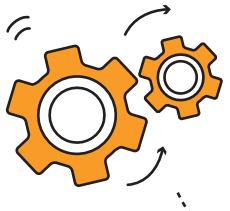
Life Balance

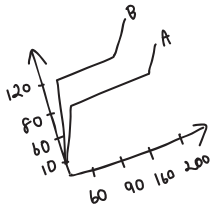
SUPER PHYSICS

สรุปเข้มฟิสิกส์ มัธยมปลาย

สรุปเนื้อหาวิชาฟิสิกส์ ม.4, ม.5 และ ม.6 อย่างครบถ้วนสมบูรณ์
พร้อมแนวข้อสอบและเฉลยอย่างละเอียด พิชิต O-NET, A-Level, โควตา,
ชิงทุน, เพิ่มเกรดในชั้นเรียน และเตรียมสอบในระบบ TCAS ใหม่

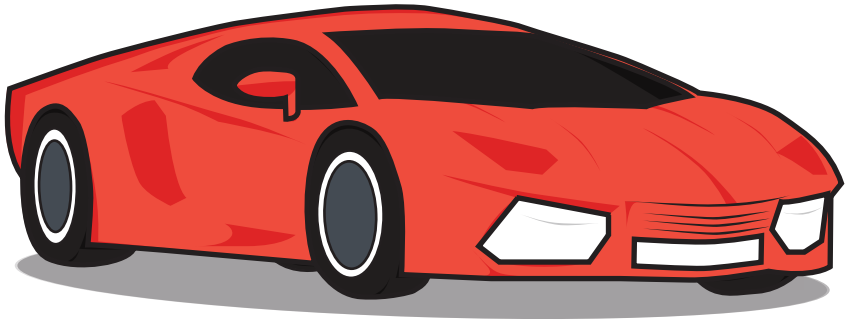
ฉบับสมบูรณ์

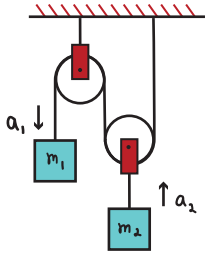


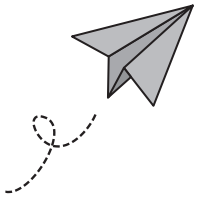


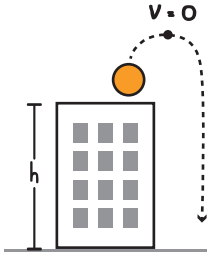
$E=mc^2$

$\Sigma F=ma$









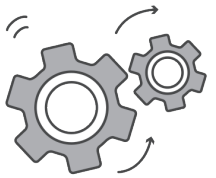
โดย ผ่องพรรณ กาญจนกฤต
วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศิลปากร

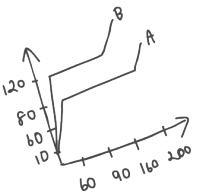
Life Balance

SUPER PHYSICS

สรุปเข้มฟิสิกส์ มัธยมปลาย

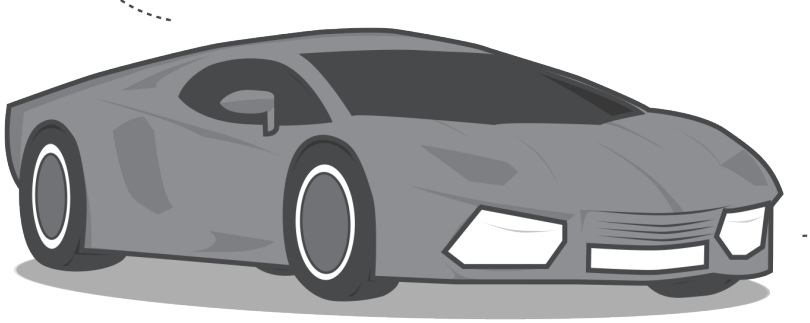
ฉบับสมบูรณ์

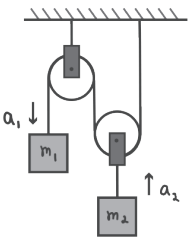


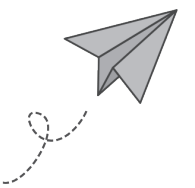


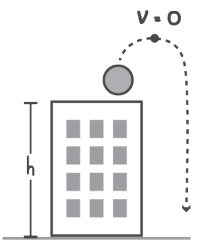
$E=mc^2$

$\Sigma F=ma$









SUPER PHYSICS สรุปเข้มฟิสิกส์ มัธยมปลาย

ผู้เขียน ผ่องพรรณ กาญจนกฤต

บรรณาธิการ เมทิณี สีมุเทศ

ผู้ตรวจทาน ณัฐมน กองเส็ง

ศิลปกรรม ฐิติพร ทองอยู่

ออกแบบปก ชนิกานต์ ไกรเทพ

ISBN 978-616-381-089-2

ราคา 279 บาท

จัดทำโดย บริษัท อินส์พัล จำกัด

สำนักพิมพ์ Life Balance

379/13 เอกมัยคอมเพล็กซ์ ถนนสุขุมวิท 63

แขวงคลองตันเหนือ เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

โทรศัพท์ 084-875-5868, 089-200-1303

E-mail : dp_publish@hotmail.com

www.inspal.co.th

จัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)

เลขที่ 1858/87-90 ถนนบางนา-ตราด

แขวง/เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทรศัพท์ 0-2826-8000 โทรสาร 0-2826-8337

www.se-ed.com

พิมพ์ครั้งที่ 3 พ.ศ. 2563

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ทำซ้ำ ทำสำเนา ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดหรือทั้งหมดของหนังสือนี้ หรือนำไปเผยแพร่ในช่องทางต่างๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางบริษัทเป็นลายลักษณ์อักษร

โลโก้ เครื่องหมายการค้า ชื่อของสินค้าและบริการที่อ้างถึง เป็นของบริษัทนั้นๆ

คำนำ

ในปัจจุบันนักเรียนต้องเผชิญกับการสอบมากมาย ทั้งในระดับโรงเรียน หรือเพื่อการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ซึ่งในการเตรียมสอบแต่ละครั้งก็ใช้เวลาอย่างมาก ซึ่งก็อาจจะทำให้นักเรียนเหนื่อยล้า ให้หนังสือเล่มนี้ช่วยย่นเวลาในการเตรียมสอบแต่ละครั้ง และทำให้การอ่านเพียงครั้งเดียวเหมือนการตกตะกอนเนื้อหาจากการอ่านหลายครั้ง

หนังสือเล่มนี้เขียนขึ้นโดยยึดมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานวิชาฟิสิกส์เป็นเกณฑ์ มีการรวบรวมเนื้อหาวิชาฟิสิกส์ อย่างครบถ้วน โดยคำนึงถึงความถูกต้องเป็นสำคัญ เพื่อสร้างความเข้าใจ เป็นแนวทางในการเตรียมสอบที่โรงเรียน และเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าผู้อ่านจะได้รับประโยชน์จากการอ่านหนังสือเล่มนี้ และประสบความสำเร็จในทุกการสอบ อย่างไรก็ตามผู้เขียนยินดีรับคำติชม หรือข้อเสนอแนะต่างๆ เพื่อพัฒนาหนังสือเล่มนี้ให้ดียิ่งขึ้น

ผ่องพรรณ กาญจนกฤต

สารบัญ

บทนำ

ฟิสิกส์ในชีวิตประจำวัน 11
ปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วย 11
คำอุปสรรค 12
เลขนัยสำคัญ 13

บทที่ 1 เวกเตอร์

เวกเตอร์ 16
การรวมเวกเตอร์ 16
ระบบพิกัด (แกนอ้างอิง) 18
การคูณเวกเตอร์ 19

บทที่ 2 การเคลื่อนที่

การเคลื่อนที่ 24
ปริมาณการเคลื่อนที่ 24
การเคลื่อนที่แนวเส้นตรง 27
การเคลื่อนที่แบบดิ่งเสรี 29
การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ 30
การเคลื่อนที่แบบวงกลม 33
การเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบแบบกรวยคว่ำ 35
การเคลื่อนที่บนทางโค้ง 36
การเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวดิ่ง 38
การเคลื่อนที่แบบหมุน 39
การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิค 40
ลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย 46
ลูกตุ้มทอร์ชั่น 46
ลูกตุ้มฟิสิกัล 47

บทที่ 3 แรง มวล กฎการเคลื่อนที่ และสมดุลต่อการเคลื่อนที่

แรง 50
การหาแรงลัพธ์ 50
มวล 51
กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน 51
กฎความโน้มถ่วงสากล (กฎแรงดึงดูดระหว่างมวล) 54
แรงเสียดทาน 55
สมดุลของแรง 58
รอก 62

บทที่ 4 สมดุลกล

สมดุลกล 66
โมเมนต์ 67
แรงคู่ควบ 68

บทที่ 5 งานและพลังงาน

งาน 70
กำลัง 73
พลังงาน 74
กฎการอนุรักษ์พลังงาน 77

บทที่ 6 การชน และโมเมนตัม

โมเมนตัม 80
การดล 80
การชน 85
การเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางมวล 89

บทที่ 7 สมบัติเชิงกลของสาร และความร้อน

สมบัติเชิงกลของของแข็ง 92
สมบัติเชิงกลของของเหลว 94
เครื่องมือวัดความดันของของไหล 101
ความดันกับชีวิตประจำวัน 102
กฎของพาสคัล และเครื่องอัดไฮดรอลิก 103
แรงลอยตัว และหลักของอาร์คิมิดิส 104
กฎของสโตกส์ 108

พลศาสตร์ของของไหล 109
สมการของแบร์นูลลี 111
สมบัติเชิงกลของแก๊ส 112
ทฤษฎีจลน์ของแก๊ส 113
กฎของชาร์ลส์ 117
กฎของเกย์-ลุสแซก 122
กฎของอาโวกาโดร 123
กฎรวมของแก๊ส และสมการภาวะของแก๊สอุดมคติ 124
ความร้อน 129
คุณสมบัติของของเหลว - ไอ 133
กฎข้อที่ศูนย์ของเทอร์โมไดนามิกส์ 135
กฎของแก๊สสัมบูรณ์ 137
กฎการอนุรักษ์มวล 139
สมการพลังงานการไหลสภาวะคงที่ 140
การทำร้อน และทำเย็น 141
การถ่ายเทความร้อน 143
การนำความร้อน 144
การแผ่รังสีความร้อน 145
การพาความร้อน 146
กระบวนการการถ่ายโอนความร้อนที่ใช้ในร่างกายมนุษย์ 147
การคำนวณเกี่ยวกับปริมาณความร้อน 150

บทที่ 8 ไฟฟ้าสถิต

ไฟฟ้าสถิต 156
แรงระหว่างประจุ และกฎของคูลอมบ์ 156
กฎการอนุรักษ์ประจุไฟฟ้า 158
เส้นแรงไฟฟ้า 160
ตัวเก็บประจุ และความจุ 163
การต่อตัวเก็บประจุ 165

บทที่ 9 ไฟฟ้ากระแส

ไฟฟ้ากระแส 168
กระแสไฟฟ้า 168
ตัวต้านทานไฟฟ้า 171

การต่อตัวต้านทาน 173
การประยุกต์ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ 174
ศักย์ไฟฟ้า 180

บทที่ 10 ไฟฟ้าแม่เหล็ก

แม่เหล็ก และสนามแม่เหล็ก 186
ฟลักซ์แม่เหล็ก 190
กระแสเหนี่ยวนำ 194
หม้อแปลงไฟฟ้า 198

บทที่ 11 ปรากฏการณ์คลื่น

คลื่น 202
สมบัติของคลื่น 205
คลื่นนิ่ง และการสั่นพ้อง 212

บทที่ 12 เสียง และการได้ยิน

การเกิดคลื่นเสียง และการเคลื่อนที่ของเสียง 216
ปัจจัยที่มีผลต่ออัตราเร็วเสียง 217
สมบัติของคลื่นเสียง 218
ความเข้มของเสียง 221
ระดับความเข้มเสียง 222
ระดับเสียง 223
บีตส์ 224
การได้ยินของมนุษย์ 225
การสั่นพ้องของเสียง 225
คลื่นนิ่ง 225
ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ 227
คลื่นกระแทก 228

บทที่ 13 แสง และทัศนอุปกรณ์

การเคลื่อนที่ และอัตราเร็วของแสง 230
การสะท้อนแสงของแสง 230
กระจกเงา 231
การหักเหของแสง 234
การสะท้อนกลับหมดของแสง 235

ความลึกจริง ความลึกปรากฏ 236
การแทรกสอดของแสง 237
การเลี้ยวเบนของแสง 238
เกรตติง 241
โพลาไรเซชัน 243
เลนส์ 248
ปรากฏการณ์เกี่ยวกับแสง 250
ทัศนอุปกรณ์ 254
เลเซอร์ 257
ความสว่าง 260
แสงสี และการผสมสี 261
การถนอมสายตา 262

บทที่ 14 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า 266
คลื่นวิทยุ 266
คลื่นโทรทัศน์ 267
คลื่นไมโครเวฟ 268
รังสีอินฟราเรด 269
แสง 269
รังสีอัลตราไวโอเลต 270
รังสีเอกซ์ 270
รังสีแกมมา 271

บทที่ 15 ฟิสิกส์อะตอม

อะตอม 274
การค้นพบอิเล็กตรอน 274
การค้นพบอิเล็กตรอนโดยการทดลองของทอมสัน 275
การหาประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนโดยการทดลองของมิลลิแกน 277
แบบจำลองอะตอมของทอมสัน 278
แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด 278
สเปกตรัมจากอะตอมของแก๊ส 279
การแผ่รังสีของวัตถุดำ 281
ทฤษฎีอะตอมของโบร์ 282

การทดลองของฟรังก์ และเฮิรตซ์ 284
รังสีเอกซ์ 285
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก 286
ปรากฏการณ์คอมป์ตัน 288
สมมติฐานของเดอ บรอยล์ 289
กลศาสตร์ควอนตัม 290
เลเซอร์ 292

บทที่ 16 ฟิสิกส์นิวเคลียร์

ฟิสิกส์นิวเคลียร์ 296
การค้นพบกัมมันตภาพรังสี 296
พลังงานยึดเหนี่ยว 301
ปฏิกิริยานิวเคลียร์ 301

แนวข้อสอบฟิสิกส์

แนวข้อสอบชุดที่ 1 306
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 1 320
แนวข้อสอบชุดที่ 2 331
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2 344
แนวข้อสอบชุดที่ 3 357
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 3 373
แนวข้อสอบชุดที่ 4 385
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 4 397
แนวข้อสอบชุดที่ 5 405
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 5 418
แนวข้อสอบชุดที่ 6 426
เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 6 444

บทนำ

ฟิสิกส์ในชีวิตประจำวัน

ฟิสิกส์ (Physics) มาจากภาษากรีก แปลว่า **"ธรรมชาติ" (Nature)** ดังนั้น ฟิสิกส์ จึงหมายถึงเรื่องราวที่เกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางธรรมชาติทั้งหลาย

เนื่องจากฟิสิกส์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับปรากฏการณ์และสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นการกระทำของเราหรือเรื่องที่เกิดขึ้นรอบๆ ตัวเราในชีวิตประจำวัน ซึ่งเราอาจคาดไม่ถึง เช่น การยืน การเดิน หากไม่มีแรงเสียดทานจะไม่สามารถยืนหรือเดินได้เลย นักวิทยาศาสตร์จึงประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับแรงเสียดทาน มาประดิษฐ์สิ่งของมากมาย ทั้งจักรยาน รถเข็น เป็นต้น

ปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่างๆ ที่เราพบเจอก็สามารถใช้ฟิสิกส์อธิบายได้เช่นกัน เช่น การที่สิ่งของจะตกลงพื้นเสมอ การเกิดฝน การเกิดลม ปรากฏการณ์น้ำขึ้น-น้ำลง เป็นต้น

ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantity) และหน่วย (Unit)

ปริมาณทางฟิสิกส์เป็นปริมาณที่สามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือโดยตรงหรือโดยอ้อม ซึ่งเป็นปริมาณที่มีความหมายเฉพาะเจาะจง เช่น ปริมาตร มวล น้ำหนัก ความเร็ว เป็นต้น โดยปริมาณเหล่านี้จะต้องมีหน่วยกำกับจึงจะมีความหมายชัดเจน

แต่เนื่องจากหน่วยมีความหลากหลาย และเพื่อให้การใช้หน่วยเป็นมาตรฐานเดียวกันทั่วโลก โดยเฉพาะในวงการวิทยาศาสตร์ องค์กรระหว่างชาติเพื่อการมาตรฐาน (ISO หรือ International Organization for Standardization) ได้กำหนดหน่วยมาตรฐานที่เรียกว่า **"ระบบเอสไอ" (SI หรือ System International)** ให้ทุกประเทศใช้เป็นมาตรฐาน โดยจะแยกหน่วยเป็น 2 ประเภท คือ หน่วยฐาน และหน่วยอนุพันธ์

หน่วยฐาน (Base Unit) นับเป็นหน่วยฐานของหน่วยทั้งหลาย มี 7 หน่วย ดังตาราง

ปริมาณ	หน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว	เมตร	m
มวล	กิโลกรัม	kg
เวลา	วินาที	s
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์	A
อุณหภูมิ	เคลวิน	K
ปริมาณของสาร	โมล	mol
ความเข้มข้นของการส่องสว่าง	แคนเดลา	cd

หน่วยอนุพันธ์ (Derived Unit) เป็นหน่วยที่สร้างจากหน่วยฐาน ดังตาราง

ปริมาณ	หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วยฐาน
ความเร็ว	เมตร/วินาที	m/s	m/s
แรง	นิวตัน	N	$kg \cdot m/s^2$
พลังงาน	จูล	J	$kg \cdot m^2/s^2$
ความถี่	เฮิรตซ์	Hz	s^{-1}
ความดัน	ปาสคาล	Pa	$kg/m \cdot s^2$
ความสว่าง	ลักซ์	lx	cd/m^2
ประจุไฟฟ้า	คูลอมป์	C	$A \cdot s$

คำอุปสรรค (Prex)

คำอุปสรรค คือ คำนำหน้าหน่วย เพื่อให้หน่วยที่ใช้ใหญ่ขึ้น หรือเล็กลง ปกติจะใช้ขั้นละ 1,000 เท่า คำอุปสรรคที่สำคัญมีดังนี้

คำอุปสรรค	ชื่อภาษาไทย	สัญลักษณ์ย่อ	ตัวคูณที่เทียบเท่า
femto-	เฟมโต	f	10^{-15}
pico-	พิโค	p	10^{-12}
nano-	นาโน	n	10^{-9}
micro-	ไมโคร	μ	10^{-6}

คำอุปสรรค	ชื่อภาษาไทย	สัญลักษณ์ย่อ	ตัวคูณที่เทียบเท่า
milli-	มิลลิ	m	10^{-3}
centi-	เซนติ	c	10^{-2}
deci-	เดซิ	d	10^{-1}
kilo-	กิโล	k	10^{2}
mega-	เมกะ	M	10^{6}
giga-	จิกะ	G	10^{9}
tera-	เทระ	T	10^{12}

เลขนัยสำคัญ

เลขนัยสำคัญ คือ ตัวเลขที่มีความหมาย หรือมีความสำคัญในปริมาณที่แสดงมา หลักการนับเลขนัยสำคัญ มีดังนี้

1. ถ้าอยู่ในรูปเลขทศนิยม ให้เริ่มนับที่ตัวเลขตัวแรกที่เป็นเลขโดด (1 - 9) และตัวถัดไปให้นับทุกตัว เช่น

0.234 มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

12.00 มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

0.01 มีเลขนัยสำคัญ 1 ตัว

2. ถ้าอยู่ในรูป $A \times 10^{n}$ เมื่อ $1 \leqslant A < 10$ และ n เป็นเลขจำนวนเต็ม ให้พิจารณาที่ค่า A เท่านั้น โดยใช้หลักการเดียวกับการนับเลขนัยสำคัญในรูปเลขทศนิยม โดยไม่ต้องคำนึงถึง n เช่น

2.6×10^{5} มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว

45.01×10^{2} มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

0.031×10^{4} มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว

3. ถ้าอยู่ในรูปจำนวนเต็มให้นับทุกตัว เช่น

23 มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว

6,325 มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

และในกรณีที่เลขท้ายเป็น 0 ต้องจัดให้อยู่ในรูป $A \times 10^{n}$ เช่น

2,600 สามารถเขียนเป็น 2.6×10^{3} มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว

2.60×10^{3} มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

2.600×10^{3} มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

ดังนั้น 2,600 จะมีเลขนัยสำคัญ 2 ถึง 4 ตัว

บทที่ 1

เวกเตอร์

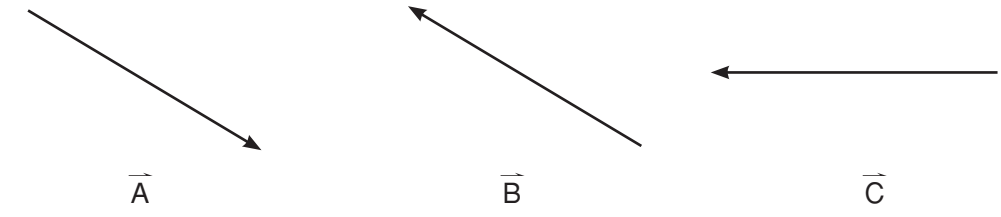
เวกเตอร์

ปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับวิชาฟิสิกส์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ปริมาณ คือ ปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์

ปริมาณสเกลาร์ (Scalar) เป็นปริมาณที่บอกขนาดเพียงอย่างเดียวไม่มีทิศทาง เช่น มวล ระยะทาง เวลา พื้นที่ งาน พลังงาน กระแสไฟฟ้า อัตราเร็ว และพลังงาน เป็นต้น

ปริมาณเวกเตอร์ (Vector) เป็นปริมาณที่ประกอบด้วยขนาดและทิศทาง ซึ่งอาจเขียนแทนด้วยลูกศรโดยที่ความยาวของลูกศรจะเป็นตัวบอกขนาดและหัวของลูกศรจะเป็นตัวบอกทิศทางของเวกเตอร์นั้น เช่น ความเร็ว ความเร่ง การกระจัด และแรง เป็นต้น

ตัวอย่าง การเขียนสัญลักษณ์ของเวกเตอร์

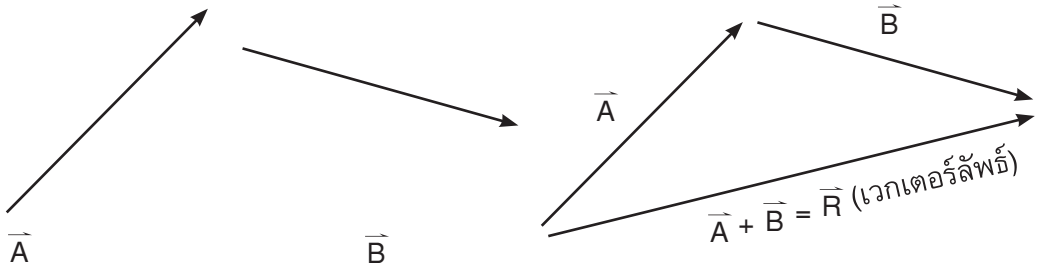


การรวมเวกเตอร์

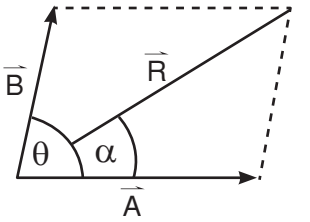
การรวมเวกเตอร์ หมายถึง การบวกหรือลบกันของเวกเตอร์ ตั้งแต่ 2 เวกเตอร์ขึ้นไป ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้เป็นปริมาณเวกเตอร์ เรียกว่า เวกเตอร์ลัพธ์ (Resultant Vector) การรวมเวกเตอร์สามารถทำได้ดังนี้

การรวมเวกเตอร์โดยใช้วิธีการวาดรูป ทำได้โดยการเขียนลูกศรของเวกเตอร์แรกตามขนาดและทิศทางที่กำหนด แล้วนำหางของเวกเตอร์ที่สองมาต่อที่หัวลูกศรของเวกเตอร์แรก ถ้ามีเวกเตอร์อื่นอีกก็ให้นำหางของลูกศรมาต่อกับหัวลูกศรของเวกเตอร์ที่สอง ตามลำดับ การต่อแบบนี้ เรียกว่า การต่อเวกเตอร์แบบหางต่อหัว โดยเขียนให้ถูกต้องทั้งขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ เวกเตอร์ลัพธ์จะหาได้จากระยะทางจากหางลูกศรของเวกเตอร์แรกไปถึงหัวลูกศรของเวกเตอร์สุดท้าย

ตัวอย่าง การต่อเวกเตอร์แบบหางต่อหัว



การบวกเวกเตอร์โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยการนำหางของลูกศรมาต่อกัน จากนั้นสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และทำการลากเวกเตอร์ลัพธ์ทแยงมุมสี่เหลี่ยมที่สร้างขึ้นมา จากนั้นคำนวณโดยใช้ตรีโกณมิติช่วย ซึ่งวิธีนี้จำเป็นต้องรู้มุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง



$\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ทำมุม θ ต่อกัน

ขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์คำนวณได้จาก

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

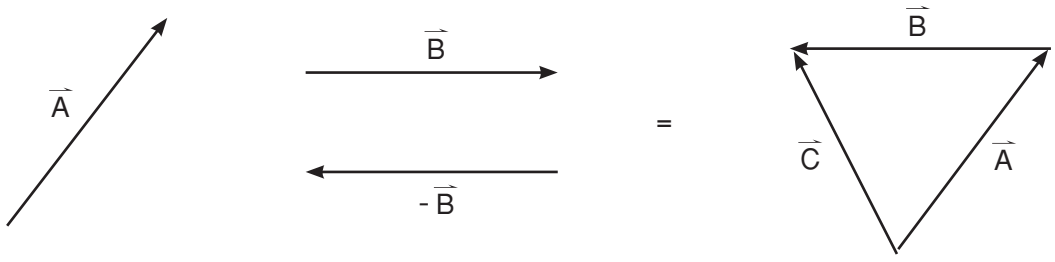
และทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์หาได้จาก

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right)$$

หรือจากกฎโคไซน์

$$\frac{A}{\sin\beta} = \frac{B}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(180 - \theta)}$$

การลบเวกเตอร์ สามารถหาเวกเตอร์ได้โดยการกลับทิศทางของเวกเตอร์ที่เป็นลบ



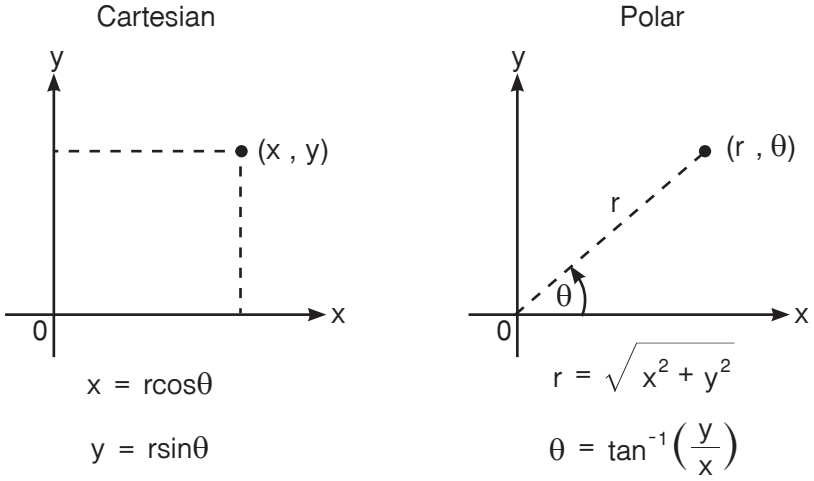
ถ้า $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

ระบบพิกัด (แกนอ้างอิง)

ระบบพิกัดมีความสำคัญเพื่อช่วยในการวัดมีความหมาย เช่น อีก 800 เมตร (m) ถึงอาคารวิทยาศาสตร์เป็นการบอกที่ไม่สมบูรณ์ เนื่องจากไม่ทราบว่าเริ่มต้นที่ตำแหน่งใด

ดังนั้น ในการกำหนดระบบพิกัดต้องทราบจุดเริ่มต้น ชนิดของระบบพิกัด (พิกัดฉาก ; พิกัดเชิงขั้ว ; พิกัดทรงกระบอก) และทิศตามแกน

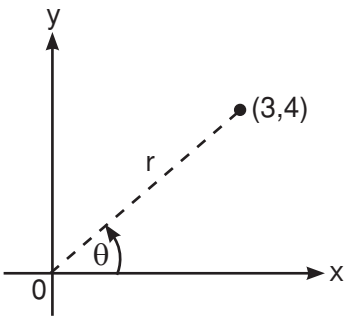
ระบบพิกัดแบบมาตรฐานใน 2 มิติ ได้แก่ ระบบพิกัดฉาก (Cartesian) และระบบพิกัดเชิงขั้ว (Polar)



ระบบพิกัดใน 2 มิติ

ตัวอย่าง จงหาระบบพิกัดเชิงขั้วของจุด (3m, 4m) ดังรูป

วิธีทำ จากทฤษฎีพิธากอรัส



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

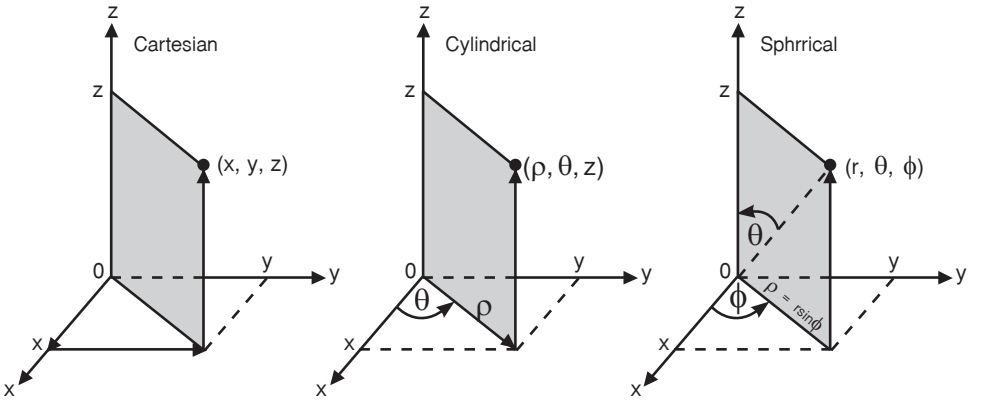
$$= \sqrt{(3m)^2 + (4m)^2}$$

$$= 5m$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3m}{4m}\right)$$

$$= 53.1^{\circ}$$

ระบบพิกัดแบบมาตรฐานใน 3 มิติ ได้แก่ ระบบพิกัดฉาก (Cartesian) ระบบพิกัดทรงกระบอก (Cylindrical) และระบบพิกัดทรงกลม (Spherical)



ระบบพิกัดฉากใน 3 มิติ

การคูณเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์มี 2 ชนิดได้แก่

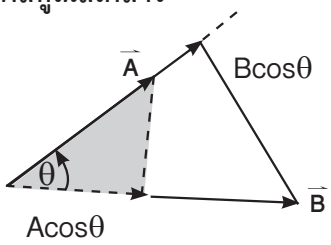
1. ผลคูณที่ได้เป็นปริมาณสเกลาร์ เรียกว่า ผลคูณแบบดอท (Dot Product) หรือ ผลคูณสเกลาร์ (Scalar Product)

2. ผลคูณที่ได้เป็นปริมาณเวกเตอร์ เรียกว่า ผลคูณแบบครอส (Cross Product) หรือ ผลคูณเวกเตอร์ (Vector)

ให้ $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$

$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

ผลคูณสเกลาร์



$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$

$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

(เพราะว่า $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ และ $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$)

เมื่อ A และ B คือ ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

θ คือ มุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เมื่อ $0^\circ \leqslant \theta \leqslant 180^\circ$

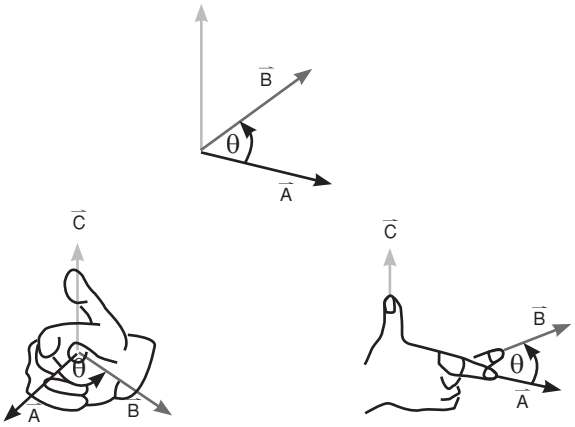
จากรูป เงาของ $\vec{A}$ บน $\vec{B}$ คือ $A\cos\theta$ และเงาของ $\vec{B}$ บน $\vec{A}$ คือ $B\cos\theta$ นั่นคือ ผลคูณสเกลาร์ คือ การคูณเวกเตอร์กับเงาของอีกเวกเตอร์หนึ่ง

ผลคูณเวกเตอร์

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$

$= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{j} + (A_xB_y - A_yB_z)\vec{k}$

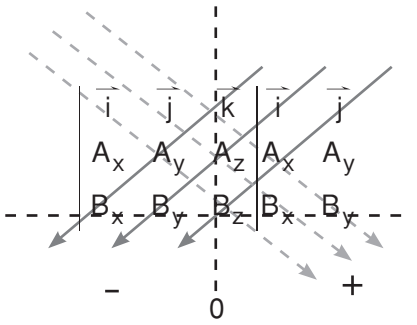
เมื่อ $\vec{C}$ คือ เวกเตอร์ผลลัพธ์ ทิศของเวกเตอร์ $\vec{C}$ หาได้โดยใช้กฎมือขวา เมื่อ $180^\circ \leqslant \theta \leqslant 0^\circ$



เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราสามารถหาผลคูณแบบเวกเตอร์ได้ โดยใช้เมตริกซ์

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

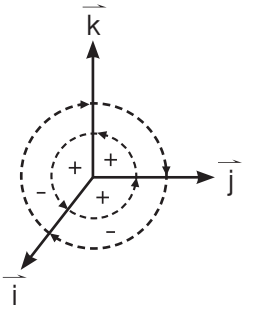
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ A_x & A_y & A_z & A_x & A_y \\ B_x & B_y & B_z & B_x & B_y \end{vmatrix}$$



การพิจารณาเครื่องหมายผลคูณเวกเตอร์ พิจารณาโดยการตั้งแกนแบ่งครึ่งทั้งสองข้างให้เท่ากัน ค่าทางซ้ายเครื่องหมายลบ ค่าทางขวาเครื่องหมายบวก ตามระบบแกน

หรือการพิจาณาเครื่องหมายผลคูณเวกเตอร์ ทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นเครื่องหมายบวก ทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นเครื่องหมายลบ เมื่อ

$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$; $\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j}$; $\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{j}$; $\vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}$; $\vec{j} \times -\vec{i} = -\vec{k}$



บทที่ 2
การเคลื่อนที่

การเคลื่อนที่

การเคลื่อนที่ (Motion) หมายถึง กระบวนการอย่างหนึ่งที่ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งอย่างต่อเนื่องตามระยะเวลาที่ผ่านไป โดยมีทิศทางและระยะทาง

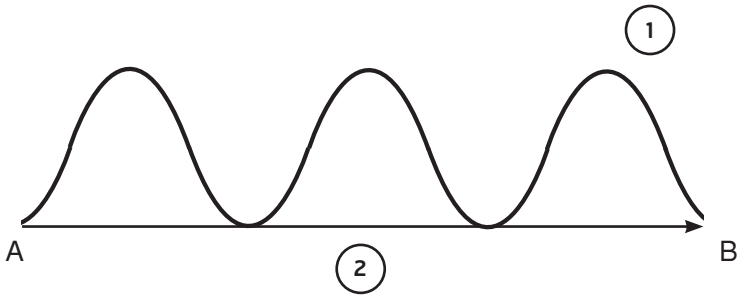
ปริมาณการเคลื่อนที่

ระยะทาง (Distance : S) คือ ความยาวของการเคลื่อนที่จริงของวัตถุโดยไม่คำนึงว่าวัตถุนั้นจะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงหรือไม่ มีหน่วยเป็น เมตร (m) เป็นปริมาณสเกลาร์

การกระจัด (Displacement : $\vec{S}$) คือ การที่วัตถุเคลื่อนที่จากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่งโดยการเคลื่อนที่จากตำแหน่งเริ่มต้นไปยังตำแหน่งสุดท้ายโดยมีทิศทางจัดเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น เมตร (m)

ข้อเปรียบเทียบระหว่างระยะทางกับการกระจัด

1. ระยะทางเป็นปริมาณสเกลาร์ การกระจัดเป็นปริมาณเวกเตอร์
2. ขนาดของระยะทางจะมากกว่าการกระจัดเสมอ ถ้าวัตถุนั้นไม่ได้เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงตลอด



① คือ เส้นทางการเคลื่อนที่จริงจาก A ไป B ถือเป็น ระยะทาง

② คือ เวกเตอร์จาก A ไป B ถือเป็น การกระจัด

อัตราเร็ว (Speed) คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณสเกลาร์ ไม่คำนึงถึงทิศทาง มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$$

ความเร็ว (Velocity) คือ ระยะการเปลี่ยนแปลงการกระจัดหรือระยะการเปลี่ยนตำแหน่งที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ความเร็วเฉลี่ย (Average Velocity) คือ ความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุในแต่ละจุดที่วัตถุเคลื่อนที่ให้มีค่าเท่ากัน เป็นการเปลี่ยนแปลงการกระจัดในช่วงเวลายาวๆ มีทิศเดียวกัน (กำหนดให้ u = ความเร็วต้น และ v = ความเร็วปลาย)

$$v_{เฉลี่ย} = \frac{s}{t}$$

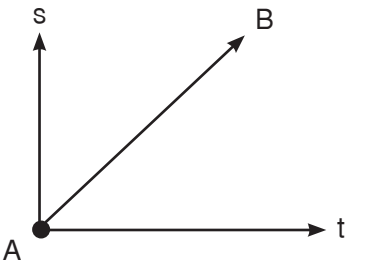
$$v_{เฉลี่ย} = \frac{u + v}{2}$$

ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous Velocity) เป็นการเปลี่ยนแปลงการกระจัดในช่วงเวลาสั้นๆ ที่ $\Delta t \rightarrow 0$ และการกระจัดเป็นการกระจัด ณ จุดนั้น

$$v = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

หรือ $$v = \frac{ds}{dt}$$

การหาความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะใดขณะหนึ่งจากกราฟ ถ้าเขียนกราฟระหว่างการกระจัด s และเวลา t ความชันของเส้นตรงที่ลากระหว่างตำแหน่งคู่ใดๆ คือ ความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ระหว่างตำแหน่งทั้งสอง



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง s กับ t

จากกราฟความชัน (Slope) ของเส้นตรงที่ต่อระหว่าง A และ B คือความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ในช่วง AB หรือเป็นความเร็วเฉลี่ยในช่วง t_1 ถึง t_2

$$\text{ความชัน (Slope)} = V = \tan\theta = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

ถ้าตำแหน่ง A และ B อยู่ใกล้กันมาก จนทำให้ Δt มีค่าน้อยมาก เส้นตรงที่ลากผ่าน A และ B คือ เส้นสัมผัสกราฟ ความชันของเส้นสัมผัส คือ ความเร็วที่จุดใดจุดหนึ่ง

ข้อเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วกับความเร็ว

1. อัตราเร็วเป็นปริมาณสเกลาร์ ความเร็วเป็นปริมาณเวกเตอร์
2. ถ้าวัตถุเคลื่อนที่โดยไม่เปลี่ยนทิศทาง (เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง) ขนาดของความเร็ว คือ อัตราเร็ว
3. อัตราเร็วจะมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อขนาดเปลี่ยนแปลง
4. ความเร็วจะเปลี่ยนแปลง เมื่อ
   - ขนาดเปลี่ยนแปลง
   - ขนาดคงที่แต่ทิศทางเปลี่ยนแปลง เช่น วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่ ความเร็วของการเคลื่อนที่จะเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ทั้งนี้เพราะเส้นทางของความเร็วเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา

อัตราเร่ง (Acceleration : a) คือ การเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วต่อเวลา เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที^{2} (m/s^2)

ความเร่ง (Acceleration : $\vec{a}$) เป็นปริมาณเวกเตอร์ชนิดหนึ่งมีขนาด และทิศทาง ความเร่งหมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว หรือหมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนแปลงไปในหนึ่งหน่วยเวลา ความเร่งใช้หน่วยเป็น เมตร/วินาที^{2} (m/s^2) ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วต้น ($\vec{u}$) ความเร็วปลาย ($\vec{v}$) ความเร่ง ($\vec{a}$) และเวลา ($\vec{t}$) เป็นไปดังสมการต่อไปนี้

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta \vec{t}}$$

ความเร่งในขณะใดขณะหนึ่ง คือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วในช่วงเวลาสั้นๆ ในการเคลื่อนที่ของวัตถุ จะหาได้เมื่อการเปลี่ยนแปลงความเร็วนั้นเกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นมาก จนเวลาที่ใช้ในการเปลี่ยนแปลงความเร็วเข้าสู่ 0 ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความเร่งในขณะใดขณะหนึ่งของวัตถุได้ ดังนี้

$$\vec{a} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \text{หรือ} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

เวลา (Time : t) การที่จะทราบว่าวัตถุเคลื่อนที่หรือไม่ จะเริ่มจากการสังเกตวัตถุนั้นในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งจุดที่เริ่มสังเกตจะนับเวลาเริ่มต้น ณ จุดนั้นมีค่า t = 0 จากนั้นเมื่อเวลาผ่านไป วัตถุจะมีการเปลี่ยนตำแหน่ง ช่วงเวลาที่สังเกตจะเป็นเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ ซึ่งถ้าไม่ทราบค่าแน่นอนจะใช้ t แทนช่วงเวลาดังกล่าว โดยมีหน่วยเป็น วินาที (s)

การเคลื่อนที่แนวเส้นตรง

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง (Rectilinear Motion) หมายถึง การเคลื่อนที่ของวัตถุที่เป็นแนวเส้นตรงซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว เวลา ความเร่ง และระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้

สูตรการคำนวณ

1. ความเร็ว ; $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$
2. ความเร่ง ; $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$
3. ความเร่ง = 0 ; $\vec{s} = \vec{v}t$
4. สมการการเคลื่อนที่ ;

$$\vec{s} = \left(\frac{\vec{u} + \vec{v}}{2}\right)t$$

$$\vec{s} = \vec{v}t - \frac{1}{2}\vec{a}t$$

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{a}t$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{u}t + \frac{1}{2}\vec{a}t \\ \vec{v}^2 &= \vec{u}^2 + 2\vec{a}\vec{s} \end{aligned}\right\} \text{ความเร่ง} \neq 0$$

โดยที่ $\vec{u}$ คือ ความเร็วต้น มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที (m/s) (ถ้าเริ่มจากจุดหยุดนิ่งความเร็วจะเป็น 0)

$\vec{v}$ คือ ความเร็วปลาย มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที (m/s)

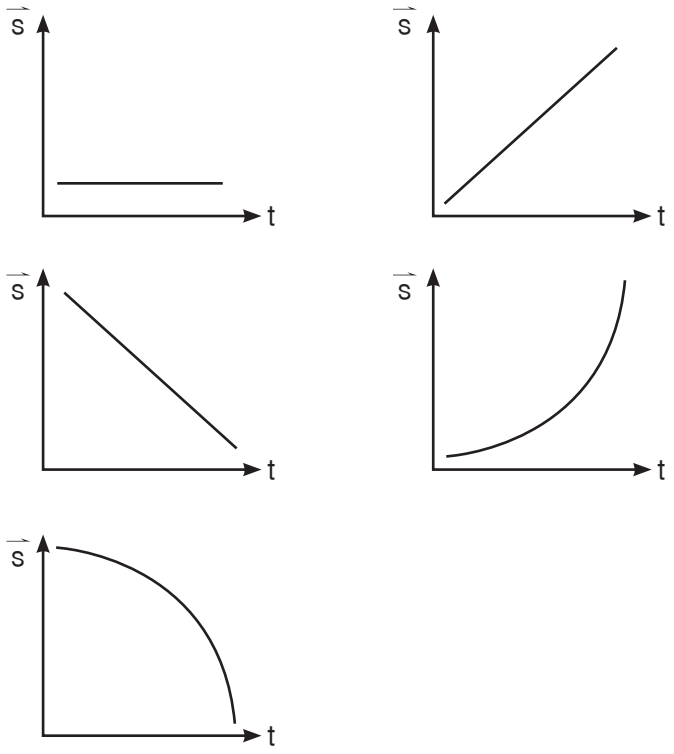
$\vec{a}$ คือ ความเร่ง มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที^{2} (m/s^2)

t คือ เวลามีหน่วยเป็น วินาที (s)

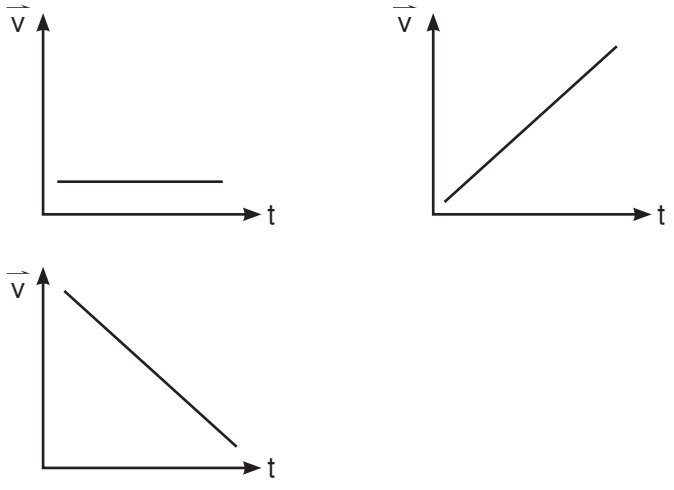
$\vec{s}$ คือ การกระจัด มีหน่วยเป็น เมตร (m)

กราฟการเคลื่อนที่แนวเส้นตรง

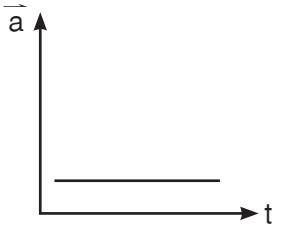
1. กราฟการกระจัด ($\vec{s}$) กับเวลา (t)



2. กราฟความเร็ว ($\vec{v}$) กับเวลา (t)



3. กราฟความเร่ง ($\vec{a}$) กับเวลา (t)



Tips:

พื้นที่ใต้กราฟ คือ สูตรทางฟิสิกส์คูณกัน เช่น $\vec{s} = \vec{v}t$

ความชัน (Slope) คือ สูตรทางฟิสิกส์หารกัน เช่น $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$

การเคลื่อนที่แบบดิ่งเสรี

เป็นการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง การคำนวณคล้ายกับการเคลื่อนที่แนวเส้นตรง แต่แตกต่างที่ความเร่ง ความเร่งในแนวดิ่งเป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ($g \approx 9.81\ m/s^2$)

สูตรการคำนวณ

1. $\vec{s} = \left(\frac{\vec{u} + \vec{v}}{2}\right)t$
2. $\vec{s} = \vec{u}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$
3. $\vec{s} = \vec{v}t - \frac{1}{2}\vec{g}t^2$
4. $\vec{v}^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{g}\vec{s}$
5. $\vec{v} = \vec{u} + \vec{g}t$

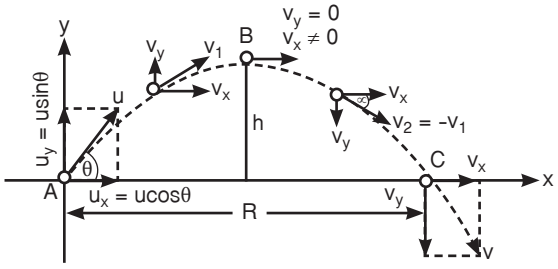
Tips:

g = แรงโน้มถ่วงของโลก มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที^{2} (m/s^2)

เพื่อให้ง่ายในการคำนวณนิยมใช้ $g = 10\ m/s^2$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ (Projectile Motion) คือ การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นแนวโค้ง ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่อย่างเสรีด้วยแรงโน้มถ่วงคงที่ เช่น วัตถุเคลื่อนที่ไปในอากาศภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก ทางเดินของวัตถุจะเป็นรูปพาราโบลา



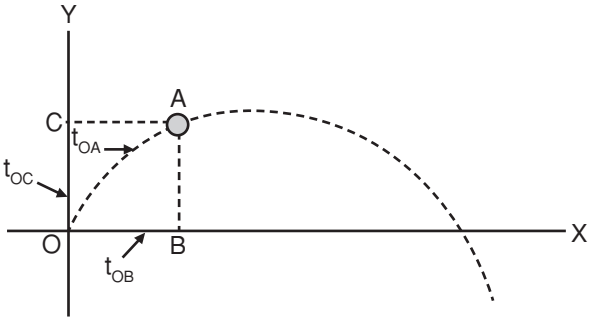
1. ความเร่งในแนวระดับ (แกน x) = ศูนย์ นั่นคือ V_x = คงที่ = U_x ไม่ว่าวัตถุจะอยู่ที่ตรงไหนก็ตาม ไม่มีแรงในแนวแกน X กระทำที่วัตถุ

$$\text{จาก} \quad \Sigma F_x = ma_x$$
$$0 = ma_x$$
$$a_x = 0$$
$$\text{จาก } v_x = u_x + a_x t \text{ ; ได้ } v_x = u_x$$

2. ความเร่งในแนวดิ่ง (แกน Y) = g มีแรงกระทำที่วัตถุ คือ w = mg ในทิศดิ่งลงตามแกน Y

$$\text{จาก} \quad \Sigma F_y = ma_y$$
$$mg = ma_y$$
$$a_y = g \text{ ทิศดิ่งลง}$$

3. เวลาที่วัตถุใช้เคลื่อนที่ตามแนวโค้ง = เวลาที่เงาของวัตถุใช้เคลื่อนที่ตามแนวแกน X = เวลาที่เงาของวัตถุใช้เคลื่อนที่ตามแนวแกน Y



จากรูปข้างบน สมมุติวัตถุวิ่งจาก O ไปตามทางโค้ง (เส้นประ) ถึง A (ทางโค้ง OA)

เงาทางแกน X จะวิ่งจาก O ไปถึง B

เงาทางแกน Y จะวิ่งจาก O ไปถึง C

ดังนั้น $t_{OA} = t_{OB} = t_{OC}$

4. ความเร็ว v ณ จุดใดๆ จะมีทิศสัมผัสกับเส้นทางเดิน (เส้นประ) ณ จุดนั้น และ

(1) หาขนาดของ v โดยใช้สูตร

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

เมื่อ $v_x = u_x$ = ความเร็วในแนวแกน X

v_y = ความเร็วในแกน Y

(2) ทิศทางของ v หาได้โดยสูตร

$$\tan \theta_x = \frac{v_y}{v_x}$$

เมื่อ θ_x = มุมที่ v ทำกับแกน X

5. ณ จุดสูงสุด

$$v_x = u_x$$

$$v_y = 0$$

บางครั้งเรียกวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ว่า “โปรเจกไทล์” และเรียกการเคลื่อนที่แบบนี้ว่าการเคลื่อนที่ของโปรเจกไทล์

เนื่องจากมีการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ การคำนวณจึงแบ่งเป็น 2 แนว คือ

1. แนวราบ $\vec{s}_x = \vec{u}_x t$

2. แนวดิ่ง $\vec{s}_y = \left(\frac{\vec{u}_y + \vec{v}_y}{2} \right)$

$$\vec{s}_y = \vec{u}_y t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

$$\vec{s}_y = \vec{v}_y t - \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

$$\vec{v}_y^{\,2} = \vec{u}_y^{\,2} + 2\vec{g}\vec{s}_y$$

$$\vec{v}_y = \vec{u}_y + \vec{g}t$$

โดยที่ $\vec{s}_x$ = ระยะการกระจัดในแนวแกน x

$\vec{u}_x$ = ความเร็วในแนวแกน x

$\vec{s}_y$ = ระยะการกระจัดในแนวแกน y

$\vec{u}_y + \vec{v}_y$ = ความเร็วในแนวแกน y

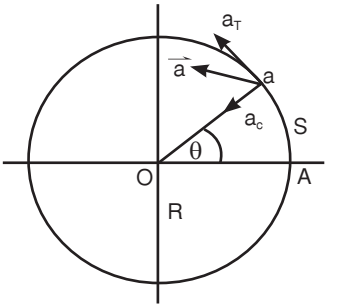
Tips:

เวลาที่เคลื่อนที่ในแนวราบ = เวลาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

ระยะสูงสุด หาได้จาก $\vec{s}_{ymax} = \frac{\vec{u}^2 \sin^2\theta}{2\vec{g}}$

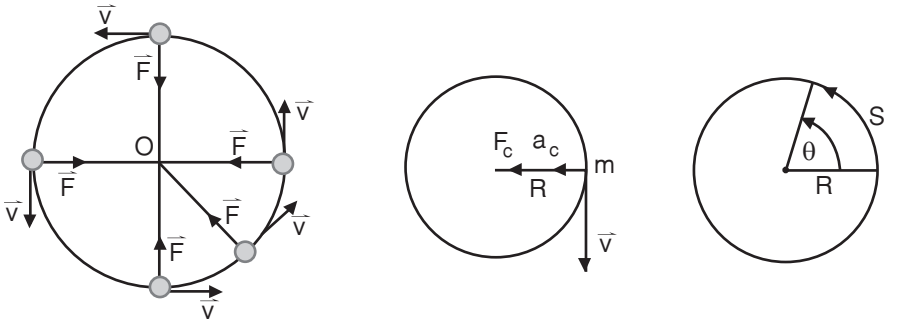
การเคลื่อนที่แบบวงกลม

วัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนระนาบใดๆ อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่งของวัตถุจะคงที่หรือไม่ก็ได้ แต่ความเร็วของวัตถุไม่คงที่แน่นอน เนื่องจากว่ามีการเปลี่ยนทิศทางของการเคลื่อนที่ตลอดเวลา ซึ่งเมื่อวัตถุที่มีการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่แสดงว่า วัตถุนี้ต้องมีองค์ประกอบของแรงมากระทำในทิศทางที่ตั้งฉากกับเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วย และกรณีที่การเคลื่อนที่มีอัตราเร็วไม่คงที่แสดงว่าต้องมีองค์ประกอบของแรงในทิศทางที่ขนานกับแนวการเคลื่อนที่ด้วย



อัตราเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมจะมีค่าคงที่หรือเท่ากันตลอดการเคลื่อนที่ เรียกการเคลื่อนที่วงกลมแบบนี้ว่า การเคลื่อนที่เป็นวงกลมสม่ำเสมอ (Uniform Circular Motion)

การเคลื่อนที่เป็นวงกลม วัตถุจะมีแรงกระทำตั้งฉากกับเวกเตอร์ความเร็วเสมอตลอดการเคลื่อนที่ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ในแนววงกลม ยังคงมีความเร่งเกิดขึ้น ซึ่งความเร่งจะขึ้นกับการเปลี่ยนเวกเตอร์ความเร็ว ซึ่งเวกเตอร์ความเร็วจะมีทิศสัมผัสกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุและมีทิศตั้งฉากกับแนวรัศมีวงกลม เรียกว่า ความเร่งแนวสัมผัสวงกลม (a_T) เวกเตอร์ความเร่งในการเคลื่อนที่แบบวงกลมจะมีทิศตั้งฉากกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ และมีทิศพุ่งเข้าสู่จุดศูนย์กลางวงกลมเสมอ เรียกว่า ความเร่งสู่ศูนย์กลาง (a_c)



คาบ (T) คือ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ หรือ วินาทีต่อรอบ (s)

ความถี่ (f) คือ จำนวนรอบที่เคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา หรือ รอบต่อวินาที (Hz)

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{f}$$

อัตราเร็วเชิงเส้น (v) คือ ระยะทางตามแนวเส้นรอบวงของวงกลมที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที (m/s) หาได้จากสูตร

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf$$

อัตราเร็วเชิงมุม (ω) คือ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รัศมีกวาดไปได้ในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad/s) หาได้จากสูตร

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{\vec{v}}{R}$$

ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง (Centripetal Acceleration : a_c) คือ ความเร่งเนื่องจากการเคลื่อนที่แบบวงกลม มีขนาดคงที่ และมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเสมอ (เมื่อ R = รัศมีการเคลื่อนที่ในแนววงกลม) มีหน่วยเป็น เมตร (m) หาได้จากสูตร

$$a_c = \omega^2 R = \frac{\vec{v}^2}{R}$$

แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง (Centripetal Force : F_c) คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุในการเคลื่อนที่แบบวงกลม มีทิศเดียวกับทิศของความเร่ง (เมื่อ m = มวลวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลม) มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg) หาได้จากสูตร

$$F_c = ma_c = m\omega^2 R = \frac{m\vec{v}^2}{R}$$

หลักการคำนวณ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบวงกลมแบบต่างๆ

1. เขียนระนาบวงกลมขณะที่วัตถุกำลังหมุน
2. เขียนแรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วแตกแรงทั้งหมดให้อยู่ในแนวสู่ศูนย์กลางวงกลม และแนวตั้งฉากกับแนวสู่ศูนย์กลาง
3. ในแนวสู่ศูนย์กลาง หาแรงลัพธ์ที่มีทิศทางพุ่งเข้าสู่ศูนย์กลาง แรงนี้จะทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางในแนวตั้งฉากกับระนาบวงกลมนี้ ถือว่าสมดุล $\therefore \Sigma F$ ในแนวนี้เท่ากับศูนย์

Tips:

1. ความเร็วสูงสุดในการเลี้ยวโค้งทางราบ

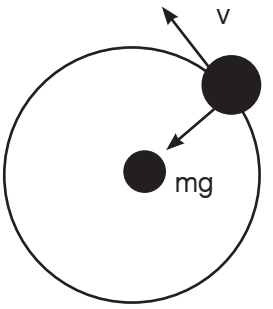
$$\vec{v}_{max} = \sqrt{\mu gR}$$

2. การปรับระดับทางโค้ง

$$\tan\theta = \frac{\vec{v}}{Rg}$$

3. เอียงจักรยานยนต์ขณะเลี้ยวโค้ง

ดาวเทียม



น้ำหนักดาวเทียมลงสู่โลก เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

mg = แรงสู่ศูนย์กลาง

$$mg = \frac{mv^2}{R} \quad \text{หรือ} \quad \frac{mv^2}{R} = \frac{GmM}{R^2}$$

$$\frac{v^2}{R} = g_h$$

$$\therefore v = \sqrt{g_h R} = \sqrt{g_h (r + h)}$$

การเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบแบบกรวยคว่ำ

เส้นเชือกเบายาว L ปลายข้างหนึ่งติดวัตถุมวล m อีกปลายหนึ่งตรึงแน่น แกว่งให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบ รัศมี R ขณะที่มวล m เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบ ได้รับแรงกระทำ 2 แรง คือ แรงตึงเชือก (P) และน้ำหนักของวัตถุ (mg) แตกแรง P เข้าสู่แนวราบและแนวดิ่ง

แรง P ในแนวราบ = $P\sin\theta$ ทิศสู่ศูนย์กลาง

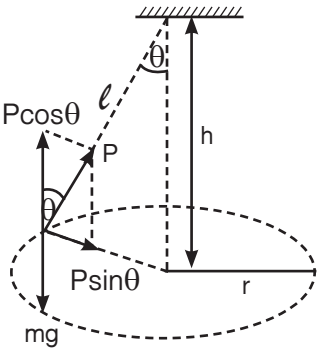
ดังนั้น $P\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$ ..... (1)

แรง P ในแนวดิ่ง = $P\cos\theta$ ทิศขึ้น

วัตถุไม่มีการเคลื่อนที่ขึ้น-ลงในแนวดิ่ง

ดังนั้น $P\cos\theta = mg$ ..... (2)

$\frac{(1)}{(2)}$: $\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$



ค่าของมุม θ ขึ้นอยู่กับอัตราเร็วเชิงเส้น V ไม่ขึ้นอยู่กับมวล เมื่ออัตราเร็วเพิ่มขึ้น ค่าของมุม θ ก็จะเพิ่มขึ้น แต่มุม θ จะไม่มีโอกาสเท่ากับ 90 องศา

จากรูป $r = \ell\sin\theta$

จาก $v = \frac{2\pi R}{T}$

$$v = \frac{2\pi \ell\sin\theta}{T}$$

จากสมการ

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4\pi^2 \ell^2 \sin^2\theta}{g\ell T^2 \sin\theta}$$

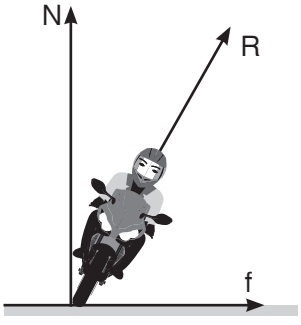
$$\cos\theta = \frac{gT^2}{4\pi 2\ell}$$

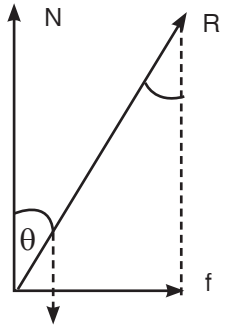
คาบการแกว่ง $T = 2\pi\sqrt{\frac{\cos\theta}{g}}$

การเคลื่อนที่บนทางโค้ง

1. การเคลื่อนที่บนทางโค้งในแนวราบ

การที่วัตถุหรือรถจะเลี้ยวโค้งต้องมีแรงสู่ศูนย์กลางเสมอ ในขณะที่รถเลี้ยวโค้งแรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อรถก็คือ แรงเสียดทาน โดยแรงเสียดทานมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางในขณะที่รถเลี้ยวโค้ง การหาความเร็วที่พอดีทำให้รถเลี้ยวโค้งได้ รถจะเลี้ยวโค้งได้ด้วยความเร็วมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับรัศมี (R) วงกลมของทางโค้ง และมุม (θ) ที่รถเอียงจากแนวดิ่ง ถ้า R และ θ มีค่ามาก รถจะเลี้ยวโค้งได้ด้วยความเร็วสูง





$$f = \frac{mv^2}{R}, N = mg$$

$$\tan\theta = \frac{f}{N} = \mu = \frac{\frac{mv^2}{R}}{mg}$$

$$\tan\theta = \mu = \frac{v^2}{Rg}$$

$$v = \sqrt{Rg\tan\theta} = \sqrt{\mu Rg}$$

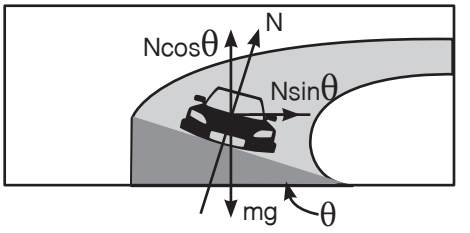
เมื่อ θ = มุมที่รถเอียงจากแนวดิ่ง

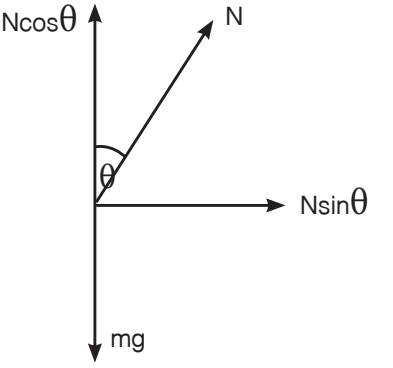
R = รัศมีวงกลมของทางโค้ง

μ = สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนน

2. การเคลื่อนที่เป็นทางโค้งบนถนนลื่นเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ

ในกรณีทางโค้งนิยมยกขอบด้านนอกให้สูงกว่าด้านใน เพื่อช่วยทำให้เกิดแรงสู่ศูนย์กลาง โดยไม่ต้องอาศัยแรงเสียดทาน





ความเร็วพอดีกับมุมที่ยกขึ้น หาได้ดังนี้

$$F_c = N\sin\theta$$

$$\frac{mv^2}{R} = N\sin\theta$$

$$N\cos\theta = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

จะได้ $$\frac{mv^2}{R} = mg\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$v^2 = Rg\tan\theta$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

เมื่อ θ คือ มุมที่ผิวถนนกระทำต่อพื้นราบ

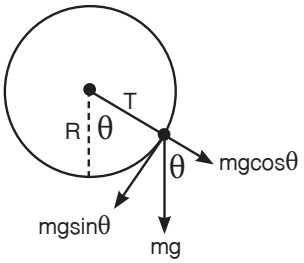
V คือ อัตราเร็วที่พอดีกับมุมที่ยกผิวถนน

R คือ รัศมีความโค้ง

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง มีค่า 10 m/s^2

การเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวดิ่ง

ข้อแตกต่างของการเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบดิ่งกับระนาบระดับ คือ ระนาบระดับขนาดของความเร็วคงที่ แต่ระนาบดิ่งจะมีความเร่ง g มามีผลต่อความเร็ว ทำให้ขนาดของความเร็วเปลี่ยนแปลงไป



จากรูป เมื่อขณะใดๆ จะมีแรงอย่างน้อย 2 แรงกระทำต่อวัตถุ m ตลอดเวลา คือ

1. แรงเนื่องจากน้ำหนักวัตถุ W = mg
2. แรงดึงในเส้นเชือก = T

ตามแนวรัศมี $F_N = T - W\cos\theta$

ตามแนวสัมผัส $F_T = W\sin\theta$

ความเร่งตามแนวสัมผัส $a_T = \frac{F_m}{m} = \frac{mg\sin\theta}{m}$

$$a_T = g\sin\theta$$

ความเร่งตามแนวรัศมี $a_c = \frac{F_c}{m} = \frac{T - W\cos\theta}{m}$

แต่ $a_c = \frac{v^2}{R}$

$\therefore$ $\frac{T - W\cos\theta}{m} = \frac{v^2}{R}$

หา v ได้ $T = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\theta$

สังเกต

(1) ที่จุด A ซึ่งเป็น จุดต่ำสุด (Bottom)

มุม $\theta = 0^\circ \therefore \cos 0^\circ = 1$

$$\therefore T_A = m\left[\frac{v^2 bot}{R} + g\right]$$

(2) ที่จุด B ซึ่งเป็น จุดสูงสุด (Top)

มุม $\theta = 180^\circ \therefore \cos 180^\circ = -1$

$$\therefore T_B = m\left[\frac{v^2 top}{R} - g\right]$$

นั่นคือที่สูงสุด แรงดึงในเส้นเชือกจะมีค่าน้อยที่สุด และจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่อวัตถุกำลังเคลื่อนที่ลงมาและแรงดึงจะมีค่ามากที่สุดเมื่อวัตถุอยู่ต่ำสุด

(3) ที่จุดสูงสุด ถ้าเราสามารถจัดความเร็วของวัตถุให้พอดีที่ทำให้แรงดึงในเส้นเชือกเท่ากับศูนย์ เชือกจะอยู่ในสภาพไร้แรงดึง เราเรียกความเร็วขนาดนี้ เรียกว่า ความเร็ววิกฤต

หาได้จาก $\frac{mv_c^2}{R} - mg = 0$

$$\therefore \frac{mv_c^2}{R} = mg$$

$$\frac{v_c^2}{R} = g$$

$$v_c = \sqrt{Rg}$$

การเคลื่อนที่แบบหมุน

เป็นการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุน โดยจะมีอัตราเร่งเชิงมุมคงที่

1. ระยะห่าง = ส่วนโค้ง (θ) มีหน่วยเป็น เรเดียน (radian)
2. อัตราเร็วเชิงมุม (radian/s) $\omega = \frac{\theta}{t}$
3. อัตราเร่งเชิงมุม (radian/s^2) $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
4. สมการการเคลื่อนที่

$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

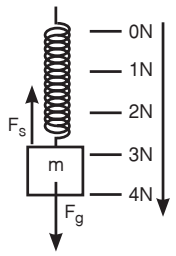
5. โมเมนต์ความเฉื่อยขึ้นกับรูปร่างของมวล ($kg \cdot m^2$) $I = \sum mr^2$

6. ทอร์ก ($kg \cdot m^2/s$) $\tau = I\alpha$

7. พลังงานจลน์ (kg•m) $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 = \tau\theta$

การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิค (SHM)

แรงบนสปริง - กฎของฮุค



เมื่อนำมวลมาแขวนที่ปลายสปริงและอยู่ในสภาพสมดุล จากกฎข้อสองของนิวตัน

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ F_s - F_g &= 0 \\ F_s &= F_g \end{aligned}$$

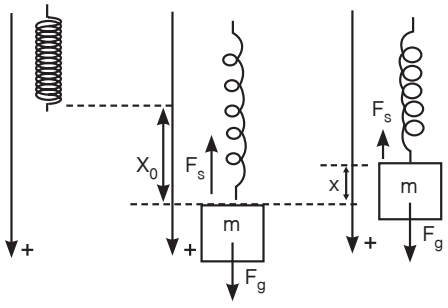
เมื่อเพิ่มน้ำหนักจนทำให้สปริงยืดออก แรงที่กระทำต่อสปริง (แรงเนื่องจากวัตถุมวล m ; F_g) จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะยืดของสปริง และมีทิศตรงข้ามกับแรงสปริง (F_s)

$$F_s = -kx$$

เมื่อ k เรียกว่าค่าคงที่ของสปริง (Spring Constant)

กฎของฮุค : $\vec{F}_s = -kx$

การหาสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก สามารถประยุกต์ใช้กฎข้อสองของนิวตัน โดยมีความเร่งเข้าเกี่ยวข้อง (เนื่องจากวัตถุมีการเคลื่อนที่) ซึ่งความเร็วและความเร่งสามารถหาได้จากสมการ ตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลา



การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก เมื่อระบบไม่สมดุล เดิมสปริงอยู่ในตำแหน่งสมดุล ดังรูป จากนั้นนำมวล m มาแขวนที่ปลายสปริงทำให้สปริงยืดออกเป็นระยะ x_0 ระบบจะอยู่ในตำแหน่งสมดุลอีกครั้ง จากนั้น ยกมวล m ขึ้นเป็นระยะ x เหนือตำแหน่งสมดุล แล้วปล่อยให้สปริงสั่น

จากกฎข้อสองของนิวตัน เมื่อมวล m เคลื่อนที่ (ระบบไม่สมดุล) จะได้

$$\sum F = ma$$

$$F_s - F_g = ma$$

เมื่อสปริงยืดออกเป็นระยะ $x_0 - x$ อาศัยกฎของฮุค

$$k(x_0 - x) - mg = mg$$

จากกฎข้อสองของนิวตันเมื่อมวล m อยู่ในตำแหน่งสมดุลมวล m อยู่นิ่ง

$$\sum F = ma$$

$$F_s - F_g = 0$$

$$kx_0 = mg$$

แทนค่า ลงในสมการด้านบน (เมื่อระบบไม่สมดุล) จะได้

$$k(x_0 - x) - kx_0 = ma$$

$$-kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x$$

นั่นคือ ความเร่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับการกระจัด แต่มีทิศทางตรงกันข้าม เพื่อความสะดวกกำหนดให้

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

เขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$a_x = -\omega^2 x$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วและความเร่ง โดยอาศัยกฎลูกโซ่จะได้

$$a = \frac{dv}{dx} = \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dv}{dx}$$

$$= v\frac{dv}{dx}$$

จะได้ $$-\omega^2 x = v\frac{dv}{dx}$$

$$vdv = -\omega^2 x dx$$

อินทิเกรตทั้งสองข้าง โดยมี limit ของตำแหน่งจาก A ไปยังตำแหน่ง X ใดๆ

$$\int_0^v vdv = -\omega^2 \int_A^x xdx$$

สาเหตุที่ใช้ตำแหน่งตอนแรกเป็น A เนื่องจากที่ตำแหน่งนี้ความเร็วจะเป็นศูนย์ ให้ปล่อยมวลที่ระยะ X = A เมื่อ A เรียกว่า “แอมพลิจูด” จะได้

$$\int_0^v vdv = -\omega^2 \int_A^x xdx$$

$$\frac{1}{2}v^2 = -\omega^2\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}A^2\right)$$

$$v^2 = \omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

นั่นคือ ความเร็วจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง

$$v_x = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

การหาสมการเมื่อตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลา โดยอาศัยเงื่อนไขของความเร็ว

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{A^2 - X^2}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$$

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{A^2 - x^2} = \int_0^t \omega dt$$

ในกรณีนี้ $x_0 = A$ แต่โดยทั่วไปจะมีค่าเท่าใดก็ได้ แต่ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ A

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \int_0^t \omega dt$$

$$\left[-\cos^{-1}\frac{x}{A}\right] = \omega t$$

$$-\cos^{-1}\frac{x}{A} + \cos^{-1}\frac{x_0}{A} = \omega t$$

เมื่อเทอมที่สองทางซ้ายมือเป็นค่าคงที่ ขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นของมวล เราเรียกว่า มุมเฟส เมื่อ

$$\phi = -\cos^{-1}\frac{x_0}{A}$$

จะได้

$$\cos^{-1}\frac{x}{A} - \phi = \omega t$$

$$\cos^{-1}\frac{x}{A} = -(\omega t + \phi)$$

$$\frac{x}{A} = \cos[-(\omega t + \phi)]$$

$$\frac{x}{A} = \cos(\omega t + \phi)$$

จะได้ตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลา

$$x_t = A\cos(\omega t + \phi)$$

การหาสมการ ความเร็วเป็นฟังก์ชันของเวลา โดยอาศัยเงื่อนไขของความเร็ว

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{d}{dt}A\cos(\omega t + \phi)$$

จะได้ความเร็วเป็นฟังก์ชันของเวลา

$$v_t = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วและความเร่ง โดยหาอนุพันธ์ของความเร็วเทียบกับเวลา

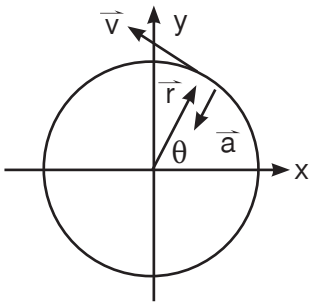
$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d}{dt}[-\omega A\sin(\omega t + \phi)]$$

จะได้ความเร่งเป็นฟังก์ชันของเวลา

$$\boxed{a_t = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)}$$

ความสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่แบบวงกลม



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลม ความเร็วเชิงมุม คือ

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int d\theta = \int \omega dt$$

$$\theta = \omega t + \phi$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุม คือ

$$v = \omega r$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งสู่ศูนย์กลางและความเร็วเชิงมุม คือ

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r}$$

$$a = \omega^2 r$$

ตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของวัตถุ เมื่อเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันของเวลา

$$x = r\cos\theta \quad \Rightarrow \quad x_t = r\cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \omega r\sin\theta \quad \Rightarrow \quad v_t = -\omega\sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \omega^2 r\cos\theta \quad \Rightarrow \quad a_t = -\omega r\cos(\omega t + \phi)$$

จะสังเกตได้ว่าสมการที่ได้คล้ายกับสมการการเคลื่อนที่ของมวลติดปลายสปริง เมื่อ x หรือ y เป็นองค์ประกอบของการเคลื่อนที่แบบวงกลม ซึ่งก็คือ การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

แรงและพลังงานในการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิกอย่างง่าย

เมื่อมวล m ถูกกระทำด้วยแรง F ทำให้เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a จากกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตัน

$$F = ma$$

เนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก $a = -\omega^2 x$

$$F = m(-\omega^2 x) = m\omega^2 x$$

$$= -kx$$

พิจารณาพลังงานศักย์ของสปริง จาก

$$F = \frac{-dU}{dx}$$

$$-kx = \frac{-dU}{dk}$$