



มีเพียง “ความรู้” เท่านั้นที่มนุษย์ใช้พลิก “โลก”
และเปลี่ยนชีวิต เราจึงสร้างสรรค์ และส่งมอบ “ความรู้”
ในรูปแบบที่ดีกว่า เพื่อให้คนไทย “เรียนรู้” ได้ตลอดชีวิต

Only “Knowledge” can help human
change “The World” and “Their Lives”.

With this truth, it drives us to deliver
“Knowledge” for Thai being able to
“Learn” better everyday.



เตรียมสอบ คณิตศาสตร์ เข้มข้น มหิดลวิทยานุสรณ์, เตรียมอุดมศึกษา, กำเนิดวิทย์ มั่นใจเต็ม 100

AUTHOR

อำนวยการ สรุทิตติดำรง

EDITORIAL

ศิริกาญจน์ วงศ์เสวตศิลา sirikarn_r@idcpremier.com

GRAPHIC DESIGNERS

ชวนันท์ รัตนะ, วุฒิพันธ์ สมพระเมฆ

PAGE LAYOUT

จินตะนา เขียนนอก

PROOFREADER

สุนทรี บรรลือศักดิ์

PUBLISHING COORDINATORS

วรพล ฅนธิกุล, สุพัตรา อาจปฐ, ศรัณย์ คมขำ

PUBLISHED AND DISTRIBUTED BY



บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด

200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901

อาคารจัสตินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์

ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120

โทรศัพท์ 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)

โทรสาร 0-2962-1084

สมาชิกสัมพันธ์

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 121 โทรสาร 0-2962-1084

ร้านค้าและตัวแทนจำหน่าย

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 112-114 โทรสาร 0-2962-1084



พิมพ์ครั้งที่ 1 มีนาคม 2564

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

อำนวยการ สรุทิตติดำรง

เตรียมสอบ คณิตศาสตร์ เข้มข้น มหิดลวิทยานุสรณ์,

เตรียมอุดมศึกษา, กำเนิดวิทย์ มั่นใจเต็ม 100

นนทบุรี : ไอดีซี, 2564

332 หน้า

1. คณิตศาสตร์

I ชื่อเรื่อง

510

Barcode 885-916-100-830-9

เครื่องหมายการค้าอื่นๆ ที่อ้างถึงเป็นของบริษัทนั้นๆ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด จัดตั้งขึ้นเพื่อเผยแพร่ความรู้ที่มีคุณภาพสู่ผู้อ่านชาวไทย เรายินดีรับงานเขียนของนักวิชาการและนักเขียนทุกท่าน ท่านผู้สนใจกรุณาติดต่อผ่านทางอีเมลที่ infopress@idcpremier.com หรือทางโทรศัพท์หมายเลข 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย) โทรสาร 0-2962-1084

ราคา 295 บาท



คำนำ

หนังสือแนวข้อสอบคณิต สอบเข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา มหิดลวิทยานุสรณ์ กำเนิดวิทย์ เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการแข่งขันสอบเข้า ม.4 ที่สูง การเตรียมตัวเพื่อสอบเข้าเรียนจึงมีความสำคัญมาก รูปแบบข้อสอบจริงนั้นมีความซับซ้อน มีความหลากหลาย นักเขียนจึงได้มีการวิเคราะห์เจาะลึกแนวข้อสอบ เพื่อให้ผู้อ่านได้เข้าใจในเนื้อหาและรูปแบบข้อสอบของแต่ละโรงเรียนมากยิ่งขึ้น ข้อสอบในเล่มได้รวบรวมจากโจทย์เก่าข้อสอบจริงมีทั้งโจทย์ที่แบ่งตามระดับความยาก จากระดับ 1-3 ซึ่งเป็นการฝึกทักษะ และโจทย์แบ่งตามสนามสอบ เพื่อให้มีความคุ้นชินก่อนการสอบจริง ด้วยวิธีการเฉลยที่ละเอียดและมีเทคนิคในการทำข้อสอบเพื่อให้เร็วขึ้น

ทั้งนี้ กราบขอบพระคุณในความอนุเคราะห์ของอาจารย์ผู้ตรวจสอบทางวิชาการ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่ามาช่วยตรวจทานความถูกต้องของเนื้อหาของหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้หนังสือมีคุณภาพ และเกิดประโยชน์ต่อผู้อ่านสูงสุด

บัณฑิต สุทธิศีล

วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

จากใจนักเรียน

โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เป็นโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่จัดว่าเป็นระดับท็อปของประเทศ ซึ่งในแต่ละปีมีการแข่งขันเพื่อสอบเข้าสูงมาก ตัวอย่างเช่น มีนักเรียนที่สมัครสอบโรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ พร้อมกับโรงเรียนในเครือแต่ละปีอยู่ทีราว 20,000 คน ขณะที่โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณรับนักเรียนเพียงปีละ 240 คนเท่านั้น หรือมีผู้สมัครสอบเข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาสายวิทย์ราว 10,000 คน ขณะที่ยอได้รับอยู่เพียง 750 คนเท่านั้น

โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ถือเป็นโรงเรียนในฝันของนักเรียนทั่วประเทศอย่างแท้จริง โดยโรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณและโรงเรียนกำเนิดวิทย์ เป็นโรงเรียนประจำที่มีทุนการศึกษาและมีที่พักและอาหาร มีความพร้อมที่จะรองรับนักเรียนคนเก่งจากทั่วประเทศ

โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา มีศิษย์เก่าที่ประสบความสำเร็จอย่างมากมายในแวดวงวิชาการ สอบเข้ามหาวิทยาลัยชั้นนำในคณะซึ่งเป็นที่ยอมรับในแต่ละปีได้เป็นจำนวนมาก สิ่งเหล่านี้เป็นสิ่งที่ทำให้โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา มีการแข่งขันของการสอบเข้า ม.4 ที่สูงมากในทุกปี

เนื่องจากการแข่งขันที่สูง การเตรียมตัวเพื่อสอบเข้าเรียนต่อทั้ง 3 โรงเรียนนี้จึงมีความสำคัญมาก นักเรียนทั่วประเทศควรมีโอกาสได้ศึกษา ได้เห็นแนวของโจทย์เก่า ข้อสอบจริงที่มีความซับซ้อน สอดคล้องกับแนวโจทย์สอบเข้าปัจจุบัน ได้ทราบวิธีการคิดที่ละเอียด หลากหลาย และดีที่สุด

หนังสือเล่มนี้ครูยังได้รวบรวมจากโจทย์เก่า ข้อสอบจริงสำหรับการสอบเข้า ม.4 โรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ที่ได้จากการที่ลูกศิษย์ช่วยกันจดจำมาหลายข้อถูกนำมาดัดแปลงเพิ่มเติมโจทย์ให้มีความเหมาะสม เสริมด้วยการประยุกต์ที่ซับซ้อนมากขึ้น เหมาะกับแนวทางของข้อสอบในปัจจุบัน

อีกทั้ง ครูยังยังได้รวบรวมโจทย์เพิ่มเติมจากหลายแหล่งความรู้ที่น่าสนใจทั้งในและต่างประเทศ แล้วนำมาดัดแปลงใหม่ทั้งหมดให้มีความใกล้เคียงข้อสอบปัจจุบัน และยังมีอีกหลายข้อที่ครูยังคิดค้นโจทย์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ที่อยู่ในแวดวงกววิชามายาวนานมากกว่า 15 ปี

ครูยังหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะมีประโยชน์กับนักเรียนทุกคน ที่มีความใฝ่ฝันที่จะได้ศึกษาต่อในโรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ขอให้ทุกคนประสบความสำเร็จสอบติดโรงเรียนมหิตลิวทยาสุรณ, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ และโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาครับ

ครูยัง (อานวย สุรกิตติดำรง)

ข้อแนะนำในการใช้หนังสือ

โจทย์ในเล่มนี้

1. แบ่งระดับความยาก

ชุดโจทย์ระดับง่าย	จำนวน 2 ชุด
ชุดโจทย์ระดับปานกลาง	จำนวน 2 ชุด
ชุดโจทย์ระดับยาก	จำนวน 2 ชุด

จะแบ่งเป็น 3 ตอน คือ

- ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้อง (ข้อยส์)
- ตอนที่ 2 จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง
- ตอนที่ 3 จงแสดงวิธีทำ

การแบ่งลักษณะของโจทย์เป็น 3 ตอนนั้น จะทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะ ทั้งการตัดตัวเลือก ความแม่นยำ ในการหาคำตอบ การเขียนอธิบายและการพิสูจน์

2. แบ่งตามสนามสอบ

- ข้อสอบเสมือนจริงเข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
- ข้อสอบเสมือนจริงเข้าโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์
- ข้อสอบเสมือนจริงเข้าโรงเรียนกำเนิดวิทย์

ส่วนข้อสอบเสมือนจริงทั้ง 3 ชุดนั้น จะทำให้นักเรียนเข้าถึงแนวข้อสอบเก่า หรือแนวการสอบที่ใกล้เคียงกับข้อสอบจริงมากที่สุด

ทั้งนี้ วิชาคณิตศาสตร์ นอกเหนือจากทฤษฎี กฎ นิยาม และสูตรต่างๆ ที่นักเรียนควรจะต้องทราบแล้ว สิ่งที่สำคัญกว่านั้นคือ การฝึกฝน ฝึกทำโจทย์ที่มีระดับความยากใกล้เคียงกับข้อสอบจริง

ครูยังแนะนำว่า นักเรียนควรฝึกทำโจทย์เรียงลำดับจากง่ายไปยาก โดยให้เวลากับการคิดโจทย์แต่ละข้ออย่างจริงจังก่อนที่จะเปิดดูเฉลย ซึ่งในระหว่างการคิดนั้นนักเรียนจะได้ฝึกประมวลความรู้ทั้งหมดทั้งจากทฤษฎีต่างๆ ที่ได้ร่ำเรียนมา รวมถึงจากการทำโจทย์ต่างๆ ที่ได้เคยผ่านการฝึกฝนมาก่อนหน้า ซึ่งครูยังมองว่าเป็นช่วงเวลาที่สำคัญ และจะเป็นการยกระดับความสามารถของนักเรียนเอง

ถ้านักเรียนให้เวลากับการคิดข้อนี้กันอย่างจริงจังแล้ว ยังทำไม่ได้ก็สามารถเปิดดูเฉลยละเอียดได้ หลังจากได้ดูเฉลยแล้ว ครูยังแนะนำให้นักเรียนลองกลับไปทำข้อนี้ใหม่ ด้ว่ามีความเข้าใจ เก็บได้มากน้อยเพียงใด จากสิ่งที่ได้ดูเฉลยไป เมื่อนักเรียนได้ฝึกทำตามทักษะที่ครูยังแนะนำเบื้องต้นแล้ว ครูยังเชื่อว่านักเรียนทุกคนจะมีทักษะการทำโจทย์เพิ่มขึ้นอย่างแน่นอน ไม่มากก็น้อยตามแต่ศักยภาพของแต่ละบุคคล

วิเคราะห์แนวข้อสอบ

จากที่นักเรียนเคยทราบมาบ้างจากรุ่นพี่ จากเพื่อน จากคุณครู หรือจากบุคคลที่รู้จักว่า ข้อสอบคณิตศาสตร์เข้า ม.4 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ และโรงเรียนกำเนิดวิทย์ มีความยากซับซ้อนและประยุคอย่างมาก อีกทั้งการสอบเข้ายังมีการแข่งขันในระดับที่สูงมาก จากนักเรียนระดับท็อปที่มีเกรดเฉลี่ยสูงจากนักเรียนทั่วประเทศ เพราะฉะนั้นการเตรียมตัว เตรียมความรู้ให้พร้อม รวมถึงการรู้แนวของข้อสอบจึงเป็นสิ่งสำคัญมาก



วิเคราะห์แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สำหรับโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เป็นโรงเรียนระดับชั้นมัธยมปลายที่มีชื่อเสียงมาอย่างยาวนาน เป็นแหล่งรวมเด็กที่มีศักยภาพทางวิชาการจำนวนมาก เป็นโรงเรียนในฝันของนักเรียน หรือผู้ปกครองหลายท่านที่อยากให้บุตรหลานได้เข้ามาศึกษา ซึ่งสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ คือ อัตราการแข่งขันที่สูงมากๆ ราว 10-11 : 1 ในแต่ละปี

ทั้งนี้ ข้อสอบคณิตศาสตร์ของโรงเรียนเตรียมอุดม มีความแตกต่างจากข้อสอบของ 2 โรงเรียนที่ได้วิเคราะห์ข้างต้น กล่าวคือ นักเรียนจะได้ข้อสอบในช่วงเช้าทั้ง 3 วิชา (คณิตศาสตร์, ภาษาไทย, สังคมศึกษา) มาในคราวเดียว ซึ่งมีเวลาให้ทำ 2 ชั่วโมง 30 นาที โดยนักเรียนจะต้องจัดสรรเองว่าจะทำวิชาใดก่อนหรือหลัง

โดยทั่วไป เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้เวลาคิดค่อนข้างนาน เมื่อเปรียบเทียบกับวิชาภาษาไทย หรือสังคมศึกษา รุ่นพี่ที่ประสบความสำเร็จ มักจะแนะนำให้ทำวิชาภาษาไทยและสังคมศึกษาก่อนให้เสร็จให้เร็วที่สุด ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลา 40 นาทีโดยประมาณ จะเหลือเวลาเพียง 110 นาที กับการทำโจทย์คณิตศาสตร์ 50 ข้อ ซึ่งนั่นหมายความว่า ถ้าเราต้องการทำให้ครบ เราจะใช้เวลาในการทำโจทย์ 1 ข้อ ราวๆ 2 นาที

ข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษานั้น สามารถแบ่งได้เป็น 3 กลุ่มหลักๆ ซึ่งแต่ละกลุ่มจะออกข้อสอบราว 1 ใน 3 คือ

1

พีชคณิต :
จำนวน

จำนวน คือ พวกเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข, จำนวนจริง, เลขยกกำลัง, ความน่าจะเป็น, สถิติ

2

พีชคณิต :
สมการ

สมการ คือ พวกเกี่ยวกับสมการทั้งหมด, การแปรผัน และพหุนาม

3

เรขาคณิต

จากที่ทราบโดยทั่วกันว่า ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เป็นหนึ่งในวิชาที่ยากที่สุดตอนสอบเข้า นั้นหมายความว่า เราไม่สามารถที่จะทำได้ครบทุกข้อ สิ่งที่นักเรียนจะต้องพึงระลึกไว้ คือ ข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาเป็นแบบ Speed Test ต้องเลือกข้อทำ



โดยเทคนิคที่เป็นที่นิยมทำ คือ ก่อนที่จะเริ่มทำข้อสอบคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนเปิดดูข้อสอบทั้ง 50 ข้อให้ครบถ้วนก่อน แล้วเลือกหรือเล็ง หรือทำสัญลักษณ์ไว้เป็น 3 กลุ่ม (โดยขั้นตอนนี้ควรจะใช้เวลาเพียง 2-3 นาทีเท่านั้น)

กลุ่มที่ 1 ข้อไหนจะทำแน่ๆ แบบว่าเข้าทาง (เรียกกลุ่มนี้ว่า “ทำแน่”)

กลุ่มที่ 2 ข้อไหนที่อาจจะมาทำ ถ้าทำกลุ่มที่ 1 หมดแล้ว (เรียกกลุ่มนี้ว่า “ไม่แน่”)

กลุ่มที่ 3 ข้อไหนที่ไม่ทำแน่ๆ เพราะยากเกินไป หรือใช้เวลานานเกินไปแน่ๆ (เรียกกลุ่มนี้ว่า “ไม่ทำ”)
และไม่ควรจะมาเสียเวลากับกลุ่มนี้อีก

โดยนักเรียนควรจะหมั่นเช็คเวลาเสมอ เพื่อให้ทำข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาให้ได้มากที่สุดและถูกต้องที่สุดในเวลาที่จำกัด

วิเคราะห์แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สำหรับโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์จะมีการสอบ 2 รอบ รอบ 1 คัดเลือกนักเรียน 500 คนจากนักเรียนทั่วประเทศ รวบรวม 2 หมื่นคน และรอบ 2 คัดนักเรียน 240 คนแรกเป็นตัวจริง (ไม่เรียงคะแนน) และส่วนที่เหลือเป็นสำรอง (เรียงตามคะแนน)

สำหรับการสอบคณิตศาสตร์นั้น จะจัดอยู่ในช่วงเช้า ใช้เวลาประมาณ 2 ชั่วโมง 30 นาที โดยมีคำถามรวม 35-45 ข้อ จัดแบ่งเป็นแบบมีหลายตัวเลือก (บางปีมี 18 ข้อ บางปีมี 21 ข้อ) และเป็นแบบเติมคำตอบ (โดยจะมีการแสดงวิธีทำ และ/หรือมีการพิสูจน์ในบางปี สำหรับข้อสอบรอบ 2 ด้วย)

แบบ
ตัวเลือก

แบบเติม
คำตอบ

โดยจะมีทั้งส่วนที่เป็น seen ซึ่งเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถเตรียมพื้นฐานความรู้ได้จากการฝึกฝนทำโจทย์ และส่วนที่เป็น unseen จะเป็นบทความทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนอาจจะไม่เคยพบเจอมาก่อน โดยทางโรงเรียนจะเปลี่ยนรูปแบบของการสอบในแต่ละปี ให้ความหลากหลาย ทำให้จำนวนข้อ seen และ unseen ในแต่ละปี หรือในปีเดียวกัน รอบ 1 และรอบ 2 อาจมีความแตกต่างกัน

ทั้งนี้ ในการทำข้อสอบแต่ละข้อนั้น นักเรียนจะมีเวลาในการทำโจทย์อยู่รวมข้อละ 4 นาที ครูยังแนะนำว่าหลังจากได้รับข้อสอบแล้ว นักเรียนควรจะต้องเปิดดูข้อสอบคร่าวๆ ดูให้ครบทุกข้ออย่างรวดเร็ว



SEEN

โดยในส่วนที่เป็น seen นั้น มีข้อไหนที่เราพอจะทำได้ ให้รีบทำก่อน

โดยส่วนใหญ่แล้ว ลูกศิษย์ครูยังหลายรุ่นมักจะได้คะแนนจากการทำส่วนที่เป็นพีชคณิตค่อนข้างมาก เนื่องจากเป็นแนวโจทย์ที่คุ้นเคยจากการหมั่นฝึกฝนทำโจทย์เยอะๆ โดยเฉพาะในหัวข้อที่เกี่ยวกับสถิติ, สมการกำลังสอง กำลังสาม, พหุนาม, การแปรผัน ขณะที่ส่วนที่เป็นเรขาคณิต มักจะทำคะแนนได้ดีสำหรับหัวข้อพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยโจทย์เรขาคณิตจะมีทั้งที่มีรูปภาพมาให้และไม่มีรูปภาพมาให้ ซึ่งก็จะใช้เวลาในการทำแต่ละข้อมากกว่าข้อที่เป็นพีชคณิต โดยเฉพาะข้อที่ไม่มีรูปภาพมาให้ นักเรียนจะต้องประมวลข้อมูลจากโจทย์ในการวาดเป็นภาพออกมา ซึ่งหลายข้อก็ต้องประยุกต์ใช้ความรู้เรขาคณิตในหลายๆ เรื่อง รวมถึงมักจะมีการลากเส้น ต่อจุดเพิ่มเติม ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนหลายคนไม่ถนัด แต่ข้อเหล่านี้มักจะเป็นข้อตัด ข้อที่คิดว่าใครจะผ่าน



การคัดเลือก นั้นหมายความว่าสำหรับการสอบเข้า ม.4 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ นั้น นักเรียนไม่สามารถตัดหัวข้อใดในคณิตศาสตร์ออกได้ เพียงแต่ว่าต้องเลือกทำข้อที่ถนัดก่อนเพื่อให้ได้จำนวนข้อมากที่สุด และไม่ทำให้จังหวะในการทำข้อสอบเสียไป

ขณะที่ส่วนที่เป็น unseen นั้น มักจะเป็นบทความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องตั้งใจศึกษาบทความที่ให้นั้นให้เข้าใจในเวลาอันสั้น แล้วนำความรู้ที่นำมาประยุกต์ต่อยอดเพื่อหาคำตอบ

UNSEEN

วิเคราะห์แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สำหรับโรงเรียนกำเนิดวิทย์

โรงเรียนกำเนิดวิทย์ถึงแม้จะเพิ่งก่อตั้งได้ไม่นาน แต่เนื่องด้วยเป็นแหล่งรวมของนักเรียนที่มีผลการเรียนดีจากทั่วประเทศ ได้มาบ่มเพาะความรู้ ความเชี่ยวชาญ เพิ่มทักษะทางด้านการวิเคราะห์และการใช้ความรู้ที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนรุ่นแรกๆ ที่จบออกไปมีสถิติของการสอบเข้าเรียนต่อในคณะของมหาวิทยาลัยที่มีชื่อเสียงทั้งในประเทศและต่างประเทศเป็นจำนวนมาก ทำให้ทุกวันนี้มีการแข่งขันสูงชันมากเพื่อที่จะได้เข้าเรียนในโรงเรียนกำเนิดวิทย์

ทั้งนี้ เพื่อเป็นการคัดเลือนักเรียนที่มีความสามารถทางวิชาการ ข้อสอบที่สอบเข้าโรงเรียนกำเนิดวิทย์ ค่อยๆ เพิ่มความยาก ความซับซ้อนขึ้นมาทุกๆ ปี โดยในปีล่าสุด ข้อสอบเข้าโรงเรียนกำเนิดวิทย์จัดอยู่ในเกณฑ์ยากมาก ใช้ทักษะการคิดและประยุกต์ค่อนข้างมาก

ข้อสอบที่สอบเข้าโรงเรียนกำเนิดวิทย์จะมี 2 รอบ โดยในรอบแรกการสอบคณิตศาสตร์จัดอยู่ในช่วงเช้า ใช้เวลาประมาณ 2 ชั่วโมง 30 นาที มีคำถามอยู่ราว 30 ข้อ (ในแต่ละปีและแต่ละรอบ อาจมีความแตกต่างกัน)

ตอนที่

1

ตั้งแต่ข้อ 1-10 แต่ละข้อเป็นระบบ 5 ตัวเลือก

โดยใช้ความรู้จากเนื้อหาที่เรียนมาแล้วในระดับมัธยมต้น (seen)

ตอนที่

2

ตั้งแต่ข้อ 11-20 เป็นแบบเติมคำตอบ

โดยใช้ความรู้จากเนื้อหาที่เรียนมาแล้วในระดับมัธยมต้น (seen)

ตอนที่

3

ตั้งแต่ข้อ 21-30 เป็นแบบเติมคำตอบ (unseen)

ซึ่งอาจเป็นบทความหรือเป็นเกมทางคณิตศาสตร์

ทั้งนี้ ในการทำข้อสอบแต่ละข้อนั้น นักเรียนจะมีเวลาในการทำโจทย์ อยู่ราวข้อละ 5 นาที ครูยังแนะนำว่าหลังจากได้รับข้อสอบแล้ว นักเรียนควร จะเปิดดูข้อสอบคร่าวๆ ดูให้ครบทุกข้ออย่างรวดเร็ว ส่วนเทคนิคในการทำส่วนที่เป็น seen และ unseen เหมือนที่ครูยังได้กล่าวไปแล้ว ในส่วนของการวิเคราะห์ข้อสอบ เข้าโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ข้างต้น



ครูยังหวังว่า การฝึกฝนทำโจทย์ที่มีความยากใกล้เคียงข้อสอบจริงจากหนังสือเล่มนี้ จะทำให้นักเรียนมีทักษะที่ดี และมีความพร้อมที่สุดที่จะรับมือกับข้อสอบจริง และทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จ ได้เข้าเรียนในโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์, โรงเรียนกำเนิดวิทย์ หรือโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ซึ่งทั้ง 3 โรงเรียน ดังกล่าวถือว่าเป็นโรงเรียนระดับท็อป เป็นโรงเรียนในฝันของนักเรียนหลายๆ คนในระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายครับ

สารบัญ

Part 1 ข้อสอบวัดระดับ

ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1	2
ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 2	7
เฉลยข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1	12
เฉลยข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 2	32
ข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 1	57
ข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 2	62
เฉลยข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 1	67
เฉลยข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 2	91
ข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1	117
ข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 2	123
เฉลยข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1	128
เฉลยข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 2	157

Part 2 แนวข้อสอบ

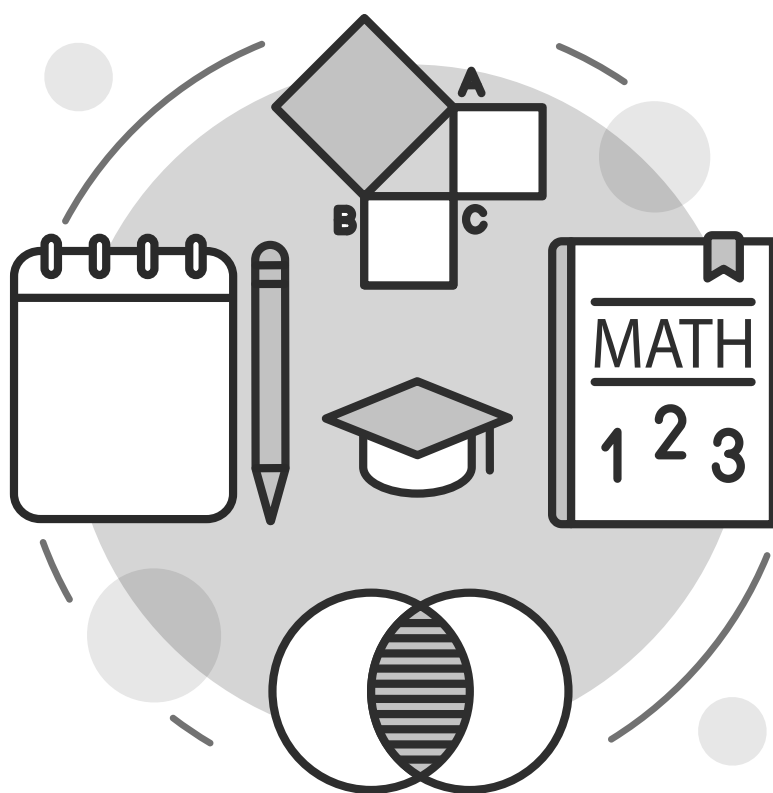
แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา	194
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา	202
แนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์	246
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์	255
แนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	286
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	293



PART

ข้อสอบวัดระดับ

1



ข้อสอบระดับ 1

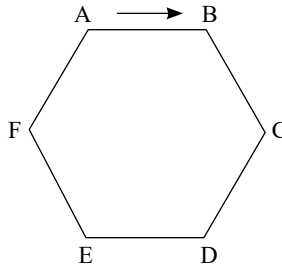
ข้อสอบระดับ 2

ข้อสอบระดับ 3

ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 16 ข้อ

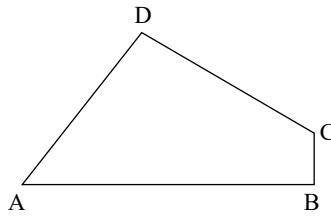
1. มดตัวหนึ่งอยู่ที่มุม A ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ABCDEF โดยมดเดินไปตามเส้นรอบรูปของรูปหกเหลี่ยม เดินครั้งแรกไปถึงจุด B หลังจากนั้นเดินไประยะทางเป็น 2 เท่าของครั้งก่อนหน้าเสมอจนหาระยะทางทั้งหมด หลังจากเคลื่อนที่ 2029 ครั้ง เท้ากับที่หน่วย และจะหยุดที่จุดใด



- 1) $2^{2029} - 1$ หน่วย และหยุดที่จุด B 2) $2^{2029} - 1$ หน่วย และหยุดที่จุด C
3) $2^{2029} + 1$ หน่วย และหยุดที่จุด B 4) $2^{2029} + 1$ หน่วย และหยุดที่จุด C
2. กำหนดให้ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้ $\frac{1}{a^3} = \frac{512}{b^3} = \frac{125}{c^3} = \frac{d}{(a+b+c)^3}$ แล้วจงหาค่าของ d เท้ากับเท้าใด
- 1) 1,728 2) 2,197 3) 2,744 4) 3,375
3. ต้องการนำเลข 20270518 มาเรียงเป็นเลขคือ 8 หลัก ที่ต่างกันได้กี่วิธี
- 1) 2,560 2) 2,600 3) 2,640 4) 2,700
4. กำหนดให้ $*$ เป็นการดำเนินการของจำนวนเต็ม โดย $a*1=a'$, $a*b'=(a*b)'$, $a'=a+2$ จงหาค่าของ $11*7$ เท้ากับเท้าใด
- 1) 13 2) 15 3) 17 4) 19
5. ค่าใช้จ่ายในการจัดงานเลี้ยงครั้งหนึ่ง ส่วนหนึ่งคงที่ อีกส่วนหนึ่งแปรผันตามจำนวนผู้มาร่วมงาน ถ้ามีผู้มาร่วมงาน 80 คน จะเสียค่าใช้จ่าย 6,400 บาท และถ้ามีผู้มาร่วมงาน 120 คน จะเสียค่าใช้จ่าย 8,800 บาท จงหาว่า ถ้ามีผู้มาร่วมงาน 250 คน จะเสียค่าใช้จ่ายกี่บาท
- 1) 16,000 2) 16,600 3) 17,200 4) 17,800
6. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $a^2 + ab + bc + ca = 135$, $b^2 + ab + bc + ca = 144$, $c^2 + ab + bc + ca = 240$ แล้วค่าของ $a + b + c$ เท้ากับเท้าใด
- 1) 19 2) 20 3) 21 4) 22

7. จำนวนเต็มบวก k คือ จำนวน “powerful” เมื่อมีจำนวนเต็มบวก p, q, r, s, t ที่ต่างกัน ทำให้ $p^2, q^3, r^5, s^7, t^{11}$ ไปหาร k ลงตัว จงหาว่าจำนวน powerful ที่มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับเท่าใด
 1) 512 2) 729 3) 1,024 4) 2,048
8. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้
$$\frac{1}{9\sqrt{11}+11\sqrt{9}} + \frac{1}{11\sqrt{13}+13\sqrt{11}} + \frac{1}{13\sqrt{15}+15\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+2}+(n+2)\sqrt{n}} = \frac{1}{9}$$
 จงหาค่าของ n เท่ากับเท่าใด
 1) 79 2) 80 3) 81 4) 82
9. ให้ x เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{2^{3x} - 2^{3-3x}}{2^{2x} + 2^{-2x} + 2} = \frac{31}{4}$ แล้ว x เป็นรากของสมการในข้อใด
 1) $x^2 + 5x - 6 = 0$ 2) $x^2 - 2x - 8 = 0$ 3) $x^2 + x - 12 = 0$ 4) $x^2 + 3x - 10 = 0$
10. จุด A เป็นจุดยอดของพีระมิดด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งและจุด D เป็นจุดยอดหนึ่งของฐานของพีระมิดนี้ ให้ B และ C เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง AD ที่ทำให้ $AB : BC : CD = 3 : 2 : 1$ ถ้าแบ่งพีระมิดนี้ออกเป็นสามส่วนด้วยระนาบสองระนาบ ได้แก่ ระนาบที่ขนานกับฐานและผ่านจุด B กับระนาบที่ขนานกับฐานและผ่านจุด C แล้ว จงหาว่าส่วนที่มีปริมาตรมากที่สุด จะมีปริมาตรเป็นกี่เท่าของปริมาตรของพีระมิดทั้งหมด
 1) $\frac{91}{108}$ 2) $\frac{81}{108}$ 3) $\frac{64}{108}$ 4) $\frac{49}{108}$
11. จุด P, Q, R เป็นจุดตัดแกน X และ Y ของกราฟสมการ $x + 2y + 6 = 0$ และ $5x + ky + 30 = 0$ เมื่อจุด $(-3, -5)$ อยู่บนเส้นตรง $5x + ky + 30 = 0$ จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม PQR เท่ากับกี่ตารางหน่วย
 1) 21 2) 23 3) 25 4) 27
12. กำหนดให้ $0^\circ < A < 90^\circ$ และ $\operatorname{cosec} A - \sec A = \sqrt{3}$ แล้วจงหาค่าของ $(\cos A - \sin A)^8$ เท่ากับเท่าใด
 1) $\frac{1}{81}$ 2) $\frac{1}{6561}$ 3) $\frac{1}{16}$ 4) $\frac{1}{256}$
13. กำหนดสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีด้าน AB, BC และ CA ยาว 5, 12 และ 13 หน่วย ตามลำดับ ให้วงกลมแนบในสามเหลี่ยม ABC สัมผัสด้าน AB, BC และ CA ที่จุด F, D และ E ตามลำดับ จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม FDE เป็นกี่เท่าของพื้นที่สามเหลี่ยม ABC
 1) $\frac{1}{13}$ 2) $\frac{2}{13}$ 3) $\frac{3}{13}$ 4) $\frac{4}{13}$

14. จากรูปสี่เหลี่ยม ABCD มี $\hat{ADC} = \hat{ABC} = 90^\circ$ และ $AD = DC$ ถ้าพื้นที่สี่เหลี่ยม ABCD = 576 ตารางเซนติเมตร จงหาระยะห่างจาก D ไป AB เท่ากับกี่เซนติเมตร

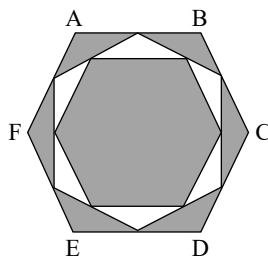


- 1) 22.5 2) 23 3) 23.5 4) 24
15. จากกราฟพาราโบลา $y = -3x^2 + 6kx + 12 - 3k^2$ มีจุดยอด คือ A และตัดแกน X ที่จุด B และ C พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC เท่ากับกี่ตารางหน่วย
- 1) 22 2) 24 3) 26 4) 28
16. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก) กำหนดให้สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความยาวด้านเป็น 4, 11 และ x หน่วย โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มความน่าจะเป็นที่สามเหลี่ยมรูปนี้ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้านเท่ากับ $\frac{6}{7}$
- ข) ทรงกรวยมีรัศมี 4 เซนติเมตร โดยที่ทรงกรวยตันนี้มีพื้นที่ผิวต่อปริมาตร คือ 9 : 4 แล้วความสูงของกรวยนี้เท่ากับ 2.5 เซนติเมตร
- ค) ก้อนเหล็กทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร นำมาหลอมใหม่เป็นทรงกลมขนาดเล็กที่ครึ่งหนึ่งของความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 7 เซนติเมตรได้ 8 ลูก จงหาว่ามีกี่ข้อความที่ถูกต้อง
- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

ตอนที่ 2 : แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

17. มีจำนวนเต็มบวก 5 หลักก็จำนวน ที่หารด้วย 3 ลงตัว และมีเลข 3 อย่างน้อย 1 หลัก
18. ต้องการเลือก 3 จำนวน จาก 1, 2, 3, ..., 19, 20 จะมีกี่วิธี ที่ผลรวมของ 3 จำนวนนั้นหารด้วย 3 ลงตัว
19. ต้องการสร้างจำนวนสามหลัก โดยที่มีตัวเลข 5 อย่างน้อย 1 หลัก แต่ไม่มีตัวเลข 9 ในหลักใดเลย จะมีจำนวนวิธีสร้างจำนวนสามหลักดังกล่าวเท่ากับกี่วิธี
20. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก มีข้อมูลดังนี้ 1, 2, 3, ..., n , -1 , -2 , -3 , ..., $-n$ โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $\sqrt{46}$ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$ เท่ากับเท่าใด
21. จงหาผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ $\frac{3x^3 + 2x^2 + x + 5}{3x^3 + 2x^2 - x - 5} = \frac{3x^3 + 2x^2 + 5x - 13}{3x^3 + 2x^2 - 5x + 13}$

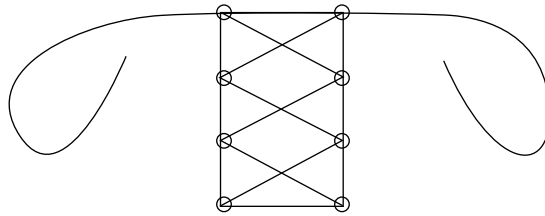
22. กำหนดให้ a, b เป็นรากที่เป็นจำนวนจริง ที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1$ โดยที่ $a > b$ จงหาค่าของ $-15a + 10b$ เท่ากับเท่าใด
23. กำหนด m เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $(x+2)(x+3)(x+7)p(x) - (x-2)(x-3)(x-7)q(x) = m$ โดยที่ $p(x)$ และ $q(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ m เป็นเท่าใด
24. กำหนดให้ $\triangle ABC$; $AB = 90$, $BC = 50$, $CA = 70$ มีวงกลม P ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บน AB มี CA และ CB สัมผัสวงกลม จงหา $2AP$ เท่ากับกี่หน่วย
25. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุด O มีเส้น PQ สัมผัสวงกลมที่ A ซึ่งอยู่ระหว่าง P และ Q เส้น PO ถูกต่อไปตัดวงกลมที่จุด B มีจุด O อยู่ระหว่าง P และ B , $\angle APB = x^\circ$ โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวกและ $\angle BAQ = kx^\circ$ โดยที่ k เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาค่ามากที่สุดของ k เท่ากับเท่าใด
26. $ABCDEF$ เป็นหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า ลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางของแต่ละด้าน จะได้รูปหกเหลี่ยมรูปใหม่ และเมื่อลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางของแต่ละด้านของรูปหกเหลี่ยมรูปใหม่ จะได้รูปหกเหลี่ยมรูปใหม่อีกรูปหนึ่ง ถ้าพื้นที่ที่แรเงาทุกบริเวณรวมกันเท่ากับ 117 ตารางหน่วย แล้วพื้นที่หกเหลี่ยม $ABCDEF$ มีค่ากี่ตารางหน่วย



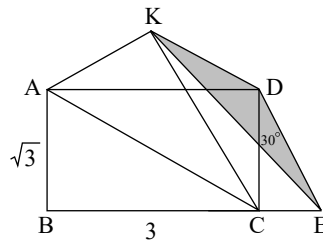
ตอนที่ 3 : แสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ

27. จงหาตัวประกอบของ 100,140,001 ที่อยู่ระหว่าง 8,000 และ 9,000
28. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มี E, F เป็นจุดกึ่งกลาง BC, CD ตามลำดับ มี AE, AF, EF แบ่งสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็น $\triangle 4$ รูป ที่มีพื้นที่แต่ละรูปเป็นจำนวนเต็มเรียงกัน 4 จำนวน จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของ $\triangle ABD$ เท่ากับกี่ตารางหน่วย

29. มีรูสำหรับร้อยเชือกทรงเท้าจำนวน 8 รู เรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูป โดย 4 จุดที่อยู่บนด้านยาว แต่ละด้านมีระยะห่างเท่าๆ กัน สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 50 มิลลิเมตรและความยาว 80 มิลลิเมตร โดยเชือกทรงเท้าจะต้องถูกร้อยผ่านแนวด้านกว้างที่ด้านล่าง แล้วร้อยในแนวเฉียงไขว้ทแยงไปเรื่อยๆ จนถึงด้านบน หลังจากร้อยเสร็จ แต่ละด้านจะมีเชือกทรงเท้าส่วนที่เหลืออย่างน้อย 200 มิลลิเมตรเพื่อทำการผูกเชือกทรงเท้า จงหาความยาวเชือกทรงเท้ารวมที่น้อยที่สุดเท่ากับกี่มิลลิเมตร



30. สี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มี $BC = 3$ เซนติเมตร, $AB = \sqrt{3}$ เซนติเมตร พับตามแกน AC ทำให้จุด B ไปที่จุด K ถ้า E เป็นจุดที่ต่อจาก BC ออกไปทาง C ทำให้ $\angle CDE = 30^\circ$ จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม KDE เท่ากับเท่าใด



ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 2

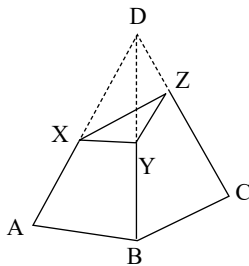
ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 16 ข้อ

- กำหนดให้ $[x]$ แทนจำนวนเต็มที่ยกที่สุดที่น้อยกว่า หรือเท่ากับ x
จงหาเลข 7 หลักท้าย เขียนเรียงจากซ้ายไปขวาของ $\left[\frac{10^{2016}}{10^{672} + 2015} \right]$ เท่ากับเท่าใด
1) 4,060,223 2) 4,060,224 3) 4,060,225 4) 4,060,226
- กำหนดให้ n เท่ากับเลข 2 หลักที่ผลรวมของเลขโดดของ n นำไปยกกำลังสอง จะเท่ากับผลรวมของเลขโดดของ n^2 จงหาผลรวมของ n ทุกค่าที่เป็นไปได้
1) 139 2) 140 3) 170 4) 202
- จงหาว่ามีจำนวนของ (x, y, z) ทั้งหมดกี่ชุดคำตอบ โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $x < y < z$ ที่ทำให้ $x + y + z = 203$
1) 3,333 2) 4,444 3) 5,555 4) 6,666
- a และ b เป็นจำนวนจริง กำหนดให้ $a \int b = \frac{ab-16}{b-a}$ และ $N = 1 \int 2 \int \left(3 \int \left(\dots \int (2570 \int (2571 \int 2572)) \dots \right) \right)$
จงหาค่าของ $N^2 - 7N - 9$ เท่ากับเท่าใด
1) 32 2) 33 3) 34 4) 35
- กำหนดให้ y เท่ากับผลบวกของจำนวนสองจำนวน โดยจำนวนแรกแปรผันเกี่ยวกับ x และ v^2 และจำนวนที่สองแปรผันแบบผกผันกับรากที่สองของ v ถ้า $y = 8$ เมื่อ $x = v = 1$ และ $y = 12$ เมื่อ $x = 1.5$ และ $v = 4$ แล้วค่าของ y เมื่อ $x = 8$ และ $v = 2.25$ เท่ากับเท่าใด
1) $17\frac{32}{47}$ 2) $17\frac{42}{47}$ 3) $18\frac{32}{47}$ 4) $18\frac{42}{47}$
- จงหาจำนวนชุดของสามสิ่งอันดับ (a, b, c) ของจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\left(\frac{a}{c} + \frac{a}{b} + 1 \right) \div \left(\frac{b}{a} + \frac{b}{c} + 1 \right) = 11$ และ $a + 2b + c \leq 50$
1) 70 2) 72 3) 74 4) 76
- กำหนดให้ x, y, z เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ ที่ทำให้ $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = \frac{13}{4}$
จงหาค่าที่น้อยที่สุดของ $x + y + z$ เท่ากับเท่าใด
1) $\frac{-1+\sqrt{22}}{2}$ 2) $\frac{1+\sqrt{22}}{2}$ 3) $\frac{-3+\sqrt{22}}{2}$ 4) $\frac{3+\sqrt{22}}{2}$

8. กำหนดให้ n เป็นจำนวนคู่บวก และ $f(n) = \sqrt{n \times \sqrt{n \times \sqrt{n \times \sqrt{n \times \dots}}}}$
โดย $g(n) = f(1^2) - f(2^2) + f(3^2) - f(4^2) + \dots - f(n^2)$ และ $h(n) = 4n^2 - 1$
จงหาค่าของ $h(g(5)) - h(5)$ เท่ากับเท่าใด
- 1) 780 2) 790 3) 800 4) 810

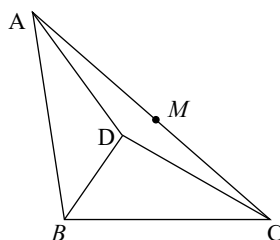
9. จำนวนเต็ม n บางจำนวนที่ทำให้ $n^2 + n + 1$ ไปหาร $n^{2013} + 61$ ได้ลงตัว
จงหาผลรวมของกำลังสองของจำนวนเหล่านั้นทั้งหมด
- 1) 62 2) 66 3) 75 4) 91

10. พีระมิด $ABCD$ มีจุด D เป็นจุดยอดและมีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 12 หน่วย มีจุด X, Y, Z อยู่บนเส้นขอบ AD, BD, CD ตามลำดับ โดยที่ $XD = 6$ หน่วย, $YD = 4$ หน่วย และ $ZD = 3$ หน่วย หลังจากตัดส่วนยอด $XYZD$ ของพีระมิดออกไปแล้ว พีระมิดยอดตัดส่วนที่เหลือ จะมีปริมาตรเป็นกี่เท่าของปริมาตรส่วนที่ถูกตัดออกไป



- 1) 17 2) 19 3) 21 4) 23
11. จุด $(4, 2)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมนี้มีจุดปลายที่จุด $(1, -5)$ และ $(9, 1)$ จงหาว่าความยาวด้านสองด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมนี้ ต่างกันมากกว่า หรือน้อยกว่าระยะห่างจากจุด $(1, -5)$ และ $(9, 1)$ เท่ากับกี่หน่วย
- 1) 6.4 2) 6.8 3) 7.2 4) 12.8
12. ถ้า $\frac{\sin x}{\sin y} = 3$ และ $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{1}{2}$ จงหาค่าของ $\frac{\sin 2x}{\sin 2y} + \frac{\cos 2x}{\cos 2y}$ เท่ากับเท่าใด
- 1) $\frac{49}{58}$ 2) $\frac{25}{29}$ 3) $\frac{27}{29}$ 4) $\frac{55}{58}$
13. $\triangle ABC$ มี $\hat{B} = 40^\circ$, $AB + BC = 2AC$ มีจุด K กลาง AB , จุด M กลาง BC , จุด L บน AC ; มี BL แบ่งครึ่ง $\triangle ABC$ จงหา $\angle KLM$ เท่ากับกี่องศา
- 1) 66 2) 68 3) 70 4) 72

14. จากรูป จุด D อยู่ภายใน $\triangle ABC$ มี $\hat{BAD} = \hat{BCD}, \hat{BDC} = 90^\circ$ มี $AB = 5, BC = 6$, M อยู่กลาง AC จงหาค่าของ $8 \times DM^2$ เท่ากับเท่าใด



- 1) 22 2) 25 3) 32 4) 72
15. จงหาผลบวกของจำนวนจริง k ทั้งหมด ที่ทำให้พาราโบลา $y = kx^2 + 5kx + 3x + 5k + 3$ มีจุดยอดบนแกน X
- 1) $-\frac{5}{18}$ 2) $-\frac{18}{5}$ 3) $\frac{5}{18}$ 4) $\frac{18}{5}$
16. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก) จำนวนพาลินโดรม คือ จำนวนที่อ่านจากหน้าไปหลัง และอ่านจากหลังไปหน้าได้ค่าเท่ากัน ผลต่างระหว่างจำนวนพาลินโดรมห้าหลัก ที่เป็นพหุคูณของ 45 ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุด เท่ากับ 9,090

ข) ถ้า $37 < \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} < 59$ แล้ว มี n เป็นจำนวนเต็มบวก

ที่สอดคล้องอยู่ 2,157 จำนวน

ค) ค่าของ $\left(\frac{3}{1+2^{-\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{4}}} + \frac{3}{1+2^{-\frac{1}{4}}+2^{-\frac{1}{2}}} + \frac{3}{1+2^{\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{2}}} \right)^2$ เท่ากับ 9

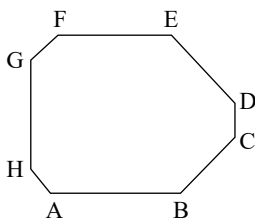
จงหาว่ามีกี่ข้อความที่ถูกต้อง

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

ตอนที่ 2 : แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

17. Password 4 หลัก แต่ละหลักเป็นเลขโดดที่ต่างกัน มีผลบวกเป็น 19 มีเลขโดด 2 จำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ เช่น Password คือ 0397 จงหาว่ามีเลข 4 หลักที่เข้าเงื่อนไขทั้งหมดกี่จำนวน
18. กำหนดให้ $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 + 2\left(\sqrt{(10 - \sqrt{84})(6 - \sqrt{20})}\right) + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$
 $- 2\left(\sqrt{(12 + \sqrt{140})(10 - \sqrt{84})}\right) + (\sqrt{5} - 1)^2 - 2\left(\sqrt{(12 + \sqrt{140})(6 - \sqrt{20})}\right) = a - b\sqrt{c}$
 โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 1 แล้วหา $a + b + c$ เท่ากับเท่าใด

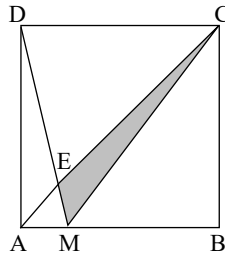
19. มีสามสิ่งอันดับ (x, y, z) ที่ชุดที่เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ $xyz = 2012$
20. ให้ x_1, x_2, x_3, x_4 และ x_5 เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5
ถ้า $(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + (x_3 - 4)^2 + (x_4 - 4)^2 + (x_5 - 4)^2 = 35$
แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าใด
21. กำหนดให้ n ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกจะเป็น 'good' เมื่อ $n^2 - 1$ สามารถเขียนในรูปของผลคูณของจำนวนเฉพาะต่างกัน 3 จำนวน จงหาผลรวมของ good 5 จำนวนที่น้อยที่สุดเท่ากับเท่าใด
22. กำหนดให้ $\alpha + \beta + \gamma = 14, \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 84, \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 584$
จงหาค่าที่มากที่สุดในกลุ่ม $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ ว่ามีค่าเป็นเท่าใด
23. ถ้า $P(x)$ เป็นพหุนามที่มีดีกรี 4 และ $P(0) = 0, P(1) = P(-1) = P(2) = P(-2) = 1$ แล้ว $P(5) + P(6)$ มีค่าเท่าใด
24. กำหนดให้ ABCDEFGH เป็นรูปแปดเหลี่ยมมุมเท่า แต่ด้านไม่เท่า โดย $AB = 7, BC = 4, CD = 2, DE = 5, EF = 6, FG = 2$ จงหาผลรวมของ GH กับ HA เท่ากับเท่าใด



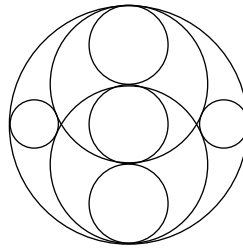
25. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีมุม ADC เป็นมุมแหลม โดย X เป็นจุดบนด้าน DC ทำให้ $AX = AD, BX = BA$ และ $CX = CB$ ถ้า $\frac{AD}{DX} = \frac{p + \sqrt{q}}{r}$ เมื่อ p, q, r เป็นจำนวนเต็มและ ห.ร.ม. $(p, q, r) = 1$ จงหาค่าของ $5p - 4q - 3r$ เท่ากับเท่าใด
26. กำหนดให้ $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 45^\circ$ ถ้าเส้นแบ่งครึ่งมุม $\hat{A}$ ตัด BC ที่จุด T และ $AT = 10$ หน่วย
จงหาพื้นที่ของรูป $\triangle ABC$ เท่ากับกี่ตารางหน่วย

ตอนที่ 3 : แสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ

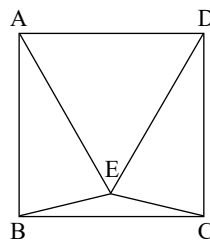
27. สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มี $AB = 20$ เซนติเมตร มี M อยู่บน AB มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ 40 ตารางเซนติเมตร จงหา AM ยาวกี่เซนติเมตร



28. กำหนดให้ $\triangle ABC$; $AB = 10$, $BC = 17$, $CA = 21$ มีจุด P บนวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง คือ AB จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม APC ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับกี่ตารางหน่วย
29. จากรูป จงหาอัตราส่วนรัศมีของวงกลมเล็กที่สุดต่อรัศมีของวงกลมใหญ่ที่สุดเท่าไร



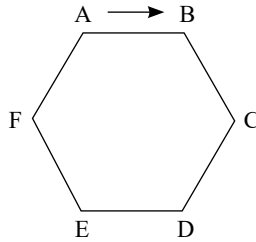
30. จากรูป E อยู่ภายใน ABCD; $BE = CE$; $\angle BEC = 150^\circ$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ADE = \triangle$ ด้านเท่า



เฉลยข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 16 ข้อ

1. ตอบข้อ 1)



วิธีทำ ให้ S_n เป็นระยะทางรวมของการเดิน n ครั้ง

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 2$$

$$S_3 = 1 + 2 + 2^2$$

$$S_4 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3$$

$\vdots$

$$S_{2029} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2028} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(1) \times 2; \quad 2S_{2029} = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2029} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) - (1); \quad S_{2029} = 2^{2029} - 1$$

พิจารณาเศษจากการหาร $2^{2029} - 1$ ด้วย 6

พิจารณาการหาร $2^k - 1$ ด้วย 6 โดยที่ k เป็นจำนวนเต็มบวก

$$k = 1; 2^1 - 1 = 1 \text{ หารด้วย 6 เหลือเศษ 1}$$

$$k = 2; 2^2 - 1 = 3 \text{ หารด้วย 6 เหลือเศษ 3}$$

$$k = 3; 2^3 - 1 = 7 \text{ หารด้วย 6 เหลือเศษ 1}$$

$$k = 4; 2^4 - 1 = 15 \text{ หารด้วย 6 เหลือเศษ 3}$$

$\vdots$

พบว่า $k = \text{คู่}$ หารด้วย 6 เหลือเศษ 3

$k = \text{คี่}$ หารด้วย 6 เหลือเศษ 1

$\therefore 2^{2029} - 1$ หารด้วย 6 เหลือเศษ 1

$\therefore$ มดเริ่มต้นเดินที่จุด A

$\therefore$ มดเดินทางไป $2^{2029} - 1$ หน่วย และหยุด ณ จุด B

2. ตอบข้อ 3)

วิธีทำ ให้ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{จาก } \frac{1}{a^3} = \frac{512}{b^3} = \frac{125}{c^3} = \frac{d}{(a+b+c)^3}$$

$$\text{จะได้ } a^3 = \left(\frac{b}{8}\right)^3 = \left(\frac{c}{5}\right)^3 = \frac{(a+b+c)^3}{d} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{นั่นคือ } a = \frac{b}{8} \text{ และ } a = \frac{c}{5} \text{ จะได้ } b = 8a \text{ และ } c = 5a$$

$$\text{แทน } b = 8a \text{ และ } c = 5a \text{ ใน (1) จะได้ } a^3 = \frac{(a+8a+5a)^3}{d}$$

$$= \frac{(14a)^3}{d}$$

$$\text{นั่นคือ } d = \frac{(14a)^3}{a^3}$$

$$= 2,744$$

3. ตอบข้อ 4)

วิธีทำ เลข 0 จะต้องไม่อยู่หน้าสุดและหลังสุด

$$\text{เหลืออีก 6 ตำแหน่งใส่เลข 0 จำนวน 2 ตำแหน่ง} \rightarrow \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ วิธี}$$

$$\text{ที่เหลืออีก 6 ตัวเลข คือ 1, 2, 2, 5, 7, 8 สลับได้ } \frac{6!}{2!} = 360 \text{ วิธี}$$

จาก 1, 5, 7 เป็นเลขคี่ 3 จำนวน จาก 6 จำนวนนี้

$$\text{สร้าง 8 หลักที่เป็นเลขคี่ได้ } \frac{3}{6} \times 15 \times 360 = 2,700 \text{ วิธี}$$

4. ตอบข้อ 4)

$$\text{วิธีทำ } 11 * 7 = 11 * (5 + 2)$$

$$\text{จาก } a' = a + 2$$

$$= 11 * 5'$$

$$\text{จาก } a * b' = (a * b)'$$

$$= (11 * 5)'$$

$$= (11 * (3 + 2))'$$

$$\text{จาก } a' = a + 2$$

$$= (11 * 3')'$$

$$\text{จาก } a * b' = (a + b)'$$

$$= (11 * 3)''$$

$$= (11 * (1 + 2))''$$

$$\text{จาก } a' = a + 2$$

$$= (11 * (1'))''$$

$$\text{จาก } a * b' = (a * b)'$$

$$= (11 * 1)'''$$

$$\text{จาก } a * 1 = a'$$

$$= (11')'''$$

$$\text{จาก } a' = a + 2$$

$$= (11 + 2)''' = 13''' = (13 + 2)'' = 15'' = (15 + 2)' = 17' = 17 + 2 = 19$$

5. ตอบข้อ 2)

วิธีทำ ให้ y เป็นค่าใช้จ่ายในการจัดงานเลี้ยง

a เป็นค่าใช้จ่ายคงที่ในการจัดงานเลี้ยง

b เป็นค่าใช้จ่ายผันแปรในการจัดงานเลี้ยง

x คือ จำนวนผู้มาร่วมงาน

$$\text{จะได้ } y = a + bx$$

$$\text{จาก } x = 80, y = 6,400 \text{ จะได้}$$

$$6,400 = a + 80b \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{จาก } x = 120, y = 8,800 \text{ จะได้}$$

$$8,800 = a + 120b \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) - (1); \quad 2,400 = 40b$$

$$b = 60$$

$$\text{แทน } b = 60 \text{ ใน (1) จะได้}$$

$$a = 6,400 - 80(60)$$

$$a = 1,600$$

$$\therefore y = 1,600 + 60x$$

$$\text{จาก } x = 250 \text{ จะได้}$$

$$y = 1,600 + 60(250)$$

$$= 16,600 \text{ บาท}$$

6. ตอบข้อ 2)

วิธีทำ จากโจทย์ $a^2 + ab + bc + ca = 135, b^2 + ab + bc + ca = 144, c^2 + ab + bc + ca = 240$

$$(a + b)(a + c) = 135 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(b + c)(b + a) = 144 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(c + a)(c + b) = 240 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{(1) \times (2)}{(3)}; (a + b)^2 = 81$$

$$\text{จาก } a, b, c > 0; a + b = 9 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{ใน (1); } a + c = 15 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{ใน (2); } b + c = 16 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{(4) + (5) + (6)}{2}; a + b + c = 20$$

7. ตอบข้อ 3)

วิธีทำ จาก $1^{11} = 1$, $2^7 = 128$, $4^5 = 2^{10} = 1024$, $8^3 = 2^9 = 512$, $16^2 = 2^8 = 256$

แล้ว ค.ร.น. ของ 1, 128, 256, 512, 1024 = 1024

จาก s^7 และ t^{11} ; $s \neq t$ จะต้องให้มี s, t ตัวใดตัวหนึ่งเป็น 2 เพื่อให้เกิดค่า k น้อยที่สุด

ถ้า $t \geq 2$, $s \geq 3$ แล้ว $2^{11} = 2048$, $3^7 = 2187$ จะมี ค.ร.น. เกิน 1024

แล้ว $t = 1$, $s = 2$ ถ้า $r = 3$ แล้ว ค.ร.น. ของ $3^5 = 243$ และ $2^7 = 128$ คือ $243 \times 128 > 1024$

แล้ว $r \geq 4$

r ที่น้อยสุด = 4 แล้ว $4^5 = 1024$

$\therefore$ powerful น้อยสุด = 1,024

8. ตอบข้อ 1)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{1}{x\sqrt{x+2} + (x+2)\sqrt{x}} &= \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}(\sqrt{x} + \sqrt{x+2})} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}} \times \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}} \left(\frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

แทน $x = 9, 11, 13, \dots, n$ ใน (1)

$$\begin{aligned}
 \text{โจทย์} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{9}} - \frac{1}{\sqrt{11}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{1}{\sqrt{13}} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}} \right) &= \frac{1}{9} \\
 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{n+2}} \right) &= \frac{1}{9} \\
 \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{n+2}} &= \frac{2}{9} \\
 \frac{1}{\sqrt{n+2}} &= \frac{1}{3} - \frac{2}{9} \\
 \frac{1}{\sqrt{n+2}} &= \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ จะได้ $n + 2 = 81$ แล้ว $n = 79$

9. ตอบข้อ 3)

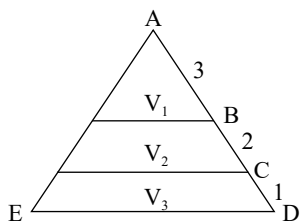
วิธีทำ จาก $\frac{31}{4} = 7\frac{3}{4} = 8 - \frac{1}{4} = 2^3 - \frac{1}{2^2}$ (ทำให้อยู่ในรูป 2^x)(1)

$$\begin{aligned}\text{โจทย์} \quad \frac{2^{3x} - \frac{2^3}{2^{3x}}}{2^{2x} + \frac{2^2}{2^{2x}}} + 2 &= \frac{(2^x)^3 - \left(\frac{2}{2^x}\right)^3}{(2^x)^2 + \left(\frac{2}{2^x}\right)^2 + 2} \\ &= \frac{\left(2^x - \frac{2}{2^x}\right) \left[(2^x)^2 + 2 + \left(\frac{2}{2^x}\right)^2 \right]}{(2^x)^2 + 2 + \left(\frac{2}{2^x}\right)^2} \\ &= 2^x - \frac{2}{2^x} \\ &= 2^x - \frac{1}{2^{x-1}} \quad \text{จาก (1) จะได้ } x = 3 \\ &= 2^3 - \frac{1}{2^2}\end{aligned}$$

- 1) $(x+6)(x-1)=0$; $x=-6, 1$ ✗
 2) $(x-4)(x+2)=0$; $x=4, -2$ ✗
 3) $(x+4)(x-3)=0$; $x=-4, 3$ ✓ ตอบ ข้อ 3) $x^2 + x - 12 = 0$
 4) $(x+5)(x-2)=0$; $x=-5, 2$ ✗

10. ตอบข้อ 4)

วิธีทำ



TRICK : รูปทรงคล้ายกัน

อัตราส่วนของปริมาตร = อัตราส่วนความยาวด้านกำลังสาม

ระนาบตัดผ่านจุดยอดพีระมิดและจุดยอด 2 จุด (D, E) ที่ฐานพีระมิด

$$V_1 : (V_1 + V_2) : (V_1 + V_2 + V_3) = 3^3 : (3+2)^3 : (3+2+1)^3 = 27 : 125 : 216$$

V น้อยที่สุด $= V_1 = 27k$: $V_1 + V_2 = 125k$ จะได้ $V_2 = 98k = V$ มากที่สุด

$$V_1 + V_2 + V_3 = 216k \text{ จะได้ } V_3 = 91k$$

$$\text{► หา } \frac{V \text{ มากที่สุด}}{V \text{ รวมพีระมิด}} = \frac{98k}{216k} = \frac{49}{108} \text{ เท่า}$$