cupress

PYTHON

for Mathematics & Computations

ไพธอนสำหรับคณิตศาสตร์และการคำนวณ

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

ไพธอนสำหรับ
คณิตศาสตร์และการคำนวณ

ไพธอนสำหรับ
คณิตศาสตร์และการคำนวณ

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

สำนักพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2563

230.-

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

ไพธอนสำหรับคณิตศาสตร์และการคำนวณ / ปราโมทย์ เดชะอำไพ

1. ไพธอน (ภาษาคอมพิวเตอร์). 2. คณิตศาสตร์ - - การประมวลผลข้อมูล.

3. คณิตศาสตร์ - - โปรแกรมคอมพิวเตอร์.

510.285

ISBN 978-974-03-3927-4

สพจ. 2425

สรรคุณค่าวิชาการ สู่สังคม
Knowledge to All
www.cupress.chula.ac.th

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยแต่ผู้เดียว
การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น
ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จัดพิมพ์โดย สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ครั้งที่ 1 จำนวน 800 เล่ม พ.ศ. 2563

ผู้จัดจำหน่าย **ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

สาขา **ศาลาพระเกี้ยว** โทร. 0-2218-7000-3 โทรสาร 0-2255-4441
สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9881-2 โทรสาร 0-2254-9495
ม.นเรศวร จ. พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-4 โทรสาร 0-5526-0165
ม.เทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา โทร. 0-4421-6131-4 โทรสาร 0-4421-6135
ม.บูรพา จ.ชลบุรี โทร. 0-3839-4855-9 โทรสาร 0-3839-3239
โรงเรียนนายร้อย จปร. จ.นครนายก โทร. 0-3739-3023 โทรสาร 0-3739-3023
ม.พะเยา จ.พะเยา โทร. 0-5446-6799-800 โทรสาร 0-5446-6798
จัตุรัสจามจุรี (CHAMCHURI SQUARE) **ชั้น 4** โทร. 0-2160-5301-2 โทรสาร 0-2160-5304
หัวหมาก โทร. 0-2374-1378 โทรสาร 0-2374-1377
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน จ.นครราชสีมา โทร. 0-4492-2662-3 โทรสาร 0-4492-2664
Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) โทร. 0-2255-4433 http://www.chulabook.com และเครือข่ายฯ

ร้านค้าติดต่อ **แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก** โทร. 0-2374-1375-6 โทรสาร 0-2374-1375

กองบรรณาธิการ : ลักษมณ รชตะวณิชย์

ออกแบบปกและรูปเล่ม : ไกรอัมพร พงษ์ขจร

พิมพ์ที่ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร. 0-2218-3562-3 โทรสาร 0-2218-3547 www.cupress.chula.ac.th

คำนำ

ไพธอน (Python) เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้งานได้ง่ายและไม่เสียค่าใช้จ่าย จึงได้รับความนิยมอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน ไพธอนบรรจุแพ็กเกจที่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพเทียบเท่ากับหลายซอฟต์แวร์ซึ่งต้องเสียค่าใช้จ่ายเพื่อการใช้งาน แพ็กเกจที่เด่น ๆ ประกอบไปด้วยเพ็กเกจทางด้านคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ ส่งผลให้การเรียนวิชาแคลคูลัสและสมการเชิงอนุพันธ์นั้นง่ายดายขึ้นมาก แพ็กเกจทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลขซึ่งบรรจุคำสั่งหลากหลาย ช่วยทำให้การเรียนวิชาวิธีเชิงตัวเลขที่สอนกันในคณะวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์นั้นสะดวกยิ่งขึ้นมากเช่นกัน ในขณะที่แพ็กเกจทางด้านการพล็อตกราฟเพื่อแสดงผลนั้นก็ง่ายต่อการจัดการ ผู้ใช้สามารถใช้คำสั่งสั้น ๆ เพื่อพล็อตกราฟในรูปแบบแตกต่างกัน ทำให้เกิดความเข้าใจในความหมายทางกายภาพของปัญหานั้น ๆ ได้อย่างรวดเร็ว

หนังสือเล่มนี้บรรจุคำสั่งที่สำคัญ ๆ เพื่อใช้แก้ปัญหาเบื้องต้นทางด้านคณิตศาสตร์และการคำนวณ คำสั่งพร้อมตัวอย่างในหนังสือเล่มนี้จะช่วยทำให้ผู้ศึกษาเข้าใจวิธีการใช้ซอฟต์แวร์ไพธอนนี้ได้รวดเร็วมากยิ่งขึ้น ผู้เขียนขอขอบคุณนายศิรวิทย์ นามจันทรา ที่ช่วยอ่านตรวจทานความถูกต้องอย่างละเอียด ขอขอบคุณนางสาวไกรอัมพร พงษ์ขจร ที่ช่วยจัดเรียงหน้าเนื้อหาอย่างเหมาะสม และขอขอบคุณสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่ให้การสนับสนุนจัดพิมพ์หนังสือเล่มนี้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อนิสิต นักศึกษา และผู้ตระหนักถึงความสำคัญของซอฟต์แวร์ไพธอนนี้

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

สารบัญ

คำนำ

บทที่ 1 พื้นฐานไพธอน **1**

1.1 บทนำ 1

1.2 ซอฟต์แวร์ไพธอน 2

1.3 คำสั่งคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3

1.4 ฟังก์ชันคณิตศาสตร์และคำสั่งอื่น ๆ ที่เป็นประโยชน์ 5

1.4.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 5

1.4.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม 6

1.4.3 การหาค่ารากของจำนวนจริง 7

1.4.4 คำสั่งอื่น ๆ ที่เป็นประโยชน์ 7

1.5 การจัดเก็บคำสั่งลงในไฟล์สคริปต์ 8

1.6 บทสรุป 9

แบบฝึกหัด 10

บทที่ 2 เวกเตอร์และเมทริกซ์ **13**

2.1 บทนำ 13

2.2 แพ็กเกจ NumPy สำหรับการสร้างอาร์เรย์ 14

2.3 การสร้างเวกเตอร์และเมทริกซ์ 15

2.4 การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของเวกเตอร์และเมทริกซ์ 17

2.5 เวกเตอร์และเมทริกซ์คณิตศาสตร์เชิงสัญลักษณ์ 20

2.6 บทสรุป 22

แบบฝึกหัด 23

บทที่ 3 การพล็อตกราฟ **29**

3.1 บทนำ 29

3.2 *x-y* พล็อตอย่างง่าย 30

3.3 *x-y* พล็อตทั่วไป 31

3.4 3-D พล็อต 36

3.5 บทสรุป 38

แบบฝึกหัด 39

บทที่ 4 การเขียนโปรแกรม **43**

4.1 บทนำ 43

4.2 ไฟล์สคริปต์ 43

4.3 การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 45

4.4 ข้อมูลนำเข้าและส่งออก 46

4.5 เงื่อนไข 48

4.6 การวนทำซ้ำ 49

4.7 ฟังก์ชัน 51

4.8 บทสรุป 53

แบบฝึกหัด 53

บทที่ 5 การแก้สมการพีชคณิต **57**

5.1 บทนำ 57

5.2 สมการโพลิโนเมียล 57

5.2.1 อันดับหนึ่ง 58

5.2.2 อันดับสอง 58

5.2.3 อันดับทั่วไป 59

5.3 สมการอดิศัย 60

5.4 ระบบสมการ 62
5.4.1 เชิงเส้น 62
5.4.2 ไม่เชิงเส้น 65
5.5 บทสรุป 70
แบบฝึกหัด 70

บทที่ 6 การประมาณค่าในช่วงและการฟิตสมการ 75
6.1 บทนำ 75
6.2 ฟังก์ชันโพลิโนเมียล 76
6.2.1 สัมประสิทธิ์และการหาค่า 76
6.2.2 การบวก ลบ คูณ หาร 78
6.2.3 การหาค่าอนุพันธ์ 80
6.2.4 การอินทิเกรต 81
6.3 การประมาณค่าในช่วง 82
6.3.1 แบบเชิงเส้น 82
6.3.2 แบบเส้นโค้ง 85
6.3.3 แบบใกล้สุดและแบบเฮอร์ไมต์ 86
6.3.4 ปัญหาใน 2 มิติ 88
6.4 การฟิตสมการ 90
6.4.1 แบบเชิงเส้น 90
6.4.2 แบบพหุนาม 92
6.5 การประมวลกลุ่มข้อมูล 94
6.6 บทสรุป 96
แบบฝึกหัด 97

บทที่ 7 การอินทิเกรตและการหาค่าอนุพันธ์ 105
7.1 บทนำ 105

7.2 การอินทิเกรตทั่วไป 105
7.2.1 คำสั่งการอินทิเกรต 105
7.2.2 การอินทิเกรตจำกัดเขต 108
7.2.3 การอินทิเกรตหลายชั้น 112
7.3 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข 113
7.3.1 กฎสี่เหลี่ยมคางหมู 114
7.3.2 กฎของซิมป์สัน 115
7.3.3 กฎของเกาส์ 116
7.3.4 แบบหลายชั้น 119
7.4 การหาค่าอนุพันธ์ 120
7.4.1 อันดับหนึ่ง 122
7.4.2 อันดับสูงขึ้นไป 126
7.5 บทสรุป 127
แบบฝึกหัด 128

บทที่ 8 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ 135
8.1 บทนำ 135
8.2 สมการเชิงอนุพันธ์เดี่ยว 136
8.2.1 อันดับหนึ่ง 136
8.2.2 อันดับสูงขึ้นไป 145
8.3 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ 150
8.4 บทสรุป 153
แบบฝึกหัด 154

บทที่ 9 คณิตศาสตร์สัญลักษณ์ 161
9.1 บทนำ 161

9.2 การกำหนดสัญลักษณ์ 162

9.3 การกระจายและรวมพจน์ในสมการพีชคณิต 164

9.4 การแก้สมการพีชคณิต 168

9.4.1 สมการเดี่ยว 168

9.4.2 ระบบสมการ 169

9.5 การหาค่าอนุพันธ์และการอินทิเกรต 171

9.6 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ 175

9.6.1 สมการเดี่ยว 175

9.6.2 ระบบสมการ 182

9.7 บทสรุป 185

แบบฝึกหัด 186

บรรณานุกรม **195**

ดรรชนี **197**

ประวัติผู้เขียน **203**

บทที่ 1

พื้นฐานไพธอน

1.1 บทนำ

ไพธอน (Python) เป็นซอฟต์แวร์ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพราะมีศักยภาพด้านคณิตศาสตร์และการคำนวณอยู่ในระดับสูง เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้งานได้สะดวก และที่สำคัญที่สุดคือผู้ใช้สามารถดาวน์โหลด (download) มาใช้งานได้ฟรี ในขณะที่การใช้ซอฟต์แวร์อื่น ๆ นั้นมีค่าใช้จ่าย เช่น ซอฟต์แวร์แมทแลบ (MATLAB) แมทมาทิกา (Mathematica) เมเปิล (Maple) เป็นต้น

ซอฟต์แวร์ต่าง ๆ ข้างต้นนี้ล้วนเป็นที่นิยมใช้เพราะบรรจุโมดูล (module) สำเร็จรูปที่สามารถให้ผลลัพธ์ได้ทันทีโดยที่ผู้ใช้ไม่ต้องเขียนโปรแกรมย่อย (subroutine) เหมือนดังที่เคยทำกันมาในอดีต โมดูลสำเร็จรูปต่าง ๆ เหล่านี้มีประโยชน์สำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการคำนวณ ยกตัวอย่างเช่น โมดูลเพื่อหาผลลัพธ์ทั่วไป (general solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) โมดูลเพื่อการอินทิเกรตฟังก์ชันที่กำหนดให้ออกมาในรูปแบบของสัญลักษณ์ (symbolic) หรือตัวเลข (numbers) รวมไปถึงการแก้ระบบสมการทางพีชคณิต (algebraic equations) ที่จำเป็นต้องใช้เพื่อหาผลลัพธ์ของงานทางคณิตศาสตร์และวิศวกรรมในปัจจุบัน

ผู้ที่ใช้ซอฟต์แวร์เหล่านี้ได้เป็นอย่างเหมาะสม จึงมีความได้เปรียบกว่าบุคคลอื่น ๆ เพราะสามารถแก้ปัญหายาก ๆ ได้ง่ายลงมาก หรือทำการบ้านในวิชาต่าง ๆ ได้โดยสะดวกยิ่งขึ้น

1.2 ซอฟต์แวร์ไพธอน

ซอฟต์แวร์ไพธอน (Python) ได้ถูกประดิษฐ์โดย Guido Van Rossum ในสถาบันวิจัยด้านคณิตศาสตร์และการคำนวณ ประเทศเนเธอร์แลนด์ในช่วง ค.ศ. 1980 จากนั้นเริ่มเป็นที่รู้จักและใช้กันมากขึ้น ได้รับการพัฒนาจนกลายเป็นรุ่น Python 2 และ Python 3 ใน ค.ศ. 2000 และ ค.ศ. 2008 ตามลำดับ ในปัจจุบัน Python 3 ได้นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายทั้งในด้านวิชาการ การวิจัยและพัฒนา ไปจนถึงการประยุกต์ใช้ในภาคอุตสาหกรรม

ซอฟต์แวร์ไพธอนสามารถดาวน์โหลดนำมาใช้ได้ฟรีโดยไม่เสียค่าใช้จ่ายจากเว็บไซต์ https://www.python.org การดาวน์โหลดนั้นสามารถทำได้โดยง่ายตามขั้นตอนที่แนะนำในเว็บไซต์นั้น

การใช้งานซอฟต์แวร์ไพธอนหลังจากติดตั้งสำเร็จบนเครื่องคอมพิวเตอร์แล้ว แบ่งออกเป็น 2 โหมด (mode) คือ (1) โหมดใช้งานโดยตรง (interactive mode) และ (2) โหมดสคริปต์ (script mode) กล่าวคือ ผู้ใช้สามารถรวมคำสั่งขึ้นเป็นไฟล์สคริปต์แล้วให้ไพธอนคำนวณรวดเดียวเลยได้ คล้ายกับการใช้โปรแกรมย่อย (subroutine) หรือฟังก์ชันย่อย (function routine) ในภาษาอื่น ๆ

อนึ่ง ในปัจจุบันมีผู้แต่งเชลล์ไพธอน (python shell) หลากหลายในรูปแบบแตกต่างกัน ทำให้การใช้ซอฟต์แวร์ไพธอนบนวินโดวส์ (windows) เป็นไปได้โดยสะดวกและสวยงามมากยิ่งขึ้น เชลล์ไพธอนประกอบไปด้วย IDLE (Integrated DeveLopment Environment), Notepad, PyCharm, Anaconda เป็นต้น

หากผู้ใช้โดยเคยสัมผัสการใช้ซอฟต์แวร์แมทแลบ (MATLAB) มาก่อน จะพบว่าซอฟต์แวร์ไพธอนและแมทแลบมีความคล้ายคลึงกันมากทีเดียว ไม่ว่าจะเป็นลักษณะการเขียนโปรแกรมหรือการใช้งานแพ็กเกจ (package) สำเร็จรูปเพื่อการหาผลลัพธ์และการพล็อตกราฟ แมทแลบมีแพ็กเกจสำเร็จรูปเหล่านี้ฝังตัวในซอฟต์แวร์เรียบร้อยแล้ว ผู้ใช้เพียงเรียกชื่อแพ็กเกจเพื่อนำมาใช้งานได้เลย ในขณะที่ไพธอนไม่มีแพ็กเกจเหล่านี้และต้องเรียกใช้แพ็กเกจที่

คล้ายคลึงกันจากภายนอก จึงทำให้การใช้งานอาจซับซ้อนขึ้นมาอีกเล็กน้อย แพ็กเกจเหล่านี้ที่สำคัญ ๆ สำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์และการคำนวณประกอบไปด้วย : (1) `numpy` เป็นอัลกอริทึม (algorithm) เชิงตัวเลข, (2) `math` เป็นฟังก์ชันมาตรฐานทางคณิตศาสตร์, (3) `sympy` เป็นแพ็กเกจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์สัญลักษณ์ (symbolic mathematics), (4) `matplotlib` เป็นแพ็กเกจเพื่อพล็อตกราฟใน 2 และ 3 มิติ เป็นต้น ผู้ใช้ต้องดาวน์โหลดและติดตั้ง (install) แพ็กเกจเหล่านี้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ก่อนการใช้งาน ขั้นตอนการดาวน์-โหลดและติดตั้งแพ็กเกจต่าง ๆ สามารถทำได้โดยสะดวกจากคำแนะนำในเว็บไซต์เหล่านั้น

เพื่อให้ผู้อ่านได้เข้าใจถึงหัวใจของการใช้งานซอฟต์แวร์ไพธอนเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคำนวณอย่างแท้จริง หนังสือเล่มนี้จึงนำเสนอคำสั่งสำคัญ ๆ ที่จำเป็นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์พื้นฐานเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์อย่างรวดเร็ว ส่วนการแสดงผลด้วยเชลล์ไพธอนเพื่อให้ผลลัพธ์ในรูปแบบอักขระที่สวยงาม ผู้ศึกษาสามารถเพิ่มเติมปรุงแต่งวิธีการใช้งานซอฟต์แวร์ให้ดีมากขึ้นไปได้อีก หลังจากมีความคุ้นเคยกับพื้นฐานการใช้งานซอฟต์แวร์ไพธอนที่ชัดเจนแล้ว

1.3 คำสั่งคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ความสามารถพื้นฐานอย่างหนึ่งของซอฟต์แวร์ไพธอน คือ การใช้คำนวณปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้กันทั่วไปได้โดยง่าย คล้ายกับที่เราใช้เครื่องคิดเลขเพื่อช่วยคำนวณตัวเลข การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เบื้องต้น ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หาร และยกกำลัง สมมุติว่าเราต้องการบวกหรือลบตัวเลขสองจำนวน เราสามารถพิมพ์คำสั่ง ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

```
>>> 2.813 + 5.892
8.705
>>> 9.657 - 4.425
5.232
```

ในการคูณและหารนั้น เราใช้เครื่องหมาย `*` และ `/` แบบปกติ ตามลำดับ

```
>>> 4.823 * 3.219
15.525237
>>> 14.893 / 5.207
2.8601882
```

ส่วนการยกกำลัง เราใช้เครื่องหมาย ** เช่น

```
>>> 8.2 ** 2
67.24
```

เราสามารถกำหนดค่าคงที่ให้กับตัวแปรที่เราสร้างขึ้นมาเอง แล้วนำค่าตัวแปรนั้นไปใช้ในการคำนวณต่อไปได้ เช่น

```
>>> a = 5
>>> a + 4
9
```

หรือกำหนดค่าตัวแปรหลาย ๆ ตัวพร้อมกัน โดยการพิมพ์คำสั่งเพียงบรรทัดเดียวได้ ด้วยการใช้เครื่องหมาย ; (semi-colon) คั่นระหว่างการกำหนดค่าให้กับตัวแปร เช่น

```
>>> a = 2; b = 3; c = 4
>>> a + b - c
1
```

การกำหนดค่าให้กับตัวแปรต้องทำด้วยความระมัดระวัง เพราะตัวแปรที่ใช้ตัวพิมพ์เล็กและตัวพิมพ์ใหญ่นั้นถือว่าเป็นคนละตัวแปรกัน เช่น

```
>>> d = 5; D = 2
>>> d + D
7
>>> d - D
3
```

ลำดับขั้นตอนของการคำนวณทางคณิตศาสตร์ในซอฟต์แวร์ไพธอนเป็นไปตามมาตรฐานของการคำนวณโดยทั่วไป นั่นคือซอฟต์แวร์จะให้ความสำคัญกับการยกกำลังก่อน จากนั้นจึงดำเนินการคูณกับหาร ซึ่งทั้งคูณกับหารนี้มีระดับความสำคัญเท่า ๆ กัน สุดท้ายก็จึงเป็นการพิจารณาการบวกและลบ เพื่อให้เข้าใจลำดับการคำนวณที่กล่าวมาได้ดียิ่งขึ้น เราจะพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

```
>>> 10 - 3 ** 2 * 2 / 3 + 7
11.0
```

ในทางปฏิบัติ เรามักใช้วงเล็บช่วยในการจัดลำดับในการคำนวณเพื่อให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยโปรแกรมจะคำนวณค่าในวงเล็บก่อน จากนั้นจึงดำเนินการตามลำดับการคำนวณดังกล่าวข้างต้น เช่น ต้องการคำนวณ

$$5^3\left(\frac{3}{5}+\frac{9}{2^3}\right)$$

เราก็พิมพ์คำสั่งดังนี้

```
>>> (5**3)*((3/5) + (9/(2**3)))
215.625
```

1.4 ฟังก์ชันคณิตศาสตร์และคำสั่งอื่น ๆ ที่เป็นประโยชน์

ในหัวข้อนี้เราจะมาเรียนรู้การใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่มักใช้สำหรับการคำนวณทางด้านวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม และการหาค่ารากที่สอง รวมถึงคำสั่งอื่น ๆ อันเป็นประโยชน์เพื่อการใช้งานซอฟต์แวร์ไพธอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.4.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ซอฟต์แวร์ไพธอนไม่ได้บรรจุค่าคงที่และฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ใช้งานทางคณิตศาสตร์ตามปกติไว้ในซอฟต์แวร์หลัก ดังนั้นเราจึงต้องนำเข้า (import) แพ็กเกจซึ่งบรรจุค่าคงที่และฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์เหล่านี้เข้ามาก่อนเรียกใช้งาน ยกตัวอย่างเช่น หากเราต้องการใช้ค่าไพ (pi) เราอาจนำเข้าแพ็กเกจ `math` ก่อน แล้วจึงแสดงค่าของไพ ดังนี้

```
>>> import math
>>> math.pi
3.141592653589793
```

สมมุติว่าเราต้องการหาค่าไซน์ (sine) ของมุม 60 องศา (degree) เราต้องพิมพ์คำสั่งดังนี้

```
>>> math.sin(math.pi/3)
0.8660254037844386
```

ซึ่งต้องมีคำว่า `math.` นำหน้าค่าคงที่หรือฟังก์ชันเหล่านั้นอยู่เสมอ ส่วนค่ามุมที่ใช้กับฟังก์ชันตรีโกณมิติต้องเป็นเรเดียน (radian) ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ ก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน เช่น การหาค่าโคไซน์ (cosine) ที่ 45 องศา

```
>>> math.cos(math.pi/4)
0.7071067811865476
```

ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน เช่น arcsine, arccosine และ arctangent ก็สามารถหาได้ในทำนองเดียวกัน เช่น

```
>>> math.asin(0.5)
0.5235987755982989
>>> math.acos(-0.3)
1.8754889808102941
>>> math.atan(1.5)
0.982793723247329
```

ส่วนฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก เช่น hyperbolic sine, hyperbolic cosine และ hyperbolic tangent เราพิมพ์คำสั่งในทำนองเดียวกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

```
>>> math.sinh(3)
10.017874927409903
>>> math.cosh(2)
3.7621956910836314
>>> math.tanh(4)
0.999329299739067
```

1.4.2 ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลคือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป e^x เช่น หากเราต้องการหาค่า e^3 ก็สามารถพิมพ์คำสั่งได้ดังนี้

```
>>> math.exp(3)
20.085536923187668
```

เนื่องจากฟังก์ชันลอการิทึมมีหลายฐาน หากเป็นฟังก์ชันลอการิทึมฐานธรรมชาติ (natural logarithm) ก็พิมพ์ว่า

```
>>> math.log(1)
0.0
```

แต่ถ้าต้องการใช้ฟังก์ชันลอการิทึมฐานสิบ เราก็พิมพ์ว่า

```
>>> math.log10(10)
1.0
```