



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พื้นฐานแมทมาทีกา

Mathematica fundamentals

ฟรีซอฟต์แวร์
Mathematica

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

พื้นฐานเมทริกซ์

พื้นฐานเมทริกซ์

ปราโมทย์ เศษอำไพ



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2557

190.-

ปราโมทย์ เศษอำไพ

พื้นฐานแมทมาทิกา / ปราโมทย์ เศษอำไพ

1. แมทมาทิกา. 2. คณิตศาสตร์ -- โปรแกรมคอมพิวเตอร์.
3. คณิตศาสตร์ -- การประมวลผลข้อมูล.

510.285

ISBN 978-974-03-3240-4

สพจ. 1846



สรสคุณเล่าวิชาการ *สู่สังคม*
www.ChulaPress.com
Knowledge to All

ลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ครั้งที่ 1 จำนวน 2,000 เล่ม พ.ศ. 2557

การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น

ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้จัดจำหน่าย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

สาขา ศาลาพระเกี้ยว โทร. 0-2218-7000-3 โทรสาร 0-2255-4441

สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9881-2 โทรสาร 0-2254-9495

ม.นเรศวร จ.พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-4 โทรสาร 0-5526-0165

ม.เทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา โทร. 0-4421-6131-4 โทรสาร 0-4421-6135

ม.บูรพา จ.ชลบุรี โทร. 0-3839-4855-9 โทรสาร 0-3839-3239

โรงเรียนนายร้อย จปร. จ.นครนายก โทร. 0-3739-3023 โทรสาร 0-3739-3023

ม.พะเยา จ.พะเยา โทร. 0-5446-6799-800 โทรสาร 0-5446-6798

จัตุรัสจามจุรี (CHAMCHURI SQUARE) ชั้น 4 โทร. 0-2160-5301-2 โทรสาร 0-2160-5304

รัตนธิเบศร์ (แยกแคราย) โทร. 0-2950-5408-9 โทรสาร 0-2950-5405

Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) โทร. 0-2255-4433 <http://www.chulabook.com>

และเครือข่าย

ร้านค้า, หนังสือเข้าชั้นเรียน ติดต่อแผนกขายส่ง สาขารัตนธิเบศร์ (แยกแคราย) โทร. 0-2950-5408-9 โทรสาร 0-2950-5405

กองบรรณาธิการ : จุฑามาศ ตั้งจิตวิชัย พิสูจน์อักษร : รวีวรรณ จันทรมั่น

ออกแบบปก : ณัฐชนนทร์ ประสมสุข ออกแบบรูปเล่ม : ไกรอัมพร พงษ์จักร

พิมพ์ที่ : บริษัท วี.พี. (1991) จำกัด โทร. 0-2451-3010 โทรสาร 0-2451-3014

คำนำ

แมทมาทิกา (Mathematica) เป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (computer software) ขนาดใหญ่ที่นิยมใช้กันทั่วโลกโดยเฉพาะในประเทศทางทวีปอเมริกาเหนือ เป็นซอฟต์แวร์ที่ช่วยในการเรียนการสอนและการทำวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มีศักยภาพที่โดดเด่นเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคำนวณ รวมทั้งการพล็อตผลลัพธ์ก่อให้เกิดความเข้าใจในความหมายทางกายภาพได้โดยง่ายในเวลาอันสั้น จุดเด่นประการหนึ่งของซอฟต์แวร์นี้คือคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ (symbolic mathematics) ผู้ใช้สามารถรอกสมการทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้ตารางสัญลักษณ์ (palettes) ให้ปรากฏขึ้นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ในรูปแบบที่เราเขียนด้วยมือหรือเรียนกันในชั้น ทำให้ลดการจดจำภาษาคอมพิวเตอร์สำหรับการใช้ซอฟต์แวร์ลงไปได้มาก

เนื่องจากซอฟต์แวร์แมทมาทิกามีขนาดใหญ่ หนังสือ “พื้นฐานแมทมาทิกา” เล่มนี้ จึงนำเสนอการใช้ซอฟต์แวร์นี้ในแก่นที่สำคัญ ๆ โดยเฉพาะเพื่อการศึกษาคณิตศาสตร์และการคำนวณ เนื้อหาภายในจึงอธิบายเริ่มตั้งแต่ศักยภาพในภาพรวมและความรู้ที่จำเป็น การแก้สมการทางพีชคณิต การพล็อตกราฟ การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การแก้ปัญหาแคลคูลัส เช่น การหาค่าลิมิต ค่าอนุพันธ์ และการอินทิเกรตฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ จากนั้นจึงนำเสนอวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญและสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเพื่อหาผลเฉลยแม่นยำตรงหรือผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical methods) ผู้ศึกษาจะได้ไม่รู้สึกว่าการเรียนวิชาแคลคูลัสและสมการเชิงอนุพันธ์เป็นสิ่งที่ยากอีกต่อไป

ผู้เขียนขอขอบคุณจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่เปิดโอกาสให้ผู้เขียนได้แต่งหนังสือเล่มนี้ขึ้น ขอขอบคุณนายวรุฒม์ เอ็ดเวิร์ด เฉชะอำไพ นางสาวปฐมาธิกา แอนนา เฉชะอำไพ นายพิชฌญนท์ โพธิคุณ นายชัชวาล ศิริปัฐ นายณัฐชนนทร์ ประสมสุข นายวิทยา สดับสาร นางสาวเมธิสา จิตมานะ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้อง และนางสาวไกรอัมพร พงษ์ขจร ผู้จัดพิมพ์เนื้อหา ผู้เขียนขอขอบคุณการผลักดันจากคุณทัศนีย์ วัฒนเขาวนัพิสุทธิ์ ผู้แทนแมทมาทิกาเพื่อเผยแพร่

ซอฟต์แวร์นี้ในประเทศไทย และขอขอบคุณสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่ให้การสนับสนุนจัดพิมพ์หนังสือเล่มนี้ เพื่อก่อให้เกิดประโยชน์แก่นิสิตนักศึกษาไทยและผู้สนใจทั่วไป

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สิงหาคม 2557

สารบัญ

คำนำ

บทที่ 1	ก้าวแรกสู่ซอฟต์แวร์	1
1.1	บทนำ	1
1.2	การทำงานผ่านหน้าจอ	2
1.3	การเป็นเครื่องคิดเลขขั้นสูง	4
1.4	ค่าคงตัวและฟังก์ชันตรีโกณมิติ	5
1.5	บทสรุป	7
	แบบฝึกหัด	7
บทที่ 2	ความรู้ที่จำเป็น	11
2.1	บทนำ	11
2.2	ฟังก์ชันและสมการพีชคณิต	11
2.3	การพล็อตกราฟ	13
2.4	การแก้ปัญหาแคลคูลัส	15
2.5	การแปลงลาปลาซและฟูรีเยร์	16
2.6	การแก้สมการเชิงอนุพันธ์	18
2.7	บทสรุป	19
	แบบฝึกหัด	19
บทที่ 3	กราฟิกส์	25
3.1	บทนำ	25
3.2	การพล็อตใน 2 มิติ	25
3.3	การพล็อตใน 3 มิติ	30

3.4 บทสรุป	37
แบบฝึกหัด	38
บทที่ 4 พิชคณิต	43
4.1 บทนำ	43
4.2 การแฟกเตอร์และกระจายพหุนาม	43
4.3 การลดรูปสมการพีชคณิต	45
4.4 การหารากของสมการพีชคณิต	46
4.5 การแก้ระบบสมการพีชคณิต	48
4.4 บทสรุป	49
แบบฝึกหัด	49
บทที่ 5 เวกเตอร์และเมทริกซ์	55
5.1 บทนำ	55
5.2 เวกเตอร์	56
5.3 เมทริกซ์	58
5.4 ระบบสมการพีชคณิต	60
5.5 ค่าไอเกนและเวกเตอร์ไอเกน	61
5.6 แคลคูลัสของเมทริกซ์	65
5.7 บทสรุป	66
แบบฝึกหัด	66
บทที่ 6 การเขียนโปรแกรม	73
6.1 บทนำ	73
6.2 คำสั่งพื้นฐาน	74
6.3 ตัวอย่างโปรแกรม	76

6.4 บทสรุป	84
แบบฝึกหัด	85
บทที่ 7 แคลคูลัส	89
7.1 บทนำ	89
7.2 การหาค่าลิมิต	90
7.3 การหาค่าอนุพันธ์	93
7.4 การอินทิเกรต	96
7.5 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข	102
7.6 อนุกรมเทย์เลอร์	104
7.7 อนุกรมทั่วไป	108
7.8 บทสรุป	111
แบบฝึกหัด	111
บทที่ 8 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	117
8.1 บทนำ	117
8.2 สมการอันดับหนึ่งแบบเชิงเส้น	118
8.3 สมการอันดับหนึ่งแบบไม่เชิงเส้น	125
8.4 สมการอันดับสองแบบเชิงเส้น	129
8.5 สมการอันดับสองแบบไม่เชิงเส้น	133
8.6 สมการอันดับสูงขึ้นไป	136
8.7 ปัญหาเงื่อนไขขอบเขต	141
8.8 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์	144
8.9 บทสรุป	148
แบบฝึกหัด	148

บทที่ 9	สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย	157
9.1	บทนำ	157
9.2	สมการอันดับหนึ่ง	158
9.3	สมการอันดับสูงกว่าหนึ่ง	166
9.4	สมการพาราโบลิค	173
9.5	สมการไฮเพอร์โบลิค	176
9.6	สมการเอลลิปติก	179
9.7	บทสรุป	184
	แบบฝึกหัด	185
บรรณานุกรม		195
ดัชนี		197
ประวัติผู้เขียน		204

บทที่

1

ก้าวแรกสู่ซอฟต์แวร์

1.1 บทนำ

แมทมาทิกา (Mathematica) เป็นซอฟต์แวร์ทางด้านคณิตศาสตร์การคำนวณและสัญลักษณ์ (computational and symbolic mathematics) ที่มีศักยภาพสูงและได้รับความนิยมในหมู่นักศึกษา วิศวกร นักวิทยาศาสตร์ และนักวิจัยพัฒนาไปทั่วทั้งโลก เป็นซอฟต์แวร์ที่เริ่มประดิษฐ์ขึ้นโดย ดร. สตีเฟน วูลแฟรม (Dr. Stephen Wolfram) ตั้งแต่ พ.ศ. 2522 ด้วยการใช้อยูภาษาซี (C) เพื่อนำคอมพิวเตอร์มาช่วยจัดการสมการทางคณิตศาสตร์ในสะดวกรวดเร็วขึ้น ซึ่งในช่วงเวลาก่อนหน้านั้น ซอฟต์แวร์ส่วนใหญ่ส่วนถูกประดิษฐ์ขึ้นเพื่อให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นตัวเลข (numbers) ไว้สำหรับแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ ประกอบกับในช่วงเวลานั้นเอง งานวิจัยและพัฒนาเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ถูกผลักดันเป็นอย่างมาก งานวิจัยและพัฒนาเหล่านี้ส่วนใหญ่ตั้งอยู่บนความรู้ทางวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องประดิษฐ์สมการอันประกอบด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (symbolic mathematics) ที่มีความซับซ้อนเป็นจำนวนมาก สมการเหล่านี้ใช้เวลาหากทำด้วยมือ อีกทั้งยังเกิดความผิดพลาดได้โดยง่าย

ความต้องการข้างต้นนี้เองก่อให้เกิดซอฟต์แวร์ทางด้านคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ที่แสดงผลออกมาเป็นสมการทางพีชคณิตอันประกอบไปด้วยสัญลักษณ์ เช่น ตัว x ตัว y ไม่ใช่ออกมาเป็นตัวเลขเหมือนกับซอฟต์แวร์ก่อนหน้านี้ ซอฟต์แวร์ทางด้านคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลานั้น ได้แก่ ซอฟต์แวร์ Reduce, Derive และ MacSYMA ซึ่งชื่อซอฟต์แวร์เองก็บ่งบอกความหมายว่าเพื่อลดความซับซ้อนของสมการคณิตศาสตร์ลง (Reduce) การประดิษฐ์สมการคณิตศาสตร์ (Derive) ส่วนซอฟต์แวร์ MacSYMA เกิดขึ้นจากโปรเจกต์ Mac เพื่อทำ SYmbolic MAnipulation ที่สถาบัน MIT (Massachusetts Institute of Technology) ผู้เขียนได้เคยใช้ซอฟต์แวร์ MacSYMA นี้ในการประดิษฐ์สมการทางคณิตศาสตร์ยาว ๆ ที่มีความซับซ้อนในสมัยเรียนปริญญาเอกอยู่เมื่อราว พ.ศ. 2523 ซอฟต์แวร์นี้ต่อมาได้เปลี่ยนชื่อเป็น Maxima เพื่อให้จำได้ง่ายขึ้นและกลายเป็นฟรีแวร์ (freeware) ไม่เสียค่าใช้จ่ายในการใช้งานตั้งแต่ พ.ศ. 2542 เพราะไม่ได้รับการปรับปรุงตั้งแต่นั้นเป็นต้นมา

ในปัจจุบัน มีซอฟต์แวร์ในลักษณะเช่นนี้กว่า 100 ซอฟต์แวร์ ซอฟต์แวร์ที่ได้รับการยอมรับและใช้งานอย่างแพร่หลาย ได้แก่ Matlab, Maple และ Mathematica เนื่องจากซอฟต์แวร์แมทมาทิกาเป็นซอฟต์แวร์ที่มีศักยภาพโดดเด่นทางด้านคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ ซึ่งผู้เขียนเคยใช้เมื่อสมัยทำงานวิจัยอยู่ในองค์การอวกาศนาซา ได้สัมผัสและเกิดความประทับใจในศักยภาพ หนังสือเล่มนี้จึงรวบรวมคำสั่งและวิธีใช้งานที่จำเป็นและสำคัญ ๆ ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้ศึกษาโดยเฉพาะนิสิตนักศึกษาจะได้พบว่าการเรียนคณิตศาสตร์ไม่เป็นเรื่องยากหรือน่าเบื่อหน่ายอีกต่อไป ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นฐานความรู้ที่จำเป็นต่อการศึกษาและเพื่อพัฒนาความรู้ให้แตกฉานขึ้นไปได้อีกมาก คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาบังคับในการเรียนแทบทุกแขนง

1.2 การทำงานผ่านหน้าจอ

เมื่อเปิดแมทมาทิก้าขึ้นเพื่อการใช้งาน หากเรายังไม่มีไฟล์เก่าอยู่ก่อน สิ่งแรกที่ต้องทำคือการสร้างไฟล์ใหม่ แมทมาทิก้าเรียกชื่อไฟล์เช่นนี้เป็นโน้ตบุ๊ก (Notebook) โดยมีนามสกุลเป็น .nb เมื่อคลิกไปที่ Notebook แล้วจะปรากฏพื้นที่ว่างบนหน้าจอเพื่อใช้ในการ

ทำงาน เช่น หากเราต้องการหาผลลัพธ์ของ $2 + 3$ เราก็พิมพ์ $2 + 3$ ลงไป จากนั้นกดปุ่ม Shift ค้างไว้พร้อมกับคลิกปุ่ม Return เราก็จะได้ผลลัพธ์เกิดขึ้นเป็น 5 ดังนี้

In[1]:= $2 + 3$

Out[1]= 5

เมทามาทิกแสดง Input ที่ส่งเข้าพร้อมผลลัพธ์ Output ที่เกิดขึ้นเสมอ เราจะสังเกตเห็นตัวเลขในวงเล็บสี่เหลี่ยมซึ่งระบุลำดับที่ของการคำนวณ Input ที่ส่งเข้าจะแสดงด้วยอักษรตัวหนา (bold) ในขณะที่ผลลัพธ์ Output ที่เกิดขึ้นนั้นแสดงด้วยอักษรตัวปกติ (regular)

อนึ่ง แป้นพิมพ์ทั่วไปมีทั้งปุ่ม Return (หรือปุ่มที่มีสัญลักษณ์ $\leftarrow$ Enter ซึ่งอยู่ด้านขวาข้างกลุ่มของตัวอักษร) และปุ่ม Enter (อยู่มุมขวาล่างสุดของแป้นพิมพ์) หากเราต้องการให้เมทามาทิกทำการคำนวณ เราต้องคลิกปุ่ม Enter หรือคลิกปุ่ม Shift ไปพร้อมกับกดปุ่ม Return จึงจะได้ผลลัพธ์ แต่หากเราคลิกเพียงปุ่ม Return เพียงอย่างเดียวแบบที่เคยชินกับใช้ซอฟต์แวร์อื่น ๆ เมทามาทิกจะไม่ทำการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ให้

เมทามาทิกยังมีตารางสัญลักษณ์ (symbol palettes) เพื่อให้ความสะดวกในการกรอกสมการที่มีความซับซ้อน เช่น หากเราต้องการอินทิเกรต

In[2]:= $\int x^2 dx$

Out[2]= $\frac{x^3}{3}$

นอกจากนั้น เราจะสังเกตเห็นปีกกาสี่เหลี่ยมขนาดต่าง ๆ ทางด้านขวาสุดของบรรทัดซึ่งสอดคล้องกับ In และ Out ที่ปรากฏบนหน้าจอ หากเราคลิกไปที่ปีกกาสี่เหลี่ยมเหล่านั้น เราก็สามารถคัดลอก (copy) เพื่อไปปะ (paste) ลงในรายงานที่ใช้ซอฟต์แวร์ชนิดอื่น ๆ เช่น Word หรือ Notepad ได้เลย จึงสะดวกในการทำรายงานส่งอาจารย์หรือบันทึกเรื่องงานได้อย่างเป็นระบบ

ยิ่งไปกว่านั้น เราอาจใช้เมทามาทิกทำรายงานให้โดยตรงด้วยก็ได้ คำสั่งที่นำเข้า หากถูกล้อมด้วย (* และ *) จะไม่ได้รับการคำนวณ เช่น

(* ประโยคปิดล้อมเช่นนี้คือ comment card ในซอฟต์แวร์ทั่วไป *)

เราสามารถใส่ภาษาอังกฤษและภาษาไทยสำหรับ Text บนเมทามาทิก โดยเลือกใช้ Font รูปแบบและขนาดต่าง ๆ ได้ตามความต้องการ

เมื่อต้องการเลิกใช้งานเมทมาทิกาก็เพียงไปคลิกที่ File แล้วคลิก Exit หากเราทำการคำนวณแล้วเครื่องคอมพิวเตอร์เกิดการค้าง หรือเราต้องการหยุดการทำงาน ให้คลิกที่ Evaluation แล้วคลิกตามด้วย Abort Evaluation ก็ได้

1.3 การเป็นเครื่องคิดเลขขั้นสูง

เมทมาทิกาสสามารถใช้เป็นเครื่องคิดเลขขั้นสูง (advanced calculator) ได้เป็นอย่างดี ดังตัวอย่างต่อไปนี้

In[1]:= (2 + 5) * 3

Out[1]= 21

In[2]:= (2 + 5) / 3

Out[2]= $\frac{7}{3}$

ซึ่งให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเศษส่วนที่เป็นค่าแม่นยำตรง (exact) หากเราต้องการให้ค่าที่เกิดขึ้นเป็นตัวเลขก็เพียงใส่จุดทศนิยมไปบนตัวเลขใด ๆ

In[3]:= (2 + 5.) / 3

Out[3]= 2.33333

ผลลัพธ์ที่ออกมาเป็นค่าแม่นยำนี้มีประโยชน์เมื่อเราต้องการการลดรูปของค่าบางค่า เช่น

In[4]:= $\sqrt{27}$

Out[4]= $3\sqrt{3}$

ซึ่งสามารถคำนวณออกมาเป็นตัวเลขได้โดยใช้คำสั่ง **N[]** หมายถึง Numerical approximation ดังนี้

In[5]:= **N[%]**

Out[5]= 5.19615

โดย % หมายถึงผลลัพธ์ก่อนหน้านี้ อนึ่ง หากเราต้องการค่าที่ละเอียดมากขึ้นเช่นประกอบด้วยตัวเลข 30 ตัว เราก็เพียงพิมพ์ว่า

```
In[6]:= N[Sqrt[27], 30]
```

```
Out[6]= 5.19615242270663188058233902452
```

เมื่อเราสังเกตคำสั่งนำเข้า In[6] ข้างต้นนี้ เราจะเห็นได้ว่าคำสั่งหารากนั้นเราอาจใช้สัญลักษณ์ซึ่งปรากฏในตารางสัญลักษณ์หรือใช้คำสั่ง **Sqrt** ก็ได้ คำสั่งในแมทมาทิกาต้องเริ่มต้นด้วยอักษรตัวใหญ่ (capital letter) แล้วตามด้วยวงเล็บสี่เหลี่ยมเสมอ

ในบางครั้ง เราอาจมีเศษส่วนต่าง ๆ เช่น

$$\text{In}[7]:= \frac{2^{17}}{3^{13}}$$

$$\text{Out}[7]= \frac{131\,072}{1\,594\,323}$$

```
In[8]:= N[%, 40]
```

```
Out[8]= 0.08221169737876201999218477058914661583631
```

แมทมาทิกาก็ยังคงให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นค่าแม่นยำหรือค่าซึ่งประกอบไปด้วยจุดทศนิยมแล้วแต่ความต้องการของเรา

1.4 ค่าคงตัวและฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ค่าคงตัวที่เราใช้กันเป็นประจำในปัญหาทางคณิตศาสตร์คือค่าไพ (pi); ค่าเอกซ์โพเนนเชียล (exponential) แทนด้วยตัว e ซึ่งมีค่าประมาณ 2.72; และค่าจินตภาพ (imaginary value) แทนด้วยตัว i ซึ่งเมื่อยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ -1 ในกรณีเช่นนี้ แมทมาทิกายังคงค่าแม่นยำขณะทำการคำนวณเสมอ ยกเว้นเราต้องการให้แสดงผลลัพธ์ออกมาเป็นตัวเลข เช่น

```
In[1]:=  $\pi$ 
```

```
Out[1]=  $\pi$ 
```

```

In[2]:=  $\pi + 0.$ 
Out[2]= 3.14159
In[3]:=  $N[\pi, 30]$ 
Out[3]= 3.14159265358979323846264338328
In[4]:=  $\text{Log}[e]$ 
Out[4]= 1
In[5]:=  $i^2$ 
Out[5]= -1

```

ฟังก์ชันตรีโกณมิติก็เช่นเดียวกัน เมทาทิกทำให้ผลเป็นค่าแม่นยำตรงเสมอ เช่น

```

In[6]:=  $\text{Sin}\left[\frac{\pi}{4}\right]$ 
Out[6]=  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 
In[7]:=  $\text{Cos}\left[\frac{\pi}{12}\right]$ 
Out[7]=  $\frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ 
In[9]:=  $\text{Tan}[30^\circ]$ 
Out[9]=  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 
In[10]:=  $\text{ArcSin}\left[\frac{-1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right]$ 
Out[10]=  $\frac{\pi}{12}$ 

```

ซึ่งเป็นประโยชน์มากเมื่อเราจำเป็นต้องประดิษฐ์สมการยาว ๆ ที่มีความซับซ้อน โดยเฉพาะในการประดิษฐ์สมการทางฟิสิกส์ในระดับมัธยม รวมไปถึงการประดิษฐ์สมการของคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งซึ่งมักเกิดขึ้นในการทำวิทยานิพนธ์ระดับบัณฑิตศึกษา

1.5 บทสรุป

บทแรกนี้ได้นำเสนอประวัติความเป็นมาของซอฟต์แวร์แมทมาทิกาโดยคร่าว ๆ ซอฟต์แวร์นี้ได้รับการพัฒนามาอย่างต่อเนื่องจนเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซอฟต์แวร์แมทมาทิกามีความโดดเด่นทั้งทางด้านคณิตศาสตร์สัญลักษณ์และการคำนวณ เป็นซอฟต์แวร์ที่มีขนาดใหญ่ประกอบด้วยรายละเอียดเป็นจำนวนมาก

เพื่อให้ผู้ใช้งานได้เริ่มใช้ซอฟต์แวร์นี้โดยง่าย บทแรกนี้จึงนำเสนอเฉพาะวิธีการและคำสั่งที่สำคัญ ๆ เท่านั้น เช่น การเปิดซอฟต์แวร์เพื่อใช้งาน สิ่งปรากฏบนหน้าจอ ปุ่มบนแป้นพิมพ์ที่มีความจำเพาะ และการใช้งานเบื้องต้นกับตัวเลขและสัญลักษณ์ บทต่อ ๆ ไปจะพาผู้อ่านลงลึกไปในอีกระดับหนึ่งเพื่อให้เห็นศักยภาพของซอฟต์แวร์ที่จะก่อให้เกิดความประทับใจว่าซอฟต์แวร์นี้สามารถช่วยงานทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

แบบฝึกหัด

1. จงใช้แมทมาทิกาเพื่อหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

(ก) $(3+7)*4$

(ข) $(3+7.)*4$

(ค) $5/(9-4)$

(ง) $5/9-4$

(จ) $\sqrt{2}/3$

(ฉ) $\sqrt{2}/3.$

2. จงใช้แมทมาทิกาเพื่อหาผลลัพธ์ของเลขเศษส่วนต่อไปนี้

(ก) $\frac{3}{17} - \frac{22}{5} + \frac{4}{7}$

(ข) $\frac{1}{6} + \frac{5}{3} - \frac{8}{9}$

(ค) $\frac{37}{42} - \frac{1}{4} + \frac{2}{13}$

(ง) $\frac{9}{22} + \frac{5}{18} - \frac{1}{3}$

(จ) $\frac{238}{47} - \frac{593}{5} + \frac{79}{12}$

(ฉ) $\frac{47}{17} + \frac{12}{29} - \frac{41}{13}$

3. จงใช้เมทริก้าแสดงผลลัพธ์ในข้อ 2 ออกมาเป็นตัวเลขที่ประกอบด้วยตัวเลขจำนวน 35 ตัว

4. จงหาผลลัพธ์แน่นอนตรงของจำนวนต่อไปนี้

(ก) 15^{18}

(ข) $\sqrt[3]{50653}$

(ค) $(5^2 + 7^2)^3$

(ง) $\sqrt[3]{4913} + \sqrt[4]{28561}$

(จ) $\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{3}{\sqrt{18}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

(ฉ) $\left(\frac{9}{7}\right)\left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$

5. จงใช้เมทริก้าแสดงผลลัพธ์ในข้อ 4 ออกมาเป็นตัวเลขที่ประกอบด้วยตัวเลขจำนวน 35 ตัว

6. จงผลลัพธ์ของเลขจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพต่อไปนี้

(ก) $(2-3i)(5+4i)$

(ข) $(1+i)(1-i)(1-2i)(1+3i)$

(ค) $\left(\frac{1}{3+i}\right)\left(\frac{2i}{1-i}\right)$

(ง) $(3+i)^3$

(จ) $\sqrt{i}\sqrt[3]{i}$

(ฉ) $\sqrt{\sqrt{i}^2 + 5}$

7. ผลลัพธ์ของ e^π และ π^e นั้นมีค่าใกล้เคียงกันมาก ให้ใช้เมทริก้าตรวจสอบออกมาเป็นตัวเลขว่าผลลัพธ์ใดมีค่ามากกว่ากัน และจากนั้นจงใช้เมทริก้าเพื่อแสดงให้เห็นว่า

$$e^\pi = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}\right)^\pi \quad \text{และ} \quad \pi^e = 4^e \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+2k}\right)^e$$

8. จงใช้เมทริก้าเพื่อแสดงให้เห็นว่า

(ก) $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

(ข) $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(ค) $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2+\sqrt{3}$

(ง) $\sec\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2$

(จ) $\csc\left(\frac{11\pi}{12}\right) = \sqrt{2}(1+\sqrt{3})$

(ฉ) $\cot\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \sqrt{3}-2$

9. จงใช้เมทริก้าเพื่อหาค่าของ

(ก) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(ข) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)$

(ค) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

(ง) $\cot^{-1}(-1)$

(จ) $\sec^{-1}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

(ฉ) $\csc^{-1}(\sqrt{2})$

10. จงใช้ตารางสัญลักษณ์ในเมทริก้าเพื่อหาค่าของ

(ก) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

(ข) $\sqrt{2}\sqrt{8}$

(ค) $123!$

(ง) $\infty + 54321$

(จ) $\sqrt{\pi + \sqrt{\pi + \sqrt{\pi}}}$

(ฉ) $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27}$

11. จงใช้ตารางสัญลักษณ์ในเมทริก้าเพื่อหาค่าของ

(ก) $\sum_{n=1}^{20} n^2$

(ข) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

(ค) $\sum_{n=1}^{10} \frac{(-1)^n}{n}$

(ง) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$

(จ) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

(ฉ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n^2+n+1}$

12. จงใช้ตารางสัญลักษณ์ในเมทริก้าเพื่อพิสูจน์ว่า

(ก) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

(ข) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$

(ค) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{3}{4}$

(ง) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$

(จ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$

(ฉ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{1}{3}$

13. จงใช้ตารางสัญลักษณ์ในเมทริก้าเพื่อแสดงว่า

$$(ก) \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}} = \frac{1}{\pi}$$

$$(ข) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2 n}{2^m (m 2^n + 2^m n)} = 2$$

$$(ค) \prod_{i=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{i^3}\right) = \frac{\cosh\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{3\pi}$$

$$(ง) \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{4n^2 - 1}\right)}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}} = \pi$$