 ติดลบ ซึ่งพบว่ามีเพียง quadrant 1 ที่ค่าของ X_1 และ X_2 เป็นค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา LP



รูปที่ 2-1 พื้นที่แต่ละจตุภาคสำหรับตัวแปร x_1 และ x_2

พื้นที่สมการข้อจำกัดที่เป็นไปได้จากการใช้วิธีการสำหรับตัวอย่างที่ 2-1 แสดงดังรูปที่ 2-2



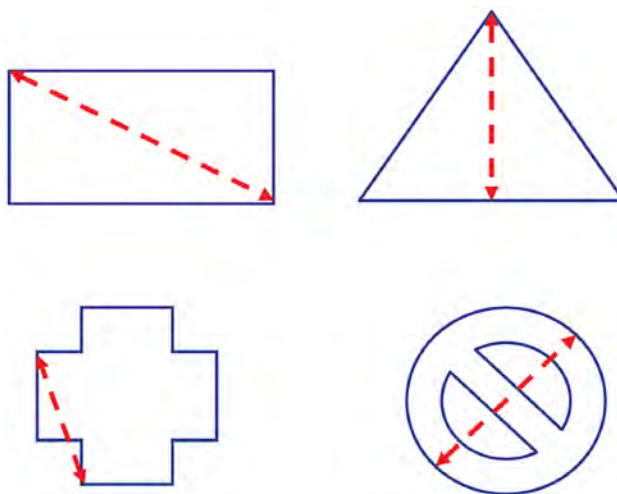
รูปที่ 2-2 พื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (feasible region) และคำตอบที่ดีที่สุดที่จุดมุม D ของตัวอย่างที่ 2-1

เมื่อวาดสมการข้อจำกัดครบทุกสมการแล้ว มีจุดมุม (corner point) A, B, C, D, E ที่ทำให้เป็นพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (feasible region) นั่นคือพื้นที่ ABCDE ซึ่งหมายความว่าทุกจุดในพื้นที่ ABCDE สอดคล้องกับสมการข้อจำกัดทุกสมการ และคำตอบที่ดีที่สุดอยู่ที่จุดมุมใดมุมหนึ่ง โดยเมื่อเลื่อนเส้น iso จากสมการของฟังก์ชันเป้าหมาย พบว่าคำตอบที่ดีที่สุดที่ยังคงไม่ละเมิดพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ โดยไปตัดจุดมุม D ซึ่งเป็นคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) โดยเนื่องจากสมการข้อจำกัด 2 สมการที่เจอจุด D ซึ่งเรียกว่า binding constraints คือ เส้นตรงที่ได้จากสมการข้อจำกัด (2-2) และ (2-3) โดยหมายความว่าผลรวมของฝั่งซ้ายมือของสมการเท่ากับฝั่งขวามือของสมการ (binding) ดังนั้น สามารถหาคำตอบจากสองสมการและสองตัวแปร ซึ่งคือ $(X_1, X_2) = (20, 60)$ โดยค่าฟังก์ชันเป้าหมาย Z ที่ดีที่สุดคือ $3(20) + 2(60) = 180$

นอกจาก binding constraints แล้ว สมการข้อจำกัดอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ binding constraints เรียกว่า non-binding constraints ซึ่งเป็นสมการข้อจำกัดที่เมื่อแทนคำตอบที่ดีที่สุดแล้ว พบว่าผลรวม

ฝั่งซ้ายมือของสมการไม่เท่ากับ (มากกว่าหรือน้อยกว่า) ฝั่งขวามือ ยกตัวอย่างเช่น ในตัวอย่างที่ 2-1 พบว่าสมการข้อจำกัด (2-4) เป็น non-binding constraint โดยจากคำตอบที่ดีที่สุด $(X_1, X_2) = (20, 60)$ ได้ว่า $X_1 \leq 40$ คือ $20 \leq 40$ นอกจากนี้ อาจพบกรณีสมการข้อจำกัดซ้ำ (redundant constraint) ซึ่งเป็นสมการข้อจำกัดที่ไม่ได้จำเป็นต้องใช้ในการสร้างโมเดล หรือไม่ได้เกี่ยวข้องกับพื้นที่ข้อจำกัดที่เป็นไปได้

นอกจากนี้ อย่างที่ได้อธิบายไปเบื้องต้นว่าคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) อยู่ที่จุดมุมจุดใดจุดหนึ่ง ซึ่งเป็นคุณสมบัติของเซตคอนเวกซ์ (convex set) โดยที่พื้นที่ข้อจำกัดมีลักษณะของ convex set ทั้งนี้คุณสมบัติของ convex set คือ ถ้าสร้างเส้นตรงจากจุด 2 จุดเชื่อมกันในพื้นที่ จะพบว่าทุกจุดในเส้นตรงนั้นอยู่ในพื้นที่ ซึ่งตรงข้ามกับ concave set ยกตัวอย่างจากรูปที่ 2-3 พบว่าเมื่อลากเส้นตรงจากจุดใดมุมหนึ่ง 2 จุดใน 2 รูปด้านบน เส้นตรงที่ลากนั้นยังคงอยู่ในพื้นที่ ในทางตรงกันข้ามหากลากเส้นตรงใน 2 รูปด้านล่าง มีโอกาสที่บางส่วนของเส้นตรงที่ลากไม่ได้อยู่ในพื้นที่ โดยการที่รู้ว่าพื้นที่ feasible region เป็น convex set สำคัญ เนื่องจากการที่แสดงว่า feasible region ใน LP เป็น convex set นั้นหมายความว่า สามารถลดจำนวนการหาจุดที่ดีที่สุดจากทั้งพื้นที่ทั้งหมดมาอยู่ที่จุดมุมเท่านั้น ซึ่งเป็นการลดเวลาคำนวณได้มาก



รูปที่ 2-3 รูปแบบ (บน) convex set และ (ล่าง) ไม่ใช่ convex set

ตัวอย่างที่ 2-2 ปัญหาการผลิตแบบสองตัวแปรแบบยี่งน้อยยิ่งดี (minimization)

ปัญหานี้เป็นกรณีของตัวอย่างการวางแผนโฆษณา โดยบริษัทขายครีมอาบน้ำวางแผนซื้อโฆษณา โดยเปรียบเทียบระหว่างช่วงรายการละครหลังข่าว กับช่วงรายการถ่ายทอดมวยไทย ทั้งนี้มีข้อมูลว่าจำนวนคนดูโฆษณาของช่วงรายการละครหลังข่าวในแต่ละ 1 นาทีเป็นคนดูผู้หญิง 7 ล้านคนและผู้ชายดู

2 ล้านคน ส่วนจำนวนคนดูโฆษณาของช่วงรายการถ่ายทอดมวยในแต่ละ 1 นาที เป็นคนดูผู้ชาย 12 ล้านคนและเป็นผู้หญิง 2 ล้านคน (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลว่ามีตัวแปรสองตัวแปรและให้ข้อมูลพารามิเตอร์เกี่ยวกับฝั่งซ้ายมือของสมการข้อจำกัด) ราคาค่าใช้จ่ายในการซื้อโฆษณาอยู่ที่ 500,000 บาท สำหรับแต่ละนาทีที่โฆษณารายการละครหลังข่าว และอยู่ที่ 1,000,000 บาทสำหรับโฆษณารายการถ่ายทอดมวย (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลของพารามิเตอร์สำหรับฟังก์ชันเป้าหมาย) ทั้งนี้ข้อจำกัดต่าง ๆ คือ บริษัทขายครีมอาบน้ำอยากให้อำนาจผู้หญิงดูอยู่อย่างน้อย 28 ล้านคนและจำนวนผู้ชายดูอย่างน้อย 24 ล้านคน (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลของเลขฝั่งขวามือของสมการข้อจำกัด) ในกรณีของตัวอย่างนี้สามารถวิเคราะห์ตัวแปร ฟังก์ชันเป้าหมาย และสมการข้อจำกัดได้ดังนี้

ตัวแปร

x_1 : จำนวนนาทีที่ซื้อโฆษณาช่วงรายการละครหลังข่าว

x_2 : จำนวนนาทีที่ซื้อโฆษณาช่วงรายการถ่ายทอดมวย

ฟังก์ชันเป้าหมาย

เพื่อให้ราคาค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด (ดีที่สุด)

ในกรณีนี้สามารถแปลงเป็นรูปแบบคำอธิบายสำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

Objective function : Minimize ราคาค่าใช้จ่ายในการซื้อโฆษณา

Subject to : จำนวนผู้ชมผู้หญิงที่ดูโฆษณา มากกว่าหรือเท่ากับ ที่บริษัทต้องการ
จำนวนผู้ชมผู้ชายที่ดูโฆษณา มากกว่าหรือเท่ากับ ที่บริษัทต้องการ

ทั้งนี้ สามารถแปลงรูปแบบคำอธิบายสำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ให้เป็นโมเดลของโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้ดังสมการที่ (2-7) - (2-11) โดยหน่วยของฟังก์ชันเป้าหมายเป็นหลักคุณพันบาท และของสมการข้อจำกัดเป็นหลักคุณล้านคน

$$\text{Minimize } Z = 500X_1 + 1000X_2 \quad (2-7)$$

ขึ้นกับ (Subject to)

$$7X_1 + 2X_2 \geq 28 \quad (\text{ข้อจำกัดจำนวนคนดูผู้หญิง}) \quad (2-8)$$

$$2X_1 + 12X_2 \geq 24 \quad (\text{ข้อจำกัดจำนวนคนดูผู้ชาย}) \quad (2-9)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (\text{ข้อจำกัดเครื่องหมายตัวแปร}) \quad (2-10)$$

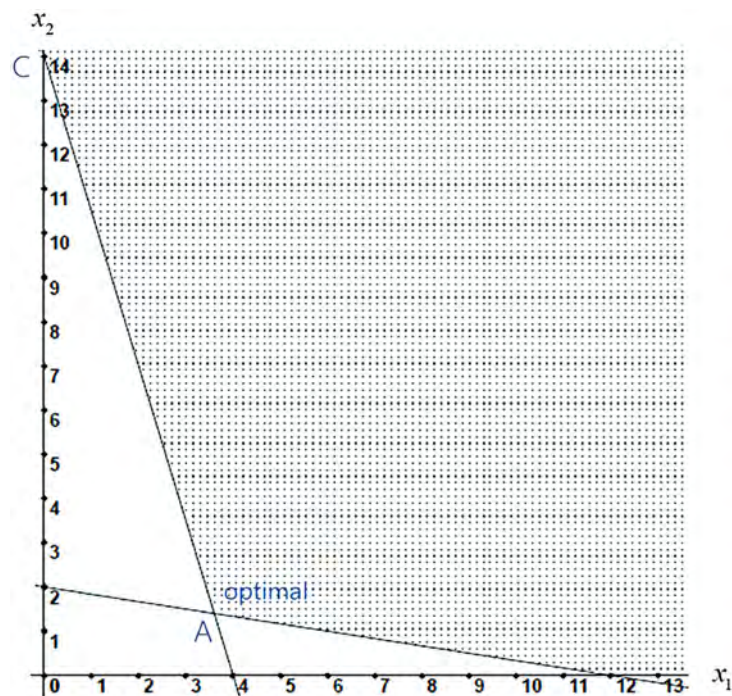
$$X_2 \geq 0 \quad (\text{ข้อจำกัดเครื่องหมายตัวแปร}) \quad (2-11)$$



สังเกตว่าส่วนใหญ่ในโจทย์ที่ยิ่งฟังก์ชันเป้าหมายยิ่งมากยิ่งดี (maximization) เช่น ต้องการกำไรสูงสุด พบว่าข้อจำกัดเกี่ยวข้องกับลักษณะของทรัพยากรจำกัด เช่น เวลาผลิตหรือความสามารถ (capacity) ซึ่งลักษณะของสมการข้อจำกัดเป็นในลักษณะของน้อยกว่าหรือเท่ากับเป็นส่วนมาก (ไม่เสมอไป) เช่น ถ้าต้องการกำไรสูงขึ้นโดยไม่มีข้อจำกัดในลักษณะนี้จะผลิตไปเรื่อย ๆ ไม่สิ้นสุด ซึ่งในความเป็นจริงแล้วทำไม่ได้เพราะมีข้อจำกัดมาเกี่ยวข้อง

ในทางตรงกันข้าม ในโจทย์ที่ยิ่งฟังก์ชันเป้าหมายยิ่งน้อยยิ่งดี (minimization) เช่น ต้องการต้นทุนต่ำสุด พบว่ามีข้อจำกัดในเรื่องของความต้องการขั้นต่ำในลักษณะความต้องการ (requirement) บางอย่างที่ต้องการให้ได้เกินสิ่งนั้น ๆ ในลักษณะของสมการข้อจำกัดที่มากกว่าหรือเท่ากับ (ไม่เสมอไป) ไม่เช่นนั้นเป็นการเลือกไม่ผลิตอะไร เพราะไม่มีค่าใช้จ่าย (หรือฟังก์ชันเป้าหมายเป็น 0) ซึ่งในความเป็นจริงไม่เป็นเช่นนั้น

สำหรับตัวอย่างที่ 2-2 สามารถใช้วิธีการ เพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนข้างบนได้ดังรูปที่ 2-4 ทั้งนี้ข้อสังเกตอย่างหนึ่งคือนักศึกษาสามารถสร้างสมการข้อจำกัดได้ แต่บางครั้งมีปัญหาในการหาทิศของฟังก์ชันเป้าหมายว่าควรเลื่อน (slide) ไปทางด้านไหน โดยข้อแนะนำคือการเน้นย้ำว่าการเลื่อนของเส้น iso คือเพื่อให้ค่า Z ไปในทางทิศที่ทำให้มีโอกาสปรับปรุงดีขึ้น ซึ่งคำว่าดีขึ้นเป็นในลักษณะยิ่งมากยิ่งดี (maximization) ที่ยิ่งห่างไกลจากจุดกำเนิด (0, 0) ยิ่งดี หรือยิ่งน้อยยิ่งดี (minimization) ที่ยิ่งเข้าใกล้จุดกำเนิด (0, 0) ยิ่งดี เป็นต้น



รูปที่ 2-4 การทำ feasible region และคำตอบที่ดีที่สุดที่จุดมุม A ของตัวอย่างที่ 2-2

จากรูปที่ 2-4 เมื่อพิจารณา binding constraints สองสมการที่ทำให้พบจุดค่าตอบที่ดีที่สุด ในลักษณะเดียวกับโจทย์ตัวอย่างที่ 2-1 แล้ว พบว่าค่าตอบที่ดีที่สุด คือ $(X_1, X_2) = (3.6, 1.4)$ ซึ่งเมื่อแทนในฟังก์ชันเป้าหมายได้ค่าตอบเป็น $Z = 3,200$ คุณพันบาท หรือ 3,200,000 บาท

กรณีคำตอบแบบต่าง ๆ จากแก้ปัญหา LP

จากตัวอย่างที่ 2-1 และ 2-2 ข้างต้น พบว่าเมื่อ slide เส้น iso ของฟังก์ชันเป้าหมายแล้วไปตัดจุดมุมจุดใดจุดหนึ่งของพื้นที่ข้อจำกัดที่เป็นไปได้ ซึ่งแสดงว่าพบค่าตอบที่ดีที่สุด โดยเรียกการไปเจอค่าตอบที่ดีที่สุดที่มุมใดมุมหนึ่งแบบนี้ว่าค่าตอบที่ดีที่สุดมีคำตอบเดียว (unique optimal solution) อย่างไรก็ตาม ในความเป็นจริงมีกรณีอื่นอีก โดยในกรณีที่แก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง จะพบคำตอบแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

- กรณีคำตอบที่ดีที่สุดมีคำตอบเดียว (unique optimal solution) ข้อสังเกตคือพอเลื่อนเส้น iso แล้วไปตัดที่จุดมุมจุดใดจุดหนึ่งจุดเดียว
- กรณีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ (alternative optimal solution) ข้อสังเกตคือพอเลื่อนเส้น iso แล้วขนานกับขอบพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้
- กรณีไม่มีคำตอบที่สอดคล้องกับข้อจำกัด (infeasible solution) ข้อสังเกตคือไม่สามารถสร้างพื้นที่สมการข้อจำกัดที่เป็นไปได้ที่สอดคล้องกับทุกสมการข้อจำกัดได้ สาเหตุเช่น การเก็บข้อมูลพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการข้อจำกัดที่ผิดพลาด (ฝั่งซ้ายมือของสมการข้อจำกัด) หรือความต้องการหรือ capacity ที่มีการกำหนดไว้ไม่ถูกต้อง (ฝั่งซ้ายมือของสมการข้อจำกัด)
- กรณีคำตอบไม่มีที่สิ้นสุด (unbounded solution) ข้อสังเกตคือพอเลื่อนเส้น iso แล้วไม่สามารถลากเส้นไปจนขอบของพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ โดยมีลักษณะไปได้เรื่อย ๆ ไม่สิ้นสุดในทิศทางของ maximization หรือ minimization สาเหตุเช่น การลืมข้อจำกัดบางอย่างในรูปแบบของสมการข้อจำกัด

ตัวอย่างที่ 2-3 กรณีของคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ (alternative optimal solution)
สมมุติว่าสามารถสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ ได้ดังด้านล่าง

$$\text{Maximize } Z = 3X_1 + 2X_2 \quad (2-12)$$

ขึ้นกับ (Subject to)

$$(1/40) X_1 + (1/60) X_2 \leq 1 \quad (2-13)$$

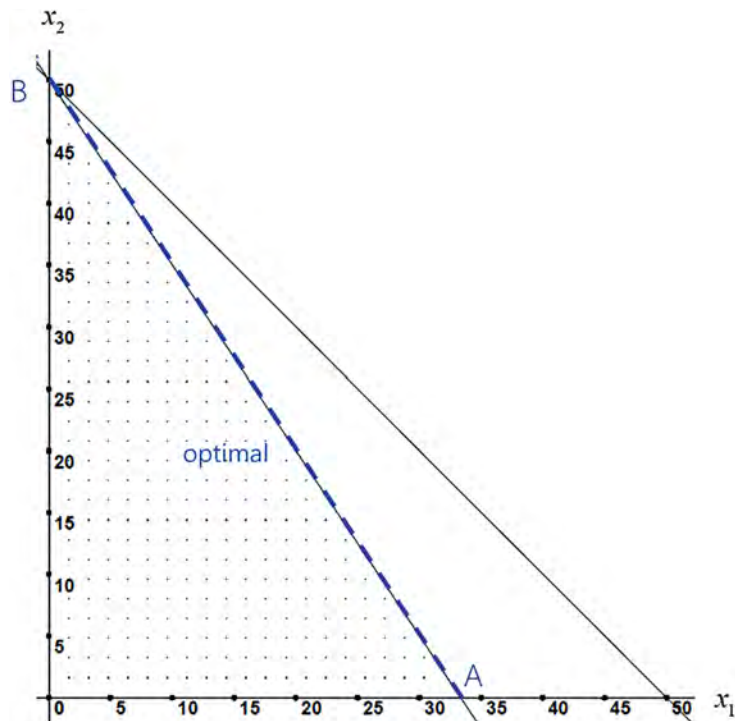
$$(1/50) X_1 + (1/50) X_2 \leq 1 \quad (2-14)$$



$$X_1 \geq 0 \quad (2-15)$$

$$X_2 \geq 0 \quad (2-16)$$

จากตัวอย่างนี้ เมื่อใช้วิธีกราฟในการหาคำตอบ พบว่าสามารถสร้างกราฟได้ดังรูปที่ 2-5 โดยเมื่อทำตาม steps ในการหาคำตอบข้างต้น พบว่าคำตอบที่ดีที่สุดไม่ได้เจอแค่ที่จุดมุมจุดเดียว แต่ไปชนกับจุดมุมสองจุด ซึ่งพอ slide ฟังก์ชันเป้าหมาย พบว่าไปตัดกับเส้นตรงเส้นหนึ่งที่ขอบของพื้นที่ข้อจำกัดของคำตอบที่เป็นไปได้ (เส้น AB) ซึ่งความหมายคือเมื่อแทนค่าจุดใด ๆ จากเส้นตรงนี้ในฟังก์ชันเป้าหมาย จะพบคำตอบที่ดีที่สุดเท่ากัน ซึ่งหมายความว่าคำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ หรือเรียกกรณีนี้ว่าเป็น alternative optimal solution เช่น เมื่อแทนค่าจุด A ในฟังก์ชันเป้าหมายได้ $3(33.33) + 2(0) = 100$ ซึ่งเท่ากับจุด B โดย $3(0) + 2(50) = 100$



รูปที่ 2-5 การทำ feasible region และคำตอบที่ดีที่สุดบนเส้น AB ของตัวอย่างที่ 2-3



ตัวอย่างที่ 2-4 กรณีไม่มีคำตอบที่สอดคล้องกับข้อจำกัด (infeasible solution)

จากตัวอย่างที่ 2-3 สมมุติว่ามีสมการข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปรเปลี่ยนไป โดยสามารถเขียนเป็นโมเดลโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้ตามด้านล่าง ทั้งนี้สังเกตว่าข้อจำกัดการไม่เป็นศูนย์หรือ non-negativity ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องยังคงจริงอยู่ โดยมีการเปลี่ยนขั้นต่ำเป็น 30 และ 20 สำหรับ X_1 และ X_2 ตามลำดับ

$$\text{Maximize } Z = 3X_1 + 2X_2 \quad (2-17)$$

ขึ้นกับ (Subject to)

$$(1/40) X_1 + (1/60) X_2 \leq 1 \quad (2-18)$$

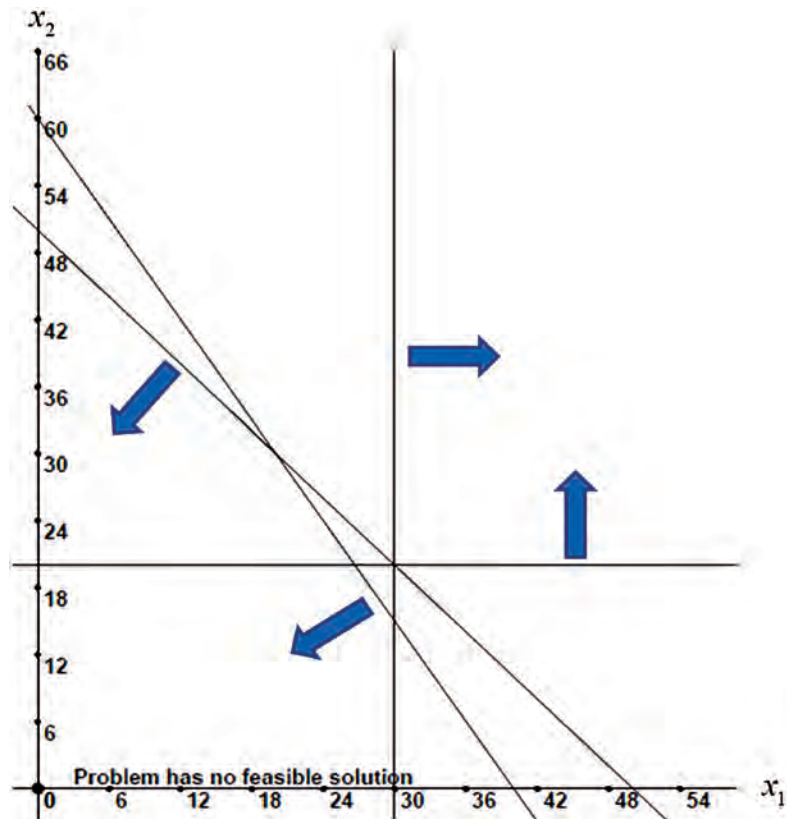
$$(1/50) X_1 + (1/50) X_2 \leq 1 \quad (2-19)$$

$$X_1 \geq 30 \quad (2-20)$$

$$X_2 \geq 20 \quad (2-21)$$

ในกรณีนี้สามารถใช้วิธีการกราฟสร้างกราฟได้ดังรูปที่ 2-6 ซึ่งสังเกตว่ากราฟที่แสดงสมการข้อจำกัดมีเพิ่มเข้ามาอีก 2 เส้น โดยเมื่อสร้างพื้นที่สมการข้อจำกัด (feasible region) พบว่าไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (feasible solution) ที่สอดคล้องกับทุกสมการข้อจำกัด ซึ่งแสดงว่าปัญหานี้เป็น infeasible solution





รูปที่ 2-6 การไม่มีพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ หรือ infeasible solution ของตัวอย่างที่ 2-4

ตัวอย่างที่ 2-5 คำตอบไม่มีที่สิ้นสุด (unbounded solution)

กรณีที่พบปัญหาแบบคำตอบไม่มีสิ้นสุดจากการสร้างโมเดลโปรแกรมเชิงเส้นตรงไม่ถูกต้อง เช่น การลืมสมการข้อจำกัดบางสมการ โดยมีลักษณะคือเวลาเลื่อนเส้น iso ของฟังก์ชันเป้าหมายแล้ว ไม่ไปตัดจุดมุมที่จุดใด ๆ เลย ดังตัวอย่างของโมเดลทางคณิตศาสตร์ด้านล่าง

$$\text{Maximize } Z = 2X_1 - 2X_2 \quad (2-22)$$

ขึ้นกับ (Subject to)

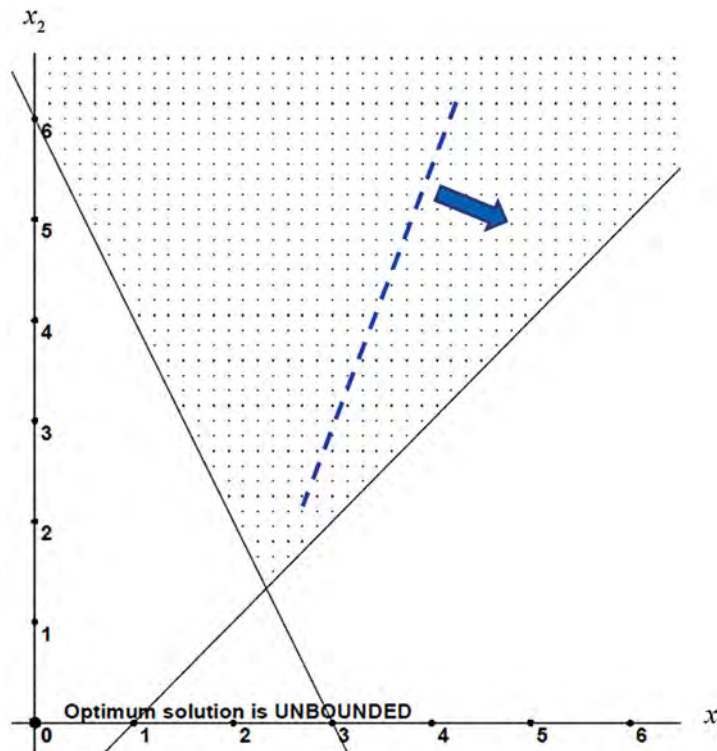
$$X_1 - X_2 \leq 1 \quad (2-23)$$

$$2X_1 + X_2 \leq 6 \quad (2-24)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (2-25)$$

$$X_2 \geq 0 \quad (2-26)$$

จากโมเดลข้างต้น (สมการ (2-22) - (2-26)) พบว่ากราฟพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ตามรูปที่ 2-7 ซึ่งเมื่อพยายามเลื่อนเส้นฟังก์ชันเป้าหมายเพื่อให้ไปชนขอบของพื้นที่ที่สร้างขึ้น พบว่าเลื่อนเส้น iso ได้เรื่อย ๆ ในทิศทางที่ทำให้ค่า Z ดีขึ้น นั่นคือไม่สามารถเลื่อนเส้น iso ไปตัดที่จุดมุม (extreme point) ใด ๆ ซึ่งความหมายคือถ้าจะผลิตเท่าไรก็ได้กำไรสูงสุดจะหาคำตอบไม่ได้เพราะสามารถผลิตไปเรื่อย ๆ ซึ่งในความเป็นจริงควรมีข้อจำกัด



รูปที่ 2-7 กรณีคำตอบไม่มีที่สิ้นสุด (unbounded solution) ของตัวอย่างที่ 2-5

ในตัวอย่างนี้ เป็นไปได้ว่าควรต้องมีสมการข้อจำกัดอีกหนึ่งข้อจำกัด ซึ่งไม่ได้ถูกนำมาพิจารณา เช่น ถ้าเพิ่มข้อจำกัดว่า $X_1 \leq 5$ พบว่าสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้จากจุดมุม (unique optimal solution) เป็นต้น

จากตัวอย่างที่ 2-1 ถึง 2-5 พบว่าเป็นกรณีที่ตัวแปรตัดสินใจมีสองตัวแปร โดยใช้วิธีการกราฟในการหาคำตอบได้ ทั้งนี้ในความเป็นจริง ตัวแปรมีมากกว่าสองตัวแปร โดยจำเป็นต้องใช้วิธีอื่น ๆ ในการหาคำตอบ เช่น การใช้วิธี simplex ซึ่งเป็นการหาคำตอบในรูปของตาราง อย่างไรก็ตาม สามารถแสดงได้ว่าหลักการของวิธี simplex เป็นการค้นหา (search) คำตอบอย่างฉลาดโดยเลื่อนหาคำตอบที่ละจุดมุมตามเส้นทางของการเลื่อนจุดมุม จนพบคำตอบที่ดีที่สุดที่ไม่สามารถปรับปรุงได้อีก ทั้งนี้ใน

บทนี้ไม่ได้กล่าวถึงรายละเอียดของการคำนวณของวิธี simplex ในรูปแบบตาราง โดยผู้ที่สนใจสามารถหาข้อมูลเพิ่มเติมได้จากหนังสือแบบเรียนวิชาการวิจัยดำเนินงาน (operations research) โดยอธิบายถึงการใช้โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์สองโปรแกรม คือ การใช้ Excel Solver และ LINDO ซึ่งจริง ๆ แล้วสองโปรแกรมใช้วิธีการ Simplex ในการหาค่าตอบที่ดีที่สุด โดยสามารถใช้ได้กับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่มีหลายตัวแปรได้ (ไม่จำเป็นต้องสองตัว) นอกจากนี้ ตัวอย่างที่ 2-6 แสดงโมเดล LP กรณีที่มีมากกว่าสองตัวแปร ซึ่งเป็นปัญหาการวางแผนการเลือกซื้ออาหาร

ตัวอย่างที่ 2-6 กรณีการสร้างปัญหา LP ที่มีมากกว่าสองตัวแปร

ปัญหาการวางแผนการเลือกอาหาร โดยมีตัวแปรตัดสินใจ 4 ตัวแปรหรืออาหาร 4 ประเภท คือ ข้าวขาหมู ขนุน น้ำอัดลม และไอศกรีม (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังระบุตัวแปร) โดยราคาข้าวขาหมูอยู่ที่ 50 บาทต่อจาน ราคาขนุนอยู่ที่ 20 บาทต่อถาด ราคาน้ำอัดลมอยู่ที่ 30 บาทต่อขวด และราคาไอศกรีมอยู่ที่ 80 บาทต่อโคน (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลพารามิเตอร์ของฟังก์ชันเป้าหมาย) ทั้งนี้ในแต่ละวันต้องการให้พลังงานที่ได้รับอย่างน้อย 500 แคลอรี (calorie) อยากได้วิตามินอย่างน้อย 6 หน่วย อยากได้น้ำตาลอย่างน้อย 10 ออนซ์ และอยากได้ไขมันอย่างน้อย 8 ออนซ์ (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลความต้องการโดยเป็นพารามิเตอร์เลขฝั่งขวามือของสมการข้อจำกัด) ทั้งนี้มีข้อมูลสารอาหารของอาหารแต่ละประเภทดังตารางที่ 2-1 (หมายเหตุ : สังเกตว่าโจทย์กำลังให้ข้อมูลพารามิเตอร์ฝั่งซ้ายมือของสมการข้อจำกัด) และวัตถุประสงค์เพื่อให้สารอาหารเป็นไปตามที่ต้องการโดยมีค่าใช้จ่ายค่าอาหารน้อยที่สุด

ตารางที่ 2-1 สารอาหารแต่ละประเภทของปัญหาการวางแผนเลือกอาหาร

ประเภทอาหาร	แคลอรี ต่อหน่วยบริโภค	วิตามิน ต่อหน่วยบริโภค	น้ำตาล ต่อหน่วยบริโภค	ไขมันดี ต่อหน่วยบริโภค
ข้าวขาหมู	500	2	2	5
ขนุน	200	4	2	3
น้ำอัดลม	150	1	4	1
ไอศกรีม	300	0	4	5

จากตัวอย่างนี้ สามารถวิเคราะห์ปัญหาเป็นโมเดลเชิงอธิบายได้ดังนี้

ตัวแปร

x_1 : จำนวนหน่วยบริโภคของข้าวขาหมู

x_2 : จำนวนหน่วยบริโภคของขนุน

x_3 : จำนวนหน่วยบริโภคของน้ำอัดลม

x_4 : จำนวนหน่วยบริโภคของไอศกรีม

ฟังก์ชันเป้าหมาย

Minimize ราคาอาหาร

สมการข้อจำกัด

จำนวนสารอาหารด้านแคลอรี **มากกว่าหรือเท่ากับ** แคลอรีที่ร่างกายต้องการ

จำนวนสารอาหารด้านวิตามิน **มากกว่าหรือเท่ากับ** วิตามินที่ร่างกายต้องการ

จำนวนสารอาหารด้านน้ำตาล **มากกว่าหรือเท่ากับ** น้ำตาลที่ร่างกายต้องการ

จำนวนสารอาหารด้านไขมันดี **มากกว่าหรือเท่ากับ** ไขมันดีที่ร่างกายต้องการ

โดยสามารถแปลงเป็นรูปของโมเดลโปรแกรมเชิงเส้นตรงทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\text{Minimize } Z = 50X_1 + 20X_2 + 30X_3 + 80X_4 \quad (2-27)$$

ขึ้นกับ (Subject to:)

$$500X_1 + 200X_2 + 150X_3 + 300X_4 \geq 500 \quad (2-28)$$

$$2X_1 + 4X_2 + X_3 \geq 6 \quad (2-29)$$

$$2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 4X_4 \geq 10 \quad (2-30)$$

$$5X_1 + 3X_2 + X_3 + 5X_4 \geq 8 \quad (2-31)$$

$$X_1 \geq 0; \quad \forall i \quad (2-32)$$

ซึ่งชัดเจนว่าไม่สามารถใช้วิธีการกราฟ (graphical method) ในการหาคำตอบได้เนื่องจากตัวแปรมี 4 ตัว โดยที่ปกติใช้วิธี simplex tableau ในการหาคำตอบ โดยแนะนำ 2 โปรแกรมเพื่อการหาคำตอบในหนังสือเล่มนี้ คือโปรแกรม Excel Solver และ LINDO ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (linear programming) โดยใช้หลักการของวิธี simplex ในการหาคำตอบ นอกจากนี้ หากมีปัญหาคับข้องและมีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น ในลักษณะของงานวิจัยที่จำนวนตัวแปรและ



สมการข้อจำกัดมีจำนวนมาก แนะนำให้ใช้ software ที่มีประสิทธิภาพสูงอื่น ๆ เช่น AMPL และ LINGO เป็นต้น นอกจากนี้ เครื่องมือที่ทางวิศวกรรมศาสตร์อุตสาหกรรมที่ได้แนะนำเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรมเชิงเส้นตรง ซึ่งถือว่าเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่สำคัญในการนำไปใช้ต่อได้อีกมากในเครื่องมือการวิเคราะห์ในระดับสูง ๆ เช่น โปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม (integer programming - IP) โปรแกรมเชิงการผสมจำนวนเต็มและเส้นตรง (mixed integer-linear programming - MILP) โปรแกรมเชิงการเคลื่อนไหว (dynamics programming - DP) และโปรแกรมเชิงหลายฟังก์ชันเป้าหมายหรือหลายวัตถุประสงค์ (multi-objective mathematical programming) เป็นต้น นอกจากนี้ รูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปของ linear programming ที่ควรรู้ไว้สามารถเขียนในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

- รูปแบบมาตรฐานของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (LP standard form)

$$\begin{aligned} \text{Min / Max} \quad & \sum_{j=1} c_j X_j \\ \text{Subject to} \quad & \sum_{j=1} a_{ij} X_j = b_j \quad ; \forall i \\ & X_j \geq 0 \quad ; \forall j \end{aligned} \quad (2-33)$$

- รูปแบบเมทริกซ์ของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (LP matrix form)

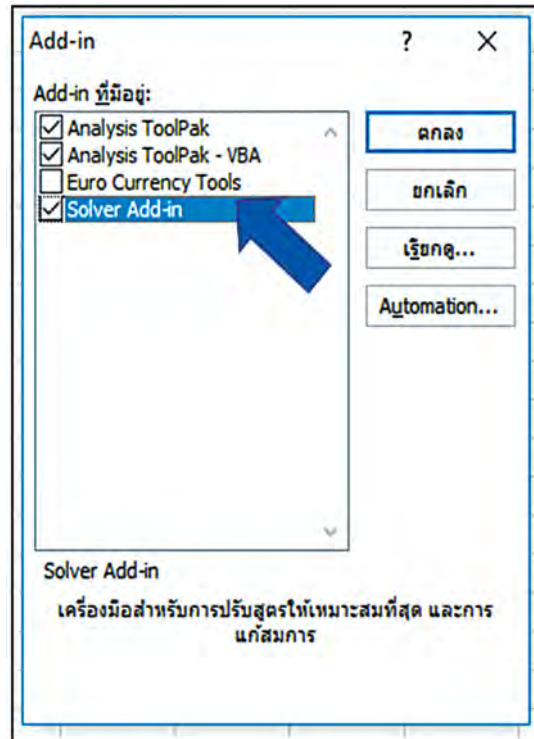
$$\begin{aligned} \text{Min / Max} \quad & c \cdot X \\ \text{Subject to} \quad & A \cdot X = b \\ & X \geq 0 \end{aligned} \quad (2-34)$$

2.2 การใช้โปรแกรม Excel Solver

โปรแกรม Excel Solver เป็น software ตัวหนึ่งที่มากับ Microsoft Excel โดยสามารถใช้ในการหาคำตอบที่เกี่ยวกับปัญหาการหาคำตอบที่ดีที่สุด (optimization) ในส่วนของโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้ ซึ่งจะได้แนะนำในส่วนนี้ต่อไป โดยในการอธิบายวิธีการใช้ Excel Solver ในหนังสือเล่มนี้เป็นของ Microsoft Excel 2010

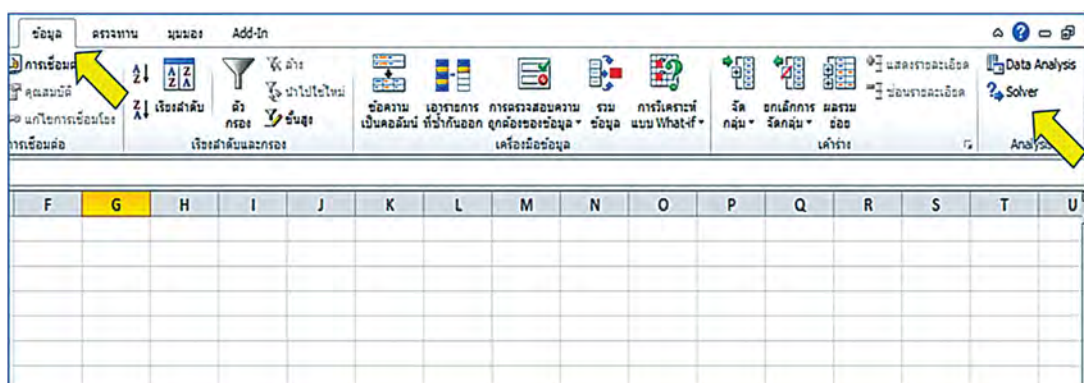
ดังแสดงในรูปที่ 2-8 เริ่มต้นจากการเปิด Excel และเริ่มต้น ให้เข้าไปที่คำสั่ง ‘แฟ้ม’ จากนั้นเลือกคำสั่ง ‘ตัวเลือก’ แล้ว Excel แสดงหน้าจอ ‘ตัวเลือกของ Excel’ โดยให้เลือกคำสั่ง ‘Add-in’ แล้วเลือกคำสั่ง ‘ไป’





รูปที่ 2-9 การเลือก Add-in ใน Excel สำหรับ Excel Solver

หลังจากที่ download โปรแกรม Excel Solver มาแล้ว ให้เปิดโปรแกรม Excel ขึ้นมา โดยให้เข้าไปที่คำสั่งข้างบนของ Excel โดยกดเลือกคำสั่ง 'ข้อมูล' และสังเกตว่าฝั่งขวาสุดมีคำสั่ง 'Solver' ให้เลือกได้ (รูปที่ 2-10) ซึ่งแสดงว่าสามารถใช้ Excel Solver ในการวิเคราะห์ปัญหา LP ได้ต่อไป



รูปที่ 2-10 คำสั่ง 'Solver' ใน Excel

การแก้ปัญหาตัวอย่างที่ 2-1 (maximization) ด้วยโปรแกรม Excel Solver

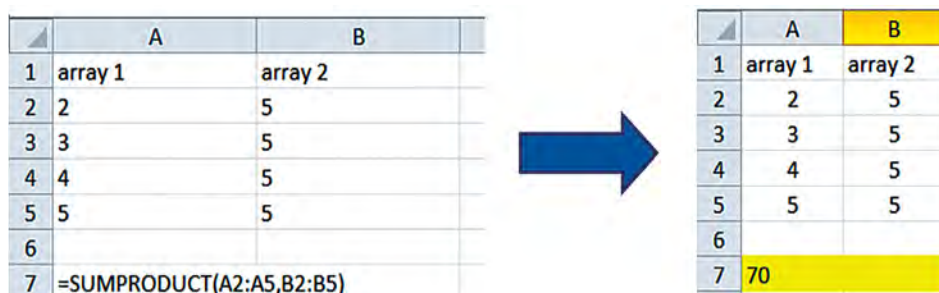
จากตัวอย่างที่ 2-1 ซึ่งเป็นปัญหาการวางแผนการผลิตโดยมีวัตถุประสงค์คือเพื่อให้มีกำไรสูงสุด ซึ่งสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ได้ตามด้านล่าง (แสดงอีกครั้ง โดยสมการ (2-1) - (2-6) เขียนรวมเป็นสมการ (2-35))

$$\text{Maximize } Z = 3X_1 + 2X_2$$

Subject to

$$\begin{aligned} 2X_1 + X_2 &\leq 100 \\ X_1 + X_2 &\leq 80 \\ X_1 &\leq 40 \\ X_1 &\geq 0; \quad \forall i \end{aligned} \quad (2-35)$$

หลังจากที่มีสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่พร้อมสำหรับหาคำตอบแล้ว ขั้นตอนต่อมาคือ การสร้างโมเดลนั้น ๆ ในโปรแกรมเพื่อวิเคราะห์หาคำตอบ โดยในกรณีนี้เป็นการใช้ Excel Solver ซึ่งใช้การผูกสูตรต่าง ๆ ใน cell แต่ละแถว (row) และสดมภ์/คอลัมน์ (column) ของ Excel โดยสูตรหลัก ๆ ที่ใช้เป็นคำสั่งของ Excel คือ 'sumproduct (array1, array2)' ซึ่งโปรแกรม Excel ได้อธิบายว่าทำหน้าที่ 'คูณคอมโพเนนต์ที่สอดคล้องกันในอาร์เรย์ที่กำหนดจากนั้นส่งกลับค่าผลรวมของผลลัพธ์จากการคูณทั้งหมด' ดังตัวอย่างในรูปที่ 2-11 โดยการใช้ฟังก์ชัน sumproduct เป็นการคูณกันระหว่าง สอง array ใด ๆ โดย array 1 ประกอบไปด้วย [2, 3, 4, 5] และ array 2 ประกอบไปด้วย [5, 5, 5, 5] ทำให้ได้ผลรวมเป็น $(2*5) + (3*5) + (4*5) + (5*5)$ แล้วคืนค่าผลรวมเป็น 70



	A	B
1	array 1	array 2
2	2	5
3	3	5
4	4	5
5	5	5
6		
7	=SUMPRODUCT(A2:A5,B2:B5)	

	A	B
1	array 1	array 2
2	2	5
3	3	5
4	4	5
5	5	5
6		
7		70

รูปที่ 2-11 การใช้งานฟังก์ชัน 'sumproduct' ใน Excel

ดังนั้น ความหมายของสูตรนี้คือการทำการคูณ (product) ก่อนของแต่ละตัวใน array 1 และ array 2 ทีละตัว จากนั้นจึงค่อยนำมาบวกกันทั้งหมด (sum) ซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องการในโปรแกรมคณิตศาสตร์เชิงเส้นตรง (linear programming) เมื่อสังเกตจากสมการเป้าหมายและสมการข้อจำกัดแต่ละสมการพบว่าอยู่ในรูปของการคูณกันระหว่าง array ของพารามิเตอร์ และ array ของตัวแปรตัดสินใจ อย่างไรก็ตาม สามารถใส่สูตรแบบคูณแล้วนำมาบวกได้เช่นกัน

การเขียนโมเดลโดยการผูกสูตรเพื่อสร้างโมเดลโปรแกรมเชิงเส้นตรงของปัญหาตัวอย่าง 2-1 แสดงได้ดังรูปที่ 2-12 โดยแสดงสูตรที่มีการผูกใน cell ที่เกี่ยวข้อง ในกรณีนี้มีการผูกสูตรสำหรับฟังก์ชันเป้าหมาย (Z) และสมการข้อจำกัดหลักสามสมการ ทั้งนี้มีการสร้าง cell ตำแหน่งของตัวแปรการตัดสินใจแยกออกมา คือ cells C6 และ D6 และมีการเขียนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในแถวที่ 8 สำหรับฟังก์ชันเป้าหมาย และแถวที่ 11-13 สำหรับแต่ละสมการข้อจำกัด ดังนั้น สูตรที่ผูกออกมาสำหรับฟังก์ชันเป้าหมาย (cell D3) เป็นการผูกสูตรของ array ตัวแปรตัดสินใจและพารามิเตอร์ของฟังก์ชันเป้าหมาย เช่นเดียวกันหลักการผูกสูตรของแต่ละสมการข้อจำกัดเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ใน cells B16 B17 และ B18 สำหรับแต่ละสมการข้อจำกัด โดยมีการเขียนเครื่องหมายของสมการและเลขฝั่งขวามืออีกครั้งเพื่อความชัดเจน

เมื่อแสดงค่าที่ได้จริง ๆ ของโมเดล แสดงได้ดังรูปที่ 2-13 ซึ่งความหมายคือในปัจจุบันตัวแปรตัดสินใจของ x_1 และ x_2 เป็น 0 ทั้งคู่ (cells C6 และ D6 ไม่มีการผลิตใด ๆ) ส่งผลให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย หรือ Z เป็น 0 (cell D3) โดยข้อจำกัดที่ใช้ไปจริง (หรือฝั่งซ้ายของสมการ) ใน cell B16 B17 และ B18 เป็น 0 ทั้งหมด คือ ไม่มีการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Production Maximization Problem								
2									
3	Objective Function	Maximize	Z1	=SUMPRODUCT(E8:F8,C6:D6)					
4									
5	Decision Variable		X1 X2						
6			0 0						
7									
8	Parameters	Profit	c1 c2		3	2			
9									
10									
11		ข้อจำกัดข้างหลัก	a11 a12		2	1		limit	
12		ข้อจำกัดข้างประกอบ	a21 a22		1	1			80
13		ข้อจำกัด demand	a31		1				40
14									
15	Constraints								
16	ข้อจำกัดข้างหลัก	=SUMPRODUCT(E11:F11,C6:D6)	<=	100					
17	ข้อจำกัดข้างประกอบ	=SUMPRODUCT(E12:F12,C6:D6)	<=	80					
18	ข้อจำกัด demand	=SUMPRODUCT(E13:F13,C6:D6)	<=	40					

รูปที่ 2-12 การสร้างโมเดลโดยผูกสูตร 'sumproduct' ในตัวอย่างที่ 2-1